

# Versuch 21: Elektrischer Transport in Festkörpern und Anwendungen

Die Festkörperphysik liefert die theoretischen Grundlagen für moderne Bauteile in der Digitaltechnik. Zur Erarbeitung dieser theoretischen Grundlagen wird in diesem Versuch der elektrische Transport in Festkörpern untersucht. Dafür wird die Temperaturabhängigkeit des spezifischen Widerstands verschiedener Festkörperproben bestimmt und die Ergebnisse mit Hilfe der Festkörperphysik interpretiert. Anschließend soll die Funktionsweise einer Diode festkörpertheoretisch untersucht werden. Dazu wird die Sperrschichtdicke der Diode in Abhängigkeit von der an ihr anliegenden Spannung untersucht.

## Vorkenntnisse

Pauli-Prinzip – Fermi-Dirac-Statistik – Zustandsdichte – das freie Elektronengas – Sommerfeld-Modell – die Matthiesensche Regel – intrinsische Halbleiter – dotierte Halbleiter – Arrheniusgraph – Halbleiterdiode im Bändermodell – Diffusion und Drift der Ladungsträger – Majoritäts- und Minoritätsladungsträger –  $pn$ -Übergang im thermischen Gleichgewicht und mit angelegter Spannung – Vierpunktmessung – LCR-Schwingkreis – Lissajous-Figuren

## Literatur

Siegfried Hunklinger - Festkörperphysik – Rudolf Gross, Achim Marx - Festkörperphysik – Charles Kittel - Festkörperphysik ,....

## Physikalische Grundlagen

### Die elektrische Leitfähigkeit in Festkörpern

Die elektrische Leitfähigkeit  $\sigma$  ist in einem isotropen Festkörper definiert als Proportionalitätskonstante zwischen treibendem elektrischem Feld  $\vec{E}$  und der resultierenden elektrischen Stromdichte  $\vec{j}$ :

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}. \quad (1)$$

In Festkörperkristallen ist die elektrische Leitfähigkeit ein Tensor zweiter Stufe, dessen Einträge die elektrischen Leitfähigkeiten in die entsprechenden Kristallrichtungen angeben. In diesem Versuch wird, für einen Teil der Proben, die Leitfähigkeit entlang einer durch den Versuchsaufbau vorgegebenen Kristallrichtung gemessen. Der spezifische Widerstand ist der Kehrwert (tensoriell das Inverse) der Leitfähigkeit.

Die in den Folgenden Abschnitten diskutierten Themen sollen die Grundlagen liefern, um die Temperaturabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit in „einfachen“ Metallen und Halbleitern zu diskutieren.

### Charakterisierung von Materialien anhand ihres spezifischen Widerstands

Die Größenordnung des spezifischen Widerstands (der elektrischen Leitfähigkeit) eines Materials gibt bereits Auskunft darüber, ob es sich bei dem Material eher um einen Leiter, Halbleiter oder einen Isolator handelt (siehe Abb. 1). Dabei ist jedoch zu beachten, dass die Grenzen bei der Einteilung nach dem spezifischen Widerstand nicht eindeutig sind. Aufgrund der Temperaturabhängigkeit des spezifischen Widerstands, ergibt ein Vergleich nur bei gleicher Temperatur Sinn.

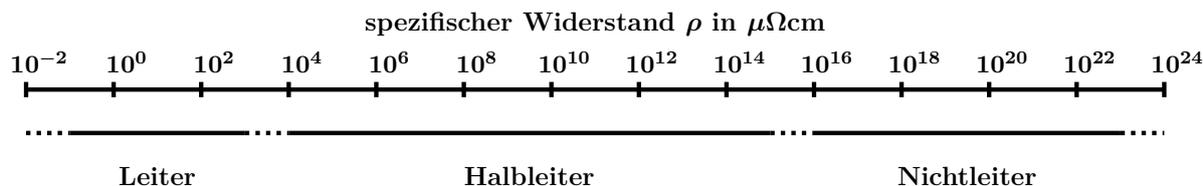


Abb. 1: Spezifischer Widerstand unterschiedlicher Materialien bei Raumtemperatur. Einteilung nach den Angaben zum Bereich der Halbleiter nach Hunklinger, Festkörperphysik, 3.Auflage, Oldenbourg Verlag München, S.390.

## Metalle

### Das Sommerfeld-Modell

Zur Beschreibung des elektrischen Transports in Metallen ging Arnold Sommerfeld von einem Gas freier Fermionen aus, die der Schrödinger-Gleichung und dem Pauli-Prinzip unterliegen und der Annahme, dass Fermionen nicht miteinander wechselwirken. Mit diesen Annahmen lässt sich ein Ausdruck für die elektrische Leitfähigkeit herleiten, der das Verhalten von einfachen Metallen gut beschreibt, da bei diesen Metallen das Leitungsband in etwa halb gefüllt ist und ihre Fermi-Fläche in guter Näherung eine Fermi-Kugel ist. Bei Metallen mit komplizierter Bandstruktur sind die Annahmen nur bedingt anwendbar.

Die elektrische Stromdichte  $\vec{j}$  lässt sich im Modell des freien Elektronengases angeben mit Hilfe der mittleren Geschwindigkeit der Elektronen  $\langle v \rangle = \hbar m \langle \vec{k} \rangle$ , der Elektronendichte  $n$  und der Ladung  $q = -e$ :

$$\vec{j} = -en \frac{\hbar}{m} \langle \vec{k} \rangle = -e \frac{\hbar}{Vm} \sum_{\vec{k}, \nu} \vec{k}. \tag{2}$$

Im Falle des thermischen Gleichgewichts gilt  $\langle \vec{k} \rangle = 0$  und es fließt kein elektrischer Strom. Eine nicht verschwindende elektrische Stromdichte liegt also nur dann vor, wenn der mittlere Wellenvektor  $\vec{k}$  vom Gleichgewichtswert  $\langle \vec{k} \rangle_0$  abweicht, also eine Nichtgleichgewichtssituation vorliegt. Diese Abweichung sei im Folgenden bezeichnet mit  $\delta \vec{k} = [\langle \vec{k} \rangle - \langle \vec{k} \rangle_0]$ . Somit gilt dann:

$$\vec{j} = -\frac{en\hbar}{m} [\langle \vec{k} \rangle - \langle \vec{k} \rangle_0] = -\frac{en\hbar}{m} \delta \vec{k}. \tag{3}$$

Um einen Ausdruck für die Veränderung der Impulsverteilung der Elektronen in einem bestimmten Raumgebiet abzuleiten, wird davon ausgegangen, dass zum einen Kräfte von außen auf die Elektronen wirken und zum anderen Streuprozesse der Elektronen stattfinden. Somit lässt sich schreiben:

$$\frac{d\langle \vec{k} \rangle}{dt} = \left. \frac{\partial \langle \vec{k} \rangle}{\partial t} \right|_{\text{Kraft}} + \left. \frac{\partial \langle \vec{k} \rangle}{\partial t} \right|_{\text{Streu}}. \tag{4}$$

In der Folgenden Betrachtung werden nur stationäre Prozesse betrachtet, also Prozesse für die  $\frac{d\langle\vec{k}\rangle}{dt} = 0$  gilt. Für die zeitliche Änderung des mittleren Elektronenimpulses durch Streuprozesse wird ein Relaxationsansatz verwendet, bei dem die Änderung des mittleren Elektronenimpulses durch eine mittlere Streuzzeit  $\tau$  beschrieben wird:

$$\left. \frac{\partial\langle\vec{k}\rangle}{\partial t} \right|_{\text{Streu}} = -\frac{\delta\vec{k}}{\tau}. \quad (5)$$

Die Änderung des mittleren Elektronenimpulses  $\langle\vec{k}\rangle$  durch eine äußere Kraft  $\vec{F}$  kann mit Hilfe der folgenden Bewegungsgleichung beschrieben werden:

$$\vec{F} = -e\vec{E} = m\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} = \hbar\left. \frac{\partial\langle\vec{k}\rangle}{\partial t} \right|_{\text{Kraft}} \Leftrightarrow \left. \frac{\partial\langle\vec{k}\rangle}{\partial t} \right|_{\text{Kraft}} = \frac{-e}{\hbar}\vec{E}. \quad (6)$$

Eine Integration von Gleichung (6) liefert:

$$\int_0^t \left. \frac{\partial\langle\vec{k}\rangle}{\partial t'} \right|_{\text{Kraft}} dt' = \int_0^t -\frac{e}{\hbar}\vec{E} dt' \Leftrightarrow \delta\vec{k} = \langle\vec{k}\rangle - \langle\vec{k}\rangle_0 = -\frac{e}{\hbar}\vec{E}t. \quad (7)$$

Für den Fall  $\vec{F} = 0$  folgt, dass es zu jedem Wellenvektor  $\vec{k}$  ein Wellenvektor  $-\vec{k}$  gibt, sodass  $\langle\vec{k}\rangle = 0$  folgt (siehe Abbildung (2) a).

