Technische Universität Braunschweig

INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Prof. Dr. Wolfram Brenig
Erik Wagner

14. Übungsblatt

Keine Abgabe, Besprechung in der Vorlesung am Do, 06.02.2020, 11:30 Uhr, Kasten neben A316

Übungsblätter gibt es unter `https://www.tu-braunschweig.de/theophys/lehrveranstaltungen/wintersemester-2019/20/thermodynamik`.

55. Thermodynamische Relationen

(a) Zeigen Sie die Gültigkeit der folgenden thermodynamischen Relation

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_{T,N} = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{V,N} .$$

(b) Zeigen Sie die Gültigkeit der folgenden thermodynamischen Relation

$$\left(\frac{\partial \mu}{\partial V}\right)_{N,T} = -\frac{\left(\frac{\partial N}{\partial V}\right)_{\mu,T}}{\left(\frac{\partial N}{\partial \mu}\right)_{V,T}} .$$

(c) Zeigen Sie mithilfe des allg. großkanonischen Potentials $K = E - TS + PV - \mu N$ die Relation

$$\left(\frac{\partial K}{\partial N}\right)_{V,T} = \left(\frac{\partial \mu}{\partial V}\right)_{N,T} \left(\frac{1}{\delta} - V\right) ,$$

wobei $\delta = \frac{1}{N}\left(\frac{\partial N}{\partial V}\right)_{\mu,T}$.

56. Joule'scher-Kreisprozess

Gasturbinen und Strahltriebwerke können durch den Joule'schen Kreisprozess beschrieben werden. Dieser besteht aus den folgenden Schritten:

$A \to B$: Adiabatische Kompression

$B \to C$: Isobare Erwärmung mit Volumenänderung

$C \to D$: Adiabatische Expansion

$D \to A$: Isobare Abkühlung mit Volumenänderung

Dieser Prozess soll mit einem idealen Gas betrieben werden.

(a) Skizzieren Sie den Prozess im (S, T)-Diagramm und im (P, V)-Diagramm. Geben Sie die funktionalen Abhängigkeiten in den einzelnen Teilschritten an.

(b) Bestimmen Sie die übertragene Wärme und die geleistete Arbeit bei den vier Schritten (als Funktion der Temperaturen an den vier Eckpunkten).

(c) Zeigen Sie, dass der Wirkungsgrad dieser Maschine gegeben ist durch

$$\eta = 1 - \frac{T_A}{T_B}.$$

Bitte wenden! →

57. **Virialentwicklung**

Die Wechselwirkung der Teilchen eines Gases werde näherungsweise durch folgendes Potential beschrieben:

$$w(r) = \begin{cases} \infty & \text{wenn } r \leq d \\ -\epsilon(2d - r) & \text{wenn } d < r \leq 2d \\ 0 & \text{wenn } 2d < r \end{cases}$$

wobei $r \geq 0$ der Radius in Kugelkoordinaten, $d > 0$ ein Abstand und $\epsilon > 0$ zwei Parameter sind.

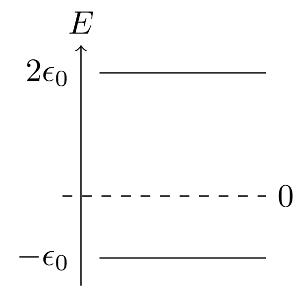
(a) Berechnen Sie für dieses Potential den (klassischen) zweiten Virialkoeffizienten.

(b) Stellen Sie damit die Zustandsgleichung $P = P(N, V, T)$ auf.

(c) Berechnen Sie dann die Energie $E = E(N, V, T)$ und die spezifische Wärme C_v in gleicher Ordnung.

58. **Quasiteilchen**

1) Wir betrachten Fermionen ohne Spin mit folgendem Energieschema:



$$\begin{aligned} E_1 = &\ -\epsilon_0 \\ E_2 = &\ 2\epsilon_0 \\ \epsilon_0 > &\ 0 \end{aligned}$$

(a) Geben Sie die Besetzungszahl $N(T, \mu)$ für dieses Energieschema an.

(b) Bestimmen Sie das chemische Potential $\mu(T)$ als Funktion der Temperatur T so, dass die Besetzungszahl $N(T, \mu) = 1$ ist.
Hinweis: Sie können sich viel Schreibarbeit mit der Ersetzung $a = e^{\epsilon_0/(k_B T)}$ und $x = e^{-\mu/(k_B T)}$ sparen.

(c) Bestimmen Sie das asymptotische Verhalten von $\mu(T)$ für kleine $T \ll \epsilon_0/k_B$ und für große $T \gg \epsilon_0/k_B$.

(d) Skizzieren Sie $\mu(T)$.

2) Betrachten Sie ein spinloses Quasibosonengas in einer Raumdimension (1D) mit $\epsilon_k = \hbar^2 k^2/2m$ in einem System der Länge L.
Berechnen Sie die Zustandsdichte $z(\epsilon)$ dieses Gases.