



11. Übungsblatt

Abgabe: Di, 21.01.2020 bis 11:30 Uhr, Kasten neben A316

Übungsblätter gibt es unter <https://www.tu-braunschweig.de/theophys/lehrveranstaltungen/wintersemester-2019/20/thermodynamik>.

43. **Wissensfragen (2 Punkte)**

Bitte benennen Sie alle verwendeten Symbole und antworten Sie in vollständigen Sätzen.

- (a) Wie lautet das Stefan-Boltzmann-Gesetz? Was beschreibt es?

44. **Das van-der-Waals-Gas und kritische Exponenten (10 Punkte)**

In der van-der-Waals-Theorie wird ein reales Gas durch die van-der-Waals'sche Zustandsgleichung beschrieben:

$$Nk_B T = \left(P + \frac{aN^2}{V^2} \right) (V - bN),$$

wobei a, b Konstanten sind, die man aus der Virialentwicklung gewinnt.¹

- (a) Bringen Sie die van-der-Waals'sche Zustandsgleichung in die reduzierte Form. Bestimmen Sie dafür die Werte am kritischen Punkt (P_c, V_c, T_c).
- (b) Nutzen Sie eine geeignete Taylorentwicklung um den kritischen Punkt des van-der-Waals-Gases herum und zeigen Sie, dass der Druck entlang der kritischen Isothermen ($T = T_c$) durch ein Potenzgesetz beschrieben werden kann:

$$P - P_c \propto (n - n_c)^\delta.$$

Bestimmen Sie auch den kritischen Exponenten δ .

- (c) Bestimmen Sie für die Kompressibilität κ_T die Temperaturabhängigkeit nahe der kritischen Temperatur T_c wobei $V = V_c$ gelten soll. Sie sollten folgendes Potenzgesetz erhalten:

$$\kappa_T \propto (T - T_c)^{-\gamma}.$$

Bitte wenden! →

¹ a ist als Kohäsionsdruck und b als Kovolumen bekannt

45. **Thermodynamische Herleitung des Stefan-Boltzmann-Gesetzes (10 Punkte)**

Neben der in der Vorlesung gezeigten statistischen Herleitung des Stefan-Boltzmann-Gesetzes gibt es noch eine rein thermodynamische. Hierzu wird zunächst der Zusammenhang $3PV = E$ klassisch hergeleitet.

Betrachten Sie einen Hohlraumstrahler mit Volumen V , Photonenzahl N und Gesamtenergie E .

- (a) Betrachten Sie den (elastischen) Stoß eines Photons an einer Wand des Hohlraums. Berechnen Sie den Impulsübertrag pro Zeitintervall in Abhängigkeit der Einfallswinkel φ und ϑ .
- (b) Berechnen Sie außerdem die Zahl der pro Zeitintervall