Für den Fall  $\vec{F} \neq 0$  ergibt sich eine Verschiebung der Wellenvektoren im Zeitintervall  $[0, t]$  um  $\vec{k}' = \vec{k} + \delta\vec{k} = \vec{k} - \frac{e}{\hbar}\vec{E}t$ . Der mittlere Impuls aller Elektronen wird also durch die äußere Kraft  $\vec{F}$  innerhalb der Zeit  $t$  um  $\delta\vec{k}$  geändert, was einer Verschiebung der Fermi-Kugel um  $\delta\vec{k}$  entspricht (siehe Abbildung (2) b)).

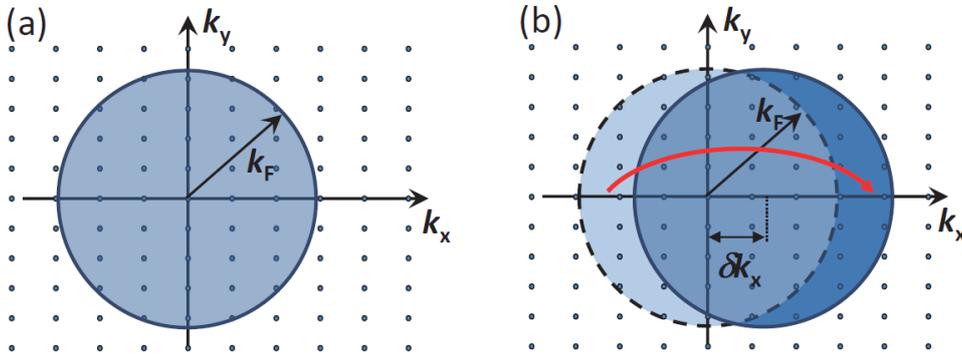


Abb. 2: (a) Fermi-Kugel ohne äußere Kraft, (b) Verschiebung der Fermi-Kugel durch die äußere Kraft  $\vec{F}$ . (Bildquelle: R. Gross, A. Marx, Festkörperphysik, 3. Auflage, De Gruyter Studium)

Wird nun die äußere Kraft abgeschaltet, so relaxiert  $\delta\vec{k} \sim \exp t/\tau$  aufgrund von Streuprozessen gegen null.

Mit der Bedingung  $\frac{d\langle\vec{k}\rangle}{dt} = 0$  für stationäre Prozesse folgt mit Gleichung (4):

$$0 = \left. \frac{\partial\langle\vec{k}\rangle}{\partial t} \right|_{\text{Kraft}} + \left. \frac{\partial\langle\vec{k}\rangle}{\partial t} \right|_{\text{Streu}} = -\frac{e}{\hbar}\vec{E}t - \frac{\delta\vec{k}}{\tau} \Leftrightarrow \delta\vec{k} = -\frac{e\vec{E}\hbar}{\tau}. \quad (8)$$

Somit ergibt sich aus Gleichung (3) das Ohmsche Gesetz:

$$\vec{j} = \frac{ne^2\tau}{m}\vec{E} = ne\mu\vec{E} = -ne\vec{v}_{\text{Drift}}, \quad (9)$$

wobei die Beweglichkeit der Elektronen gegeben ist durch  $\mu = \frac{e\tau}{m}$  und die mittlere Driftgeschwindigkeit gegeben ist durch  $\vec{v}_{Drift} = -\mu\vec{E} = \hbar\delta\vec{k}/m$ . Die Beweglichkeit der Elektronen gibt an, welche mittlere Driftgeschwindigkeit der Ladungsträger pro elektrischer Feldstärke besitzt. Mit Gleichung (1) und Gleichung (9) folgt nun für die Leitfähigkeit:

$$\sigma = ne\mu = \frac{ne^2\tau}{m} = \frac{ne^2l}{mv_F}, \quad (10)$$

wobei  $v_F$  die Fermi-Geschwindigkeit bezeichnet und  $l = v_F\tau = \frac{\hbar k_F\tau}{m}$  die mittlere freie Weglänge ist. Dabei ist die mittlere freie Weglänge die Strecke, die ein Elektron zwischen zwei Streuprozessen innerhalb der mittleren Zeit  $\tau$  zurücklegen kann. Somit ergibt sich der spezifische Widerstand  $\rho$  zu:

$$\rho = \frac{mv_F}{ne^2l}. \quad (11)$$

Ein klassisches Modell zur Beschreibung des Ladungstransports in Festkörpern ist das Drude-Modell. Anhand des Drude-Modells kann die Leitfähigkeit eines Festkörpers in Form von Gleichung (10) ebenfalls hergeleitet werden. Allerdings liefert das Drude-Modell, aufgrund seiner Annahmen, falsche Vorhersagen für die Größen der Leitfähigkeiten von Festkörpern. *In welcher physikalischen Größe, die in Gleichung (10) eingeht, ist dieser Unterschied im Wesentlichen begründet und warum?*

### Die Matthiesensche Regel

Aus der Betrachtung von Gleichung (10) folgt, dass die einzige temperaturabhängige Größe, von der die elektrische Leitfähigkeit abhängt, die mittlere Streuzzeit  $\tau$  ist. Um die Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit zu verstehen, muss daher die Temperaturabhängigkeit der im Festkörper stattfindenden Streuprozesse betrachtet werden.

Die mittlere Streuzzeit  $\tau$  wird im Wesentlichen durch die Streuung der Leitungselektronen an Defekten und Gitterschwingungen bestimmt, die Elektron-Elektron-Streuung kann vernachlässigt werden. Die Streuung der Leitungselektronen an Defekten wirkt unabhängig von der Streuung an den Gitterschwingungen, daher besteht die effektive Streurrate aus der Summe der einzelnen Streuraten:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{\text{Defekt}}} + \frac{1}{\tau_{\text{Phonon}}(T)}. \quad (12)$$

Der spezifische Widerstand ergibt sich daher ebenfalls durch einen Anteil, der durch die Defektstreuung hervorgerufen wird, und durch einen der durch die thermische Bewegung des Gitters hervorgerufen wird:

$$\rho = \rho_{\text{Defekt}} + \rho_{\text{Phonon}} = \frac{m}{ne^2\tau_{\text{Defekt}}} + \frac{m}{ne^2\tau_{\text{Phonon}}(T)}. \quad (13)$$

Dieser empirische Zusammenhang wird Matthiesensche Regel genannt.

Für Metalle versiegt bei  $T \rightarrow 0$  die Phononenstreuung und ein temperaturunabhängiger Restwiderstand tritt auf, der von den Defekten hervorgerufen wird. Bei hohen Temperaturen ( $T > \Theta_{\text{Debye}}$ ) dominiert in reinen Metallen dagegen die Elektron-Phonon-Streuung. Da die Phononendichte  $n_{\text{Phonon}}$  proportional zur Temperatur ist und das Inverse der mittleren freien Weglänge proportional zur Phonondichte ist, folgt mit der Beziehung  $l = \tau v_{\text{Fermi}}$  für die elektrische Leitfähigkeit bei Temperaturen  $T > \Theta_{\text{Debye}}$ :

$$\sigma \propto \tau_{\text{Phonon}} \propto \frac{1}{T}. \quad (14)$$

Für den spezifischen Widerstand folgt somit:

$$\rho \propto \frac{1}{\tau_{\text{Phonon}}} \propto T. \quad (15)$$

Die Debye-Temperatur von Kupfer liegt ungefähr bei  $345 \text{ K} \approx 72 \text{ }^\circ\text{C}$ .

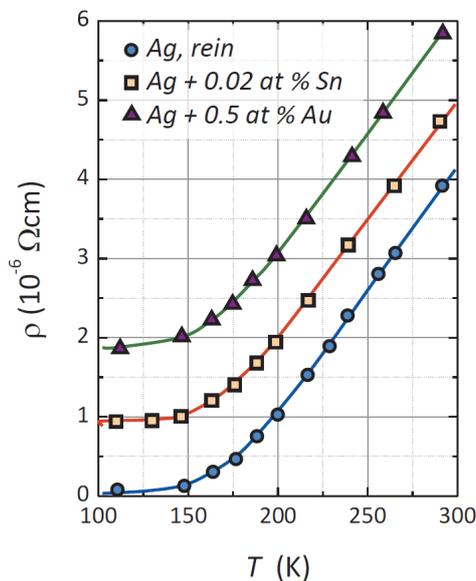


Abb. 3: Der spezifische Widerstand von Silber über der Temperatur für verschiedene Verunreinigungen der Silberprobe. (Bildquelle: R. Gross, A. Marx, Festkörperphysik, 3. Auflage, De Gruyter Studium; modifiziert)

## Halbleiter

Halbleiter und Isolatoren sind dadurch charakterisiert, dass sie bei  $T = 0 \text{ K}$  nur vollkommen gefüllte und leere Bänder besitzen. Als Bandlücke  $E_g$  wird die Energiedifferenz zwischen dem energetisch niedrigsten Zustand des vollkommen leeren Leitungsband  $E_c$  und dem energetisch höchsten Zustand des vollkommen gefüllten Valenzbandes  $E_v$  bezeichnet (vgl. Abb. 4 und 5). Ist die Bandlücke vergleichsweise klein, so können bei Raumtemperatur Elektronen thermisch in das Leitungsband angeregt werden. Der dadurch im Valenzband unbesetzte Zustand wird als Loch bezeichnet. Sowohl das Elektron im Leitungsband als auch das Loch im Valenzband führen zu einer endlichen Leitfähigkeit des Festkörpers bei Raumtemperatur, somit wird er als Halbleiter bezeichnet. Im Gegensatz dazu besitzen Isolatoren eine relativ große Bandlücke, sodass die Anzahl der thermisch angeregten Ladungsträger bei Raumtemperatur sehr klein ist. Wie zuvor in Kontext von Abb. 1 diskutiert, gibt es keine genaue Festlegung, wann ein Festkörper ein Halbleiter oder Isolator ist.

In Abb. 4 ist eine für Germanium berechnete Bandstruktur gezeigt. Dabei wird die Dispersionsrelation  $E(\vec{k})$  zwischen verschiedenen, für das jeweilige reziproke Gitter, charakteristischen Punkten (hier: L,  $\Gamma$ , X, U, K) der 1. Brillionzone eingezeichnet. Germanium besitzt die Diamantstruktur und die Elektronenkonfiguration  $[\text{Ar}]3d^{10}4s^24p^2$ . Darum bilden sich, die für die Elemente der vierten Hauptgruppe typischen,  $sp^3$ -Hybridorbitale heraus. In der Abb. 4 sind die zwei energetisch getrennten  $sp^3$ -Subbänder gezeigt. Das untere Subband ist mit den vier Valenzelektronen vollständig gefüllt, daher sind die vier Valenzbänder farbig hinterlegt.

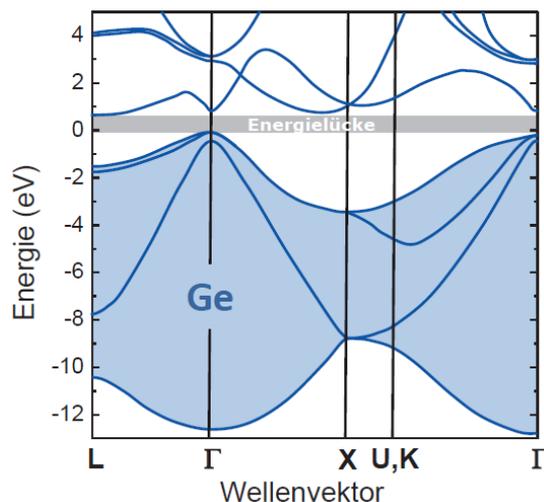


Abb. 4: Berechnete Bandstruktur von Germanium. Die vier Valenzbänder sind farbig hinterlegt. (Bildquelle: R. Gross, A. Marx, Festkörperphysik, 3. Auflage, De Gruyter Studium)

### Intrinsische Halbleiter

Intrinsische Halbleiter sind dadurch charakterisiert, dass die Elektronen nur aus dem Valenzband in das Leitungsband angeregt werden können und somit ein Loch im Valenzband entsteht.

Um den spezifischen Widerstand eines intrinsischen Halbleiters näherungsweise ableiten zu können, werden vorher die Dichte der Elektronen im Leitungsband  $n_c$  und die Dichte der Löcher im Valenzband  $p_v$  hergeleitet.

Die Besetzungswahrscheinlichkeit der elektronischen Zustände wird durch die Fermi-Dirac-Statistik  $f(E, T)$  beschrieben. Da Löcher nicht besetzte elektronische Zustände sind, wird ihre Besetzungswahrscheinlichkeit durch  $1 - f(E, T)$  beschrieben. Somit ergibt sich:

$$n_c = \frac{1}{V} \int_{E_c}^{\infty} D_c(E) f(E, T) dE, \quad (16)$$

$$p_v = \frac{1}{V} \int_{-\infty}^{E_v} D_v(E) [1 - f(E, T)] dE. \quad (17)$$

Dabei sind  $D_c(E)$  und  $D_v(E)$  die Zustandsdichten der Elektronen im Leitungsband und der Löcher im Valenzband, in der Nähe der Bandkante gilt näherungsweise

$$D_c(E) \propto \sqrt{E - E_c} \quad \text{für } E > E_c, \quad (18)$$

$$D_v(E) \propto \sqrt{E_v - E} \quad \text{für } E < E_v. \quad (19)$$

In Abb. 5 (a) und (b) ist im linken Diagramm jeweils die Energie über den Zustandsdichten aufgetragen (vgl. Gl. (18) und (19)) und im rechten Diagramm jeweils die Energie über der Änderung der Ladungsträgerkonzentration in Abhängigkeit von der Energie dargestellt (vgl. Gl. (16) und (17)).

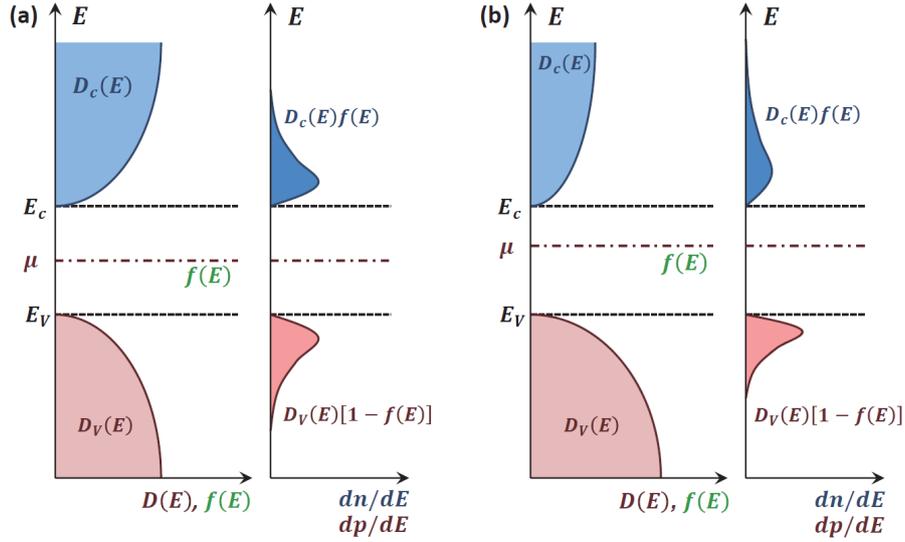


Abb. 5: Zustandsdichten, Fermi-Funktion und Elektronen- und Löcherkonzentrationen für einen intrinsischen Halbleiter für (a)  $D_v = D_c$  und (b)  $D_v \neq D_c$ . Dabei ist  $\mu$  das chemische Potential. (Bildquelle: R. Gross, A. Marx, Festkörperphysik, 3. Auflage, De Gruyter Studium)

Die „Temperaturverschmierung“ der Fermi-Dirac-Funktion bei Raumtemperatur ( $\approx 2k_B T \approx 50$  meV) ist in der Regel klein gegenüber der Bandlücke  $E_g$  des Halbleiters, somit lässt sich die Fermi-Dirac-Funktion für das Leitungs- und Valenzband durch eine Boltzmann-Verteilung annähern (Boltzmann-Näherung), damit folgt

$$f(E, T) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - \mu}{k_B T}\right) + 1} \approx \exp\left(-\frac{E - \mu}{k_B T}\right) \quad \text{für } E > E_c, \quad (20)$$

$$f(E, T) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - \mu}{k_B T}\right) + 1} \approx \exp\left(-\frac{\mu - E}{k_B T}\right) \quad \text{für } E < E_v, \quad (21)$$

dabei wird vorausgesetzt das  $\mu$  genügend weit von den Bandkanten entfernt ist. Mit diesen Näherungen ergibt sich für die Ladungsträgerdichten aus den Gleichungen (16) und (17)

$$n_c = n_c^{\text{eff}}(T) \exp\left(-\frac{E_c - \mu}{k_B T}\right), \quad (22)$$

$$p_v = p_v^{\text{eff}}(T) \exp\left(-\frac{\mu - E_v}{k_B T}\right). \quad (23)$$

Aus der Bedingung, dass freie Elektronen und Löcher nur durch Anregung aus dem Valenzband in das Leitungsband entstehen können, folgt als Ladungsneutralitätsbedingung  $n_c = p_v$ .

Die Temperaturabhängigkeit der effektiven Ladungsträgerdichten kann bei Raumtemperatur näherungsweise vernachlässigt werden  $n_c^{\text{eff}}(T) \approx n_c^{\text{eff}}$  und  $p_v^{\text{eff}}(T) \approx p_v^{\text{eff}}$ .

Die Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeiten  $\mu_n$  und  $\mu_p$  der Ladungsträger lässt sich bei Raumtemperatur ebenfalls näherungsweise vernachlässigen.

Mit der weiteren Annahme, dass die Beweglichkeiten beide miteinander übereinstimmen, ergibt sich die elektrische Leitfähigkeit näherungsweise mit Gleichung (11), unter Berücksichtigung der Löcher, und (12) zu

$$\sigma = e(n_c \mu_n + p_v \mu_p) \approx 2 e n_{\text{eff}} \mu \exp\left(\frac{-E_g}{2k_B T}\right) = \sigma_0 \exp\left(\frac{-E_g}{2k_B T}\right). \quad (24)$$

Damit ergibt sich der spezifische Widerstand näherungsweise zu

$$\rho(T) = \rho_0 \exp\left(\frac{E_g}{2k_B T}\right). \quad (25)$$

### Arrheniusgraph

Bei einem Arrheniusgraph werden die Werte einer Messgröße logarithmisch gegen den Kehrwert der (absoluten) Temperatur aufgetragen. Exponentiell von der reziproken Temperatur abhängige Werte verlaufen somit auf einer Geraden. Mit Hilfe einer linearen Regression können die Parameter der Geraden bestimmt werden.

Über die Messung des spezifischen Widerstands eines intrinsischen Halbleiters lässt sich nach Gleichung (25) die Größe der Bandlücke bestimmen. Hierzu wird ein Arrheniusgraph genutzt. Eine Logarithmierung von Gleichung (25) liefert

$$\ln(\rho(T)) = \ln(\rho_0) + \frac{E_g}{2k_B} \frac{1}{T}. \quad (26)$$

Dabei ist zu beachten, dass  $E_g$  die Bandlücke bei 0 K ist. In der Auswertung des ersten Versuchsteils soll die Bandlücke zweier Proben bestimmt werden. *Wie kann die Bandlücke anhand der Regressionsparameter bestimmt werden?* Vergleiche dazu das lineare Regressionsmodell mit Gleichung (26).

### Dotierte Halbleiter

Bei dotierten Halbleitern wird durch das Einbringen von Fremdatomen erreicht, dass elektronische Niveaus innerhalb der Bandlücke erzeugt werden. Somit können freie Ladungsträger im Leitungsband nicht nur aus dem Valenzband angeregt werden, sondern auch aus den elektronischen Niveaus, die durch die eingebrachten Fremdatome entstehen. Ein Elektron im Leitungsband kann somit entweder aus dem Valenzband oder von einem ionisierten Donatorniveau stammen. Ein Loch im Valenzband entspricht entweder einem Elektron im Leitungsband oder einem ionisierten Akzeptorniveau.

Zur Bestimmung der Ladungsträgerkonzentrationen in einem dotierten Halbleiter kann mit der selben Argumentation auf die Gleichungen (22) und (23) zurückgegriffen werden. Allerdings muss nun berücksichtigt werden, dass hier die Neutralitätsbedingung nicht mehr durch  $n_c = p_v$  gegeben ist. Zur Angabe einer Neutralitätsbedingung im dotierten Halbleiter müssen die Dichten der Donatoren und Akzeptoren berücksichtigt werden.

Die Dichte der Akzeptoren ist gegeben durch

$$n_A = n_A^0 + n_A^-, \quad (27)$$

wobei  $n_A^0$  die Dichte der neutralen und  $n_A^-$  die Dichte der ionisierten Akzeptoren bezeichnet. Die Dichte der Donatoren ist gegeben durch

$$n_D = n_D^0 + n_D^+, \quad (28)$$

wobei  $n_D^0$  die Dichte der neutralen und  $n_D^+$  die Dichte der ionisierten Donatoren bezeichnet. Somit ergibt sich als Ladungsneutralitätsbedingung

$$n_c + n_A^- = p_v + n_D^+. \quad (29)$$

Im Folgenden soll ein  $n$ -dotierter Halbleiter diskutiert werden. Dazu wird die Ionisierungsenergie der Donator-Zustände  $E_d$  in dem jeweiligen Halbleiter betrachtet. Sie ist gegeben als Differenz zwischen dem energetisch niedrigsten Zustand des vollkommen leeren Leitungsband  $E_c$  und der Energie des Donatorniveaus  $E_D$ , somit gilt  $E_d = E_c - E_D$ .

In Versuchsteil 1 soll mit Antimon dotiertes Germanium untersucht werden. Die folgenden Fragen sind zu klären, um das Verhalten der Antimon-Atome in Germanium nachzuvollziehen. *Wie groß ist die Ionisierungsenergie  $E_{d,Sb}$  von Antimon-Atomen in Germanium? Welcher Temperaturbereich wird in Versuchsteil 1 betrachtet? Wie groß ist die charakteristische Energie durch thermische Anregungen in diesem Temperaturbereich? Was folgt damit für die Antimon-Atome in Germanium in diesem Temperaturbereich?*

Durch weitere Überlegungen und Näherungen lässt sich mit Hilfe der Gleichungen (22), (23) und (29) folgendes Ergebnis herleiten

$$\frac{n_c(n_c + n_A)}{n_D - n_A - n_c} = n_c^{\text{eff}} \exp\left(\frac{-E_d}{k_B T}\right), \quad (30)$$

aus dem der Temperaturverlauf von  $n_c$  hergeleitet werden kann. Dabei kann in einem  $n$ -dotierten Halbleiter eine sehr kleine Akzeptorkonzentration angenommen werden. In dem Folgenden Abschnitt wird mit Hilfe von Gleichung (30) der Temperaturverlauf von  $n_c$  für vier verschiedene charakteristische Temperaturbereiche untersucht.

- Kompensationsbereich:

Für sehr tiefe Temperaturen gilt  $k_B T \lll E_d$ . Da sehr wenig Ladungsträger angeregt sind gilt für die Ladungsträgerdichte  $n_c \ll n_A \ll n_D$ . Somit folgt aus Gleichung (30)

$$n_c \approx \frac{n_D n_c^{\text{eff}}}{n_A} \exp\left(\frac{-E_d}{k_B T}\right). \quad (31)$$

Durch die geringe Akzeptordichte können noch alle von den Donatoren abgegebenen Elektronen aufgenommen werden, dies wird als Kompensationseffekt bezeichnet.

- Störstellenreserve:

Für tiefe Temperaturen gilt  $k_B T \ll E_d$ . Steigt die Temperatur, so können immer mehr Donatoren ionisiert werden, sodass sich nun mehr Elektronen im Leitungsband befinden, es gilt somit aufgrund der geringen Akzeptorkonzentration schnell  $n_c \gg n_A$ .

Aus  $k_B T \ll E_d$  folgt  $\exp\left(\frac{-E_d}{k_B T}\right) \ll 1$  und somit gilt  $n_c \ll n_D$ . Mit Hilfe dieser Näherungen folgt aus Gleichung (30)

$$n_c \approx \sqrt{n_D n_c^{\text{eff}}} \exp\left(\frac{-E_d}{2k_B T}\right). \quad (32)$$

Aus diesem Resultat folgt, dass in dem Temperaturbereich der Störstellenreserve die thermische Energie noch nicht ausreicht, um alle Donatoren zu ionisieren. Mit sinkender Temperatur nimmt die Ladungsträgerdichte also exponentiell ab. Es wird von einem „Ausfrieren“ der Ladungsträger gesprochen. In diesem Bereich kann die thermische Anregung von Elektronen aus dem Valenzband direkt in das Leitungsband noch vollständig vernachlässigt werden.

- Störstellenerschöpfung:

Für mittlere Temperaturen gilt  $k_B T \gtrsim E_d$ . Somit gilt näherungsweise  $\exp\left(\frac{-E_d}{k_B T}\right) \gtrsim 1$  und es gilt  $n_c \gg n_A$ . Somit folgt aus Gleichung (30)  $n_c^2 \approx n_c^{\text{eff}}(n_D - n_c)$ . Mit  $n_c \ll n_c^{\text{eff}}$  folgt schließlich näherungsweise

$$n_c \approx n_D. \quad (33)$$

Die Temperatur ist hoch genug, um alle Störstellen zu ionisieren, aber noch zu gering, um eine große Anzahl von Ladungsträgern aus dem Valenz- in das Leitungsband anzuregen. Bei Raumtemperatur sind somit alle Donatoratome ionisiert.

- Eigenleitung:

Für hohe Temperaturen gilt  $k_B T \gg E_d$ . In diesem Temperaturbereich können die Elektronen thermisch direkt aus dem Valenz- in das Leitungsband angeregt werden. Bei sehr hohen Temperaturen dominiert die Eigenleitung, die Temperaturabhängigkeit der Ladungsträgerdichten verhält sich wieder, wie bei einem intrinsischen Halbleiter.

In Abb. 6 ist die logarithmierte Elektronenkonzentration im Leitungsband  $\log(n_c)$  über der reziproken Temperatur aufgetragen, dadurch sind die Bereiche höherer Temperatur in der Nähe der Null.

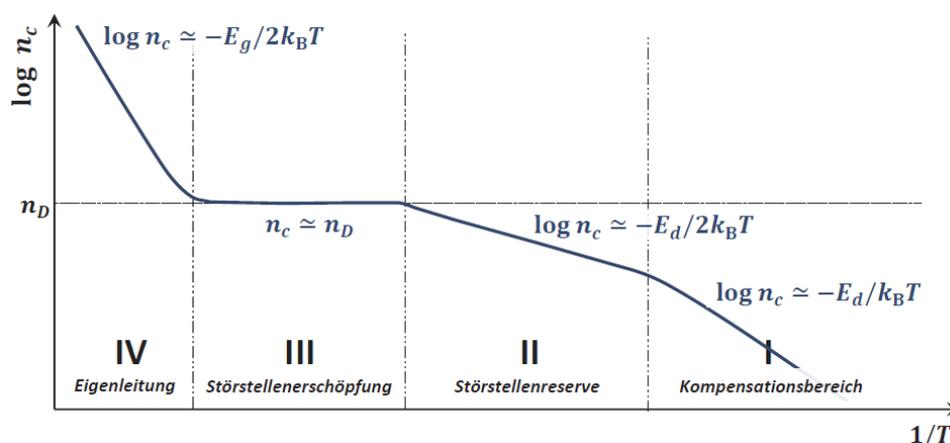


Abb. 6: Temperaturverlauf der Ladungsträgerdichte  $n_c$  in einem  $n$ -dotierten Halbleiter. Im Bereich I liegt Störstellenkompensation durch eine endliche Akzeptordichte vor, im Bereich II dominiert reine Störstellenleitung, im Bereich III der Störstellenerschöpfung sind sämtliche Störstellen ionisiert, so dass die Ladungsträgerdichte etwa konstant bleibt, und im Bereich IV tritt die Eigenleitung gegenüber der Störstellenleitung in den Vordergrund. (Bildquelle: R. Gross, A. Marx, Festkörperphysik, 3. Auflage, De Gruyter Studium; modifiziert)

Mit Blick auf den Versuchsaufbau ist der Bereich der Störstellenerschöpfung von besonderem Interesse. Im Bereich der Störstellenerschöpfung ist die Ladungsträgerkonzentration näherungsweise konstant  $n_c \approx p_v \approx \text{const.}$  (siehe Abb. 6). Mit der Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeit  $\mu \propto T^{-3/2}$  für Temperaturen  $T > \Theta_{\text{Debye}}$  (Liegt dieser Fall für die Ge Sb-dot. Probe vor?) ergibt sich für die elektrische Leitfähigkeit somit eine Temperaturabhängigkeit

$$\sigma(T) = e(n_c(T)\mu_n(T) + p_v(T)\mu_p(T)) \propto T^{-3/2}. \quad (34)$$

Die Temperaturabhängigkeit des spezifischen Widerstands ist somit näherungsweise gegeben durch

$$\rho(T) \propto T^{3/2}. \quad (35)$$

## Die Vierpunktmessung

Bei der Vierpunktmessung fließt über zwei der Zuleitungen ein elektrischer Strom zum Messobjekt und zurück zur Stromquelle. Über die anderen beiden Zuleitungen wird die am Messobjekt abfallende Spannung gemessen (s. Abb. 7). Aufgrund des hohen Innenwiderstands des Voltmeters ( $\approx 10 \text{ M}\Omega$ ) fließt durch die Zuleitungen zum Voltmeter ein deutlich geringerer Strom als durch das Messobjekt. Dadurch gilt in guter Näherung, dass keine Messabweichungen durch Stromverzweigung oder Spannungsteilung auftreten. Damit kann angenommen werden, dass der gesamte Strom durch das Messobjekt fließt und die vom Voltmeter gemessene Spannung der über dem Messobjekt abfallenden entspricht.

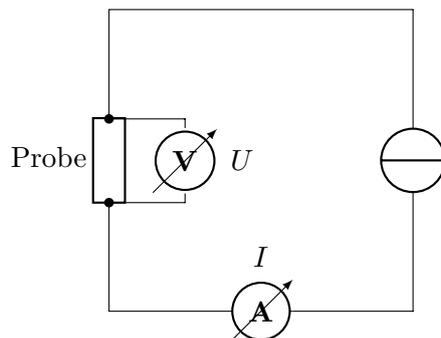


Abb. 7: Schaltung zur Vierpunktmessung

## $pn$ -Übergang im thermischen Gleichgewicht

Betrachtet man einen  $p$ -dotierten und einen  $n$ -dotierten Halbleiter im thermischen Gleichgewicht getrennt voneinander, so unterscheidet sich deren chemisches Potential. Stellt man nun einen  $pn$ -Übergang her, so muss das chemische Potential im thermischen Gleichgewicht über beide Bereiche konstant sein. Deshalb müssen sich die Valenz- und Leitungsbänder der beiden Halbleiter in einer Übergangszone um die Kontaktfläche verbiegen.

Aufgrund des Aufbaus elektronischer Komponenten und der Schaltkreise lassen sich die folgenden Betrachtungen in Näherung auf eine Dimension reduzieren.

Die "Bandverbiegung" kann durch die Einführung eines Makropotentials  $\Phi(x)$  beschrieben werden, dabei darf sich das Makropotential nur geringfügig auf der Längenskala der Gitterkonstante ändern. Das Makropotential  $\Phi$  ist nach der Poisson-Gleichung mit einer Raumladung  $\rho$  verbunden:

$$-\nabla^2\Phi = -\frac{\partial^2\Phi(x)}{\partial x^2} = \frac{\rho(x)}{\epsilon_r\epsilon_0}. \quad (36)$$

Die Elektronen im  $n$ -dotierten bzw. die Löcher im  $p$ -dotierten Bereich werden als Majoritätsladungsträger bezeichnet, da sie der im jeweiligen Halbleiter überwiegende Ladungstyp sind, so können wir die Entstehung der Raumladungszone qualitativ dadurch erklären, dass die Majoritätsladungsträger in den jeweils anders dotierten Bereich diffundieren und dort teilweise rekombinieren. Dieser Strom wird Diffusionsstrom oder Rekombinationsstrom genannt. Des Weiteren bezeichnen wir die Konzentration der Elektronen im  $p$ -Bereich mit  $n_p$  und die Konzentration der Löcher im  $n$ -Gebiet mit  $p_n$ . Die Elektronen im  $p$ -Gebiet und die Löcher im  $n$ -Gebiet werden als Minoritätsladungsträger bezeichnet. Da die Löcher aus der Grenzschicht des  $p$ -Halbleiters abwandern und ionisierte ortsfeste Akzeptoren zurückbleiben, entsteht dort eine negative Raum-

ladungszone. Ebenso bleiben durch das Abwandern der Elektronen aus der Grenzschicht des  $n$ -Halbleiter ionisierte ortsfeste Donatoren zurück und es entsteht eine positive Raumladungszone.

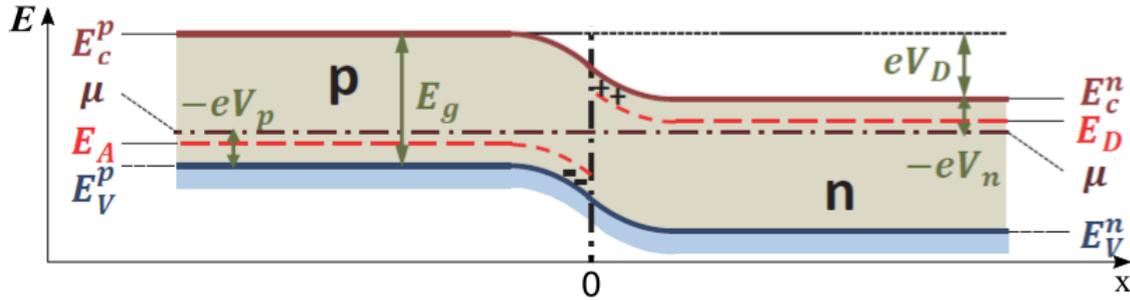


Abb. 8: Vereinfachter Bandverlauf des  $pn$ -Übergangs im thermischen Gleichgewicht. Dabei bezeichnet  $E_c^p$  die Energie der unteren Kante des Leitungsbandes im  $p$ -dotierten Gebiet,  $\mu$  das chemische Potential,  $E_A$  Energieniveau des Grundzustandes des Akzeptoratoms,  $E_v^p$  die Energie der oberen Kante des Valenzbandes im  $p$ -dotierten Gebiet,  $E_g$  die Bandlücke,  $E_c^n$  die Energie der unteren Kante des Leitungsbandes im  $n$ -dotierten Gebiet,  $E_D$  Energieniveau des Grundzustandes des Donatoratoms und  $E_v^n$  die Energie der oberen Kante des Valenzbandes im  $n$ -dotierten Gebiet. (Bildquelle: R. Gross, A. Marx, Festkörperphysik, 3. Auflage, De Gruyter Studium; modifiziert)

Es entsteht also durch den Konzentrationsgradienten der Elektronen und Löcher ein Diffusionsstrom. Das elektrische Feld, der aus dem Abwandern der Majoritätsladungsträgern entstehenden Raumladungszone, wirkt dem Diffusionsstrom entgegen.

Die Potentialdifferenz zwischen dem  $p$ - und  $n$ -Gebiet wird als Diffusionsspannung bezeichnet mit  $U_D = \Phi(\infty) - \Phi(-\infty)$ . Die Diffusionsspannung führt zu einem Driftstrom durch den die Minoritätsladungsträger, also die Elektronen im  $p$ -Gebiet und die Löcher im  $n$ -Gebiet, wieder in das jeweils andere Gebiet abwandern. Im thermischen Gleichgewicht kompensiert der Driftstrom gerade den Diffusionsstrom.

In einiger Entfernung von der Raumladungszone ist die Konzentration der Majoritätsladungsträger ( $n_n$  und  $p_p$ ) sehr hoch, sodass die Konzentration der ionisierten Donatoren  $n_D^+$  und der ionisierten Akzeptoren  $n_A^-$  im  $n$ - und  $p$ -Gebiet kompensiert wird. Somit gilt in diesem Gebiet  $\rho(x) = 0$ .

Um eine Beziehung zwischen dem Makropotential  $\Phi(x)$  und der Raumladungsdichte  $\rho(x)$  herzustellen, wird angenommen, dass alle Akzeptoren und Donatoren ionisiert sind. Somit gilt  $n_A = n_A^-$  und  $n_D = n_D^+$ . Die Ladungsträgerdichte ergibt sich somit aus den Ladungsdichten der Dotieratomen:

$$\rho(x) = e(n_D(x) - n_A(x) - n(x) + p(x)). \quad (37)$$

Die folgende Näherung ist als Schottky-Modell der Raumladungszone bekannt. Dabei wird angenommen, dass der  $pn$ -Übergang abrupt ist und die Ladungsträgerdichten gegeben sind durch:

$$x < 0 : \quad \rho(x) = e(-n_A - n(x) + p(x)) \quad (38)$$

und

$$x > 0 : \quad \rho(x) = e(n_D - n(x) + p(x)). \quad (39)$$

Die Ladungsträgerkonzentrationen  $n(x)$  und  $p(x)$  sind durch die Fermi-Verteilungsfunktion am jeweiligen Ort bestimmt. Dabei geht insbesondere der Abstand der jeweiligen Bandkante zum chemischen Potential ein. Durch die Fermi-Verteilung bedingt, verändert sich die Besetzungswahrscheinlichkeit innerhalb eines kleinen Energiebereichs von etwa  $2k_B T$  von null auf den maximalen Wert. Bei einer Temperatur von  $300 - 400 \text{ K}$  lässt sich dieser Übergangsbereich für die Konzentrationen der geladenen Donatoren  $n_D^+$  und geladenen Akzeptoren  $n_A^-$ , die nicht durch freie Ladungsträger kompensiert werden, durch eine Stufenfunktion annähern. Mit unseren Näherungen ergibt sich für die Raumladungsdichte:

$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < -d_p, \\ -en_A & \text{für } -d_p < x < 0, \\ en_D & \text{für } 0 < x < d_n, \\ 0 & \text{für } x > d_n, \end{cases} \quad (40)$$

dabei bezeichnen  $d_p$  und  $d_n$  die Breite der Raumladungszone im p- und n-Halbleiter. Somit ergibt sich für die Poisson-Gleichung (36) :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = \begin{cases} 0 & \text{für } x < -d_p, \\ \frac{en_A}{\epsilon_r \epsilon_0} & \text{für } -d_p < x < 0, \\ \frac{-en_D}{\epsilon_r \epsilon_0} & \text{für } 0 < x < d_n, \\ 0 & \text{für } x > d_n, \end{cases} \quad (41)$$

Durch eine zweifache Integration von Gleichung (41) ergibt sich das makroskopische Potential zu:

$$\Phi(x) = \begin{cases} \Phi(-\infty) & \text{für } x < -d_p, \\ \Phi(-\infty) + \frac{en_A}{2\epsilon_r \epsilon_0} (d_p + x)^2 & \text{für } -d_p < x < 0, \\ \Phi(\infty) - \frac{en_D}{2\epsilon_r \epsilon_0} (d_n - x)^2 & \text{für } 0 < x < d_n, \\ \Phi(\infty) & \text{für } x > d_n. \end{cases} \quad (42)$$

Die Randbedingungen sind die Stetigkeit von  $\Phi(x)$  und die Stetigkeit der ersten Ableitung. Bei  $x = -d_p$  und  $x = d_n$  sind die Randbedingungen offensichtlich erfüllt. Für die Stetigkeit der ersten Ableitung folgt als Bedingung:

$$n_D d_n = n_A d_p. \quad (43)$$

Somit wird vorausgesetzt, dass die negative Raumladung im p-Halbleiter mit der positiven im n-Halbleiter übereinstimmen muss. Für die Stetigkeit in  $x = 0$  von  $\Psi(x)$  folgt als Bedingung:

$$\frac{e}{2\epsilon_r \epsilon_0} (n_D d_n^2 + n_A d_p^2) = \Phi(\infty) - \Phi(-\infty) = U_D. \quad (44)$$

Mit Gleichung (43) und Gleichung (44) ergeben sich die Längen der Raumladungszonen zu:

$$d_n = \sqrt{\frac{2\epsilon_r \epsilon_0 U_D}{e} \frac{n_A/n_D}{n_A + n_D}} \quad (45)$$

und

$$d_p = \sqrt{\frac{2\epsilon_r \epsilon_0 U_D}{e} \frac{n_D/n_A}{n_A + n_D}}. \quad (46)$$

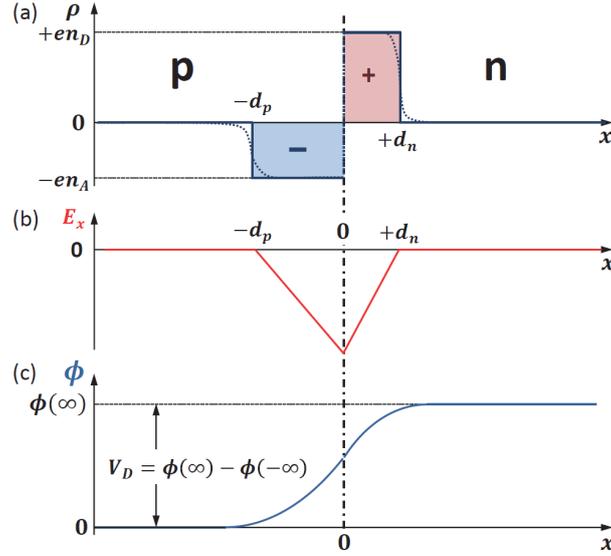


Abb. 9: (a) Verlauf der Raumladungsdichte  $\rho(x)$  (realistischer Verlauf gestrichelt), (b) des elektrischen Feldes  $E(x)$  und (c) des makroskopischen Potentials  $\Phi(x)$  im Schottky-Modell der Raumladungszone des pn-Übergangs. (Bildquelle: R. Gross, A. Marx, Festkörperphysik, 3. Auflage, De Gruyter Studium)

### pn-Übergang mit angelegter Spannung

Nun wird eine externe zeitunabhängige Gleichspannung  $U$ , die am  $pn$ -Übergang anliegt, betrachtet: Sie wird als positiv angenommen, wenn sie das Potential des  $p$ -Gebiets gegenüber dem des  $n$ -Gebiets erhöht. Durch die so angelegte Spannung wird die potentielle Energie der Elektronen im  $p$ -Gebiet um  $-eU$  abgesenkt und die der Elektronen im  $n$ -Gebiet um  $eU$  erhöht (s. Abb. (8)). Mit der Annahme, dass die angelegte Spannung  $U$  über der Verarmungszone abfällt, ändert sich das Bandschema nur im Bereich der Raumladungszone. Diese Annahme lässt sich nun mit Gleichung (44) ausdrücken:

$$\frac{e}{2\epsilon_r\epsilon_0}(n_D d_n^2 + n_A d_p^2) = \Phi(\infty) - \Phi(-\infty) = U_D - U. \quad (47)$$

Um die Längen der Raumladungszonen in Abhängigkeit von der externen Spannung anzugeben, wird in Gleichung (45) und (46) ebenfalls  $U_D$  durch  $U_D - U$  ersetzt. Somit ergibt sich für die Längen der Raumladungszonen:

$$d_n(U) = \sqrt{\frac{2\epsilon_r\epsilon_0(U_D - U)}{e} \frac{n_A/n_D}{n_A + n_D}} \quad (48)$$

und

$$d_p(U) = \sqrt{\frac{2\epsilon_r\epsilon_0(U_D - U)}{e} \frac{n_D/n_A}{n_A + n_D}}. \quad (49)$$

Durch Addition von Gleichung (48) und (49) lässt sich die Sperrschichtdicke in Abhängigkeit von der Spannung  $d_S(U)$  angeben durch:

$$d_S(U) = d_n(U) + d_p(U) = \sqrt{\frac{2\epsilon_r\epsilon_0(U_D - U)}{e} \frac{n_A + n_D}{n_A n_D}}. \quad (50)$$

Anhand von Gleichung (50) ist ersichtlich, dass die Sperrschichtdicke für positive Spannungen abnimmt, diese Richtung wird Durchlassrichtung genannt. Für positive Spannungen  $U > U_D$  kann ein elektrischer Strom durch den  $pn$ -Übergang fließen und die Raumladungszonen sind abgebaut. Für negative Spannungen nimmt die Sperrschichtdicke dagegen zu, die Richtung wird Sperrrichtung genannt.

Die in der Sperrschicht vorhandene Ladung  $Q_S$  ändert sich mit einer Ausweitung der Sperrschichtdicke und ist gegeben durch:

$$Q_S = en_D d_n(U) A = en_A d_p(U) A. \quad (51)$$

Um eine Näherung für den Wert der Kapazität der Sperrschicht  $C_S$  bei angelegter Gleichspannung  $U$  zu erhalten, wird der  $pn$ -Übergang als Plattenkondensator betrachtet, an dem eine kleine Wechselfspannung  $\delta U$  an den Raumladungszonen anliegt. Die Ladungsmenge  $\delta Q_S$ , die durch die Wechselfspannung  $\delta U$  den Raumladungszonen mit Querschnittsfläche  $A$  fließt, ist dann mit Gleichung (51) gegeben durch:

$$\delta Q_S = en_D A \frac{d d_n}{dU} \delta U + en_A A \frac{d d_p}{dU} \delta U. \quad (52)$$

Somit lässt sich bei anliegender Gleichspannung  $U$  die spannungsabhängige Kapazität des  $pn$ -Übergangs angeben durch:

$$C_S(U) = \left| \frac{dQ_S}{dU} \right| = A \sqrt{\frac{1}{2} \frac{n_A n_D}{n_A + n_D} \frac{e\epsilon_r\epsilon_0}{(U_D - U)}} = \frac{A\epsilon\epsilon_0}{d_S(U)}. \quad (53)$$

Mit Gleichung (53) lässt sich die spannungsabhängige Kapazität des  $pn$ -Übergangs auch angeben als:

$$C_S(U) = C_S(0) \sqrt{\frac{U_D}{U_D - U}}. \quad (54)$$

## Versuchsaufgaben

### Versuchsteil 1: Messung der Temperaturabhängigkeit des spezifischen Widerstands verschiedener Festkörper

In diesem Versuchsteil soll die Temperaturabhängigkeit des spezifischen Widerstands von fünf verschiedenen Festkörperproben ermittelt werden: Kupfer, Germanium, Silizium, Antimon-dotiertes Germanium und Eisen-Silizium. Die Proben befinden dazu in einer Box und können über die Heizfolie geheizt werden, auf der sie aufgeklebt sind. Die Proben temperatur wird über einen Pt100-Temperatursensor bestimmt. Um hier die Parallele zum Versuch kenntlich zu machen, ist zu klären: *Wie funktioniert ein Pt100-Temperatursensor?*

Die Temperaturabhängigkeit des spezifischen Widerstands der Proben soll beim Abkühlvorgang der Proben bestimmt werden. Dazu werden die Proben mit Hilfe der Heizfolie auf circa 80 °C erhitzt. Hierzu ist eine Heizspannung von ca. 12 V nötig, was einer Heizleistung von 12 W entspricht.

Die Proben sind jeweils für eine Vierpunktmessung kontaktiert. Während der Messung fließt durch die Probe der Probenstrom  $I$ , gleichzeitig wird die über der Probe abfallende Spannung  $U$  gemessen (s. Abb. 10). Achten Sie beim Einstellen des Probenstroms darauf, dass die Heizleistung

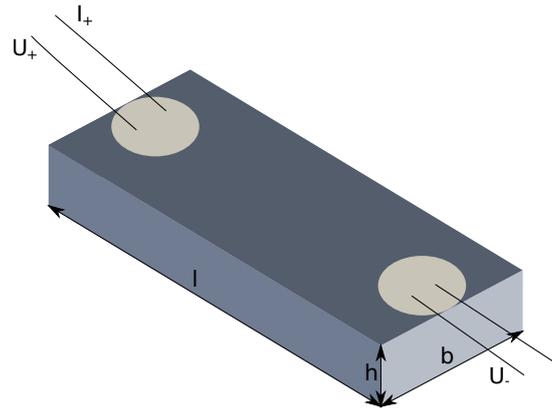


Abb. 10: Geometrie der Probe zur Vierpunktmessung

der Probe selbst zu vernachlässigen ist. Entsprechende Werte sind Tabelle 1 zu entnehmen, bei der Einstellung der Werte ist Vorsicht geboten. Es ist eine Schaltung gemäß Abbildung 7 aufzubauen. Als Stromquelle ist der Pantam Konstanter zu verwenden.

Probe	Cu	Si	FeSi	Ge	Ge Sb-dot.
Richtwert	100 mA	5 V	50 mA	10 mA	10 mA

Tabelle 1: Angaben zur Vierpunktmessung: Richtwerte bei circa 80 °C

Bei der Messung sollen die Probenspannung  $U$ , die Stromstärke  $I$  und die Temperatur  $T$  im Temperaturbereich von 30 °C – 80 °C aufgenommen werden. Dazu ist bei jeder Temperaturänderung um 5 °C ein Wertetripel aufzunehmen. Für jede der Proben ist eine Messreihe durchzuführen. Das Wertetripel bei 80 °C soll ebenfalls während des Abkühlvorgangs gemessen werden, heizen Sie dazu über 80 °C hinaus. Zur Beschleunigung der Abkühlung steht Ihnen ein Handventilator zur Verfügung.

Zur Auswertung ist für jede Probe der spezifische Widerstand  $\rho$  in  $\mu\Omega\text{cm}$  über der Temperatur  $T$  aufzutragen, dazu sind in Tabelle 2 die geometrischen Maße der Proben gegeben.

Für die undotierte Germanium- und Silizium-Probe ist die Bandlücke zu bestimmen. Dazu ist ein Arrheniusgraph zu erstellen und eine lineare Regression durchzuführen.

Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse für die spezifischen Widerstände und den Bandlücken mit Literaturwerten.

Diskutieren Sie:

- den Verlauf der Diagramme für die Ge, Ge Sb-dotiert und Si. *Was lässt sich über den Leitungstyp der Halbleiter folgern? Welchen Einfluss hat die Sb-Dotierung?*
- Ihre Ergebnisse für die FeSi-Probe. *Handelt es sich bei FeSi um einen Leiter, Halbleiter oder Isolator?*
- Ihre Ergebnisse für die Cu-Probe. *Entspricht das Ergebnis Ihren Erwartungen?*
- die durch den Versuchsaufbau bedingten systematischen Messfehler.

Probe	Höhe $h$ (mm)	Länge $l$ (mm)	Breite $b$ (mm)
Cu	0,01	13,73	3,53
Si	1,86	9,96	4,99
FeSi	1,27	4,86	3,92
Ge	1,04	8,11	3,96
Ge Sb-dot.	0,84	9,80	3,10

Tabelle 2: Maße der verschiedenen Proben in der Probenbox

## Versuchsteil 2: Bestimmung der Sperrschichtdicke einer Diode

Ziel dieses Versuchsteil ist die Bestimmung der Sperrschichtkapazität und Sperrschichtdicke eines  $pn$ -Übergangs einer Si-Gleichrichterdiode mit Hilfe einfacher Messtechniken. Die Diode wird dazu in Sperrrichtung betrieben und anstelle einer Kapazität in eine LCR-Resonanzschaltung eingefügt. Über die Bestimmung der Resonanzfrequenz des LCR-Kreises kann auf die Sperrschichtkapazität der Diode geschlossen werden.

Die dazu verwendete Gleichrichterdiode (P600M von Vishay, siehe ausliegendes Datenblatt) ist aufgrund der relativ großen Übergangflächen und der daraus resultierenden Sperrschichtkapazität gut für diesen Versuch geeignet. Die relative Permittivität von Silizium beträgt  $\epsilon_r = 11,7$  und die Querschnittsfläche  $A$  der Diode ist mit Hilfe der am Versuchsplatz ausliegenden Diode, bei der das Kunststoffgehäuse entfernt wurde, zu bestimmen.

Zur Bestimmung der Resonanzfrequenz  $f_R$  ist die in Abb. 11 dargestellte Schaltung aufzubauen. Dabei ist darauf zu achten, dass die Diode in Sperrrichtung zu schalten ist. Dazu sind die Bauteile mit folgenden Werten zu verwenden: der Vorwiderstand  $R_V = 1000 \Omega$ , der Widerstand im Schwingkreis  $R_M = 1000 \Omega$ , der Kondensator der verhindert, dass die Gleichspannung am Wechselstromgenerator anliegt  $C = 1 \mu F$  und die Induktivität des LCR-Schwingkreises  $L = 10 \text{ mH}$ .

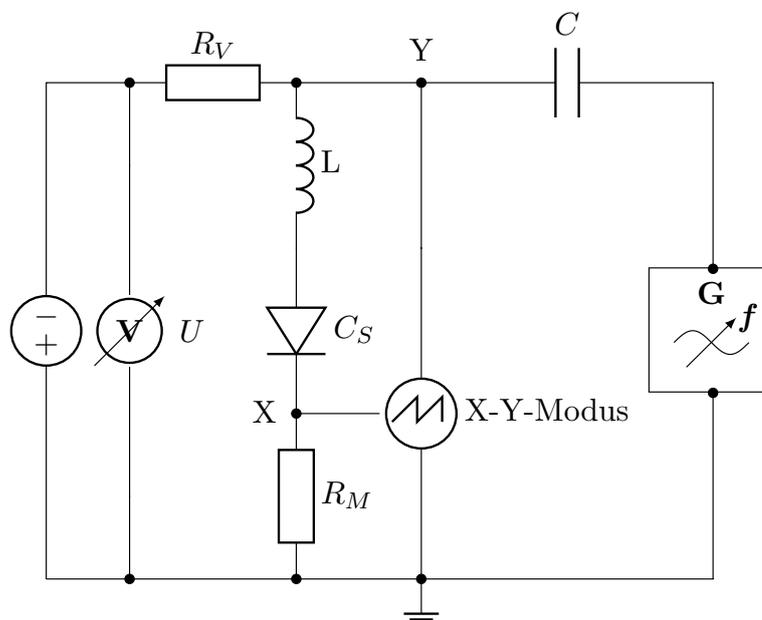


Abb. 11: Schaltung zur Bestimmung der Sperrschichtkapazität der Diode

Mit Hilfe des X-Y-Modus des Oszilloskops ist eine sehr genaue Bestimmung der Resonanzfrequenz des elektromagnetischen Schwingkreises durch die Verwendung von Lissajous-Figuren möglich. *Welche Lissajous-Figur ist im Resonanzfall zu erwarten?* Diese Genauigkeit resultiert daraus, dass im betrachteten LCR-Schwingkreis der Widerstand  $R_M$  eine vergleichsweise geringe Dämpfung des Schwingkreises bewirkt und der kapazitive Verlustwiderstand von  $C_S$  relativ groß ist.

Geben Sie die Spannung über dem Widerstand  $R_M$  an die X-Ablenkplatten und die Spannung, die über Induktivität, Diode und  $R_M$  abfällt, an die Y-Ablenkplatten des Oszilloskops.

Um die Einflüsse der sinusförmigen Wechselspannung des Funktionengenerators auf die Sperrschichtkapazität vernachlässigen zu können, ist am Funktionengenerator eine Abschwächung des Ausgangssignals um 40 dB einzustellen. Wählen Sie zu Beginn am Funktionengenerator den 10 kHz Frequenzbereich aus, um die Resonanzfrequenz zu bestimmen. Messen Sie die Frequenz der Sinusspannung mit Hilfe des Hewlett-Packard-Multimeters.

Es sollen 25 Wertetupel  $(U, f_R)$  im Bereich von  $U \in [-12 \text{ V}, 0 \text{ V}]$  aufgenommen werden. *Wie groß sind die Messfehler beim Messen an diesen Geräten?*

Bei der Bestimmung der spannungsabhängigen Sperrschichtkapazität  $C_S$  sind noch eine dazu parallel liegende spannungsunabhängige Diffusionskapazität und weitere durch die anderen Bauteile der Schaltung resultierende Kapazitäten zu beachten, die ebenfalls als parallelgeschaltet und spannungsunabhängig betrachtet werden. Somit lässt sich die Gesamtkapazität der Schaltung angeben durch  $C_G(U) = C_S(U) + C_R$ . Nach der Thomsonschen Schwingungsgleichung für ideale Reihenschwingkreise gilt:

$$C_G(U) = C_S(U) + C_R = \frac{1}{L(2\pi f_R)^2}. \quad (55)$$

Für die Spannungsabhängigkeit der Gesamtkapazität folgt mit Gleichung (55) und Gleichung (54):

$$C_G(U) = C_R + C_S(U) = C_R + C_0 \sqrt{\frac{U_D}{U_D - (-U)}}. \quad (56)$$

Um nun die spannungsabhängige Sperrschichtkapazität  $C_S(U)$  zu bestimmen, ist mit Hilfe von Gleichung (55) ein  $C_G(-U)$ -Diagramm zu erstellen (dabei ist eine Fehlerrechnung durchzuführen) und anschließend eine nicht-lineare Anpassung nach Gleichung (56) im  $C_G(-U)$ -Diagramm durchzuführen<sup>1</sup>. Dabei ist das Vorzeichen der Spannung zu beachten, siehe Gleichung (56). Die durch die nicht-lineare Anpassung erhaltenen Fit-Parameter  $C_R$ ,  $C_0$  und  $U_D$  sind festzuhalten und zu diskutieren.

Nun ist die Sperrschichtkapazität in Abhängigkeit von der Spannung zu bestimmen (Fehlerrechnung) und ein  $C_S-U$ -Diagramm zu erstellen und zu diskutieren. Diskutieren Sie die Größenordnung der für  $C_S$  erhaltenen Werte mit Hilfe der im Vishay-Datenblatt angegebenen Sperrschichtkapazität  $C_J$ .

Mit Gleichung (53) ist die Sperrschichtdicke in Abhängigkeit von der Spannung  $d_S(U)$  zu bestimmen (Fehlerrechnung) und ein  $d_S-U$ -Diagramm anzufertigen und zu diskutieren.

Die Sperrschichtdicke  $d_0$  ist für den Fall, dass die Sperrspannung nicht anliegt, auch durch Anwenden der Formel

$$d_0 = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{A}{C_0} \quad (57)$$

zu bestimmen (Fehlerrechnung). Der erhaltene Wert ist zu diskutieren.

<sup>1</sup>Mit Hilfe von ORIGIN können Sie unter „Analyse“ → „Anpassung“ → „Nichtlinearer Fit“ → „Dialog öffnen“ eine geeignete Fit-Funktion für die nicht-lineare Anpassung erstellen.



## General Purpose Plastic Rectifier



P600

### FEATURES

- Low forward voltage drop
- Low leakage current
- High forward current capability
- High forward surge capability
- Solder dip 275 °C max. 10 s, per JESD 22-B106
- Material categorization: For definitions of compliance please see [www.vishay.com/doc?99912](http://www.vishay.com/doc?99912)



RoHS COMPLIANT

### TYPICAL APPLICATIONS

For use in general purpose rectification of power supplies, inverters, converters and freewheeling diodes application.

### MECHANICAL DATA

**Case:** P600, void-free molded epoxy body  
Molding compound meets UL 94 V-0 flammability rating  
Base P/N-E3 - RoHS-compliant, commercial grade

**Terminals:** Matte tin plated leads, solderable per J-STD-002 and JESD 22-B102

E3 suffix meets JESD 201 class 1A whisker test

**Polarity:** Color band denotes cathode end

PRIMARY CHARACTERISTICS	
$I_{F(AV)}$	6.0 A
$V_{RRM}$	50 V, 100 V, 200 V, 400 V, 600 V, 800 V, 1000 V
$I_{FSM}$	400 A
$V_F$	0.9 V, 1.0 V
$I_R$	5.0 $\mu$ A
$T_J$ max.	150 °C
Package	P600
Diode variations	Single die

MAXIMUM RATINGS ( $T_A = 25$ °C unless otherwise noted)									
PARAMETER	SYMBOL	P600A	P600B	P600D	P600G	P600J	P600K	P600M	UNIT
Max. repetitive peak reverse voltage	$V_{RRM}$	50	100	200	400	600	800	1000	V
Max. RMS voltage	$V_{RMS}$	35	70	140	280	420	560	700	V
Max. DC blocking voltage	$V_{DC}$	50	100	200	400	600	800	1000	V
Max. average forward rectified current at	$T_A = 60$ °C, 0.375" (9.5 mm) lead length (fig. 1)	6.0							A
	$T_L = 60$ °C, 0.125" (3.18 mm) lead length (fig. 2)	22							
Peak forward surge current 8.3 ms single half sine-wave superimposed on rated load	$I_{FSM}$	400							A
Operating junction and storage temperature range	$T_J, T_{STG}$	- 50 to + 150							°C

ELECTRICAL CHARACTERISTICS ( $T_A = 25$ °C unless otherwise noted)										
PARAMETER	TEST CONDITIONS	SYMBOL	P600A	P600B	P600D	P600G	P600J	P600K	P600M	UNIT
Max. instantaneous forward voltage	6.0 A	$V_F$	0.90						1.0	V
	100 A		1.30						1.4	
Max. DC reverse current at rated DC blocking voltage	$T_A = 25$ °C	$I_R$	5.0						$\mu$ A	
	$T_A = 100$ °C		1.0						mA	
Typical reverse recovery time	$I_F = 0.5$ A, $I_R = 1.0$ A, $t_{rr} = 0.25$ A	$t_{rr}$	2.5						$\mu$ s	
Typical junction capacitance	4.0 V, 1 MHz	$C_J$	150						pF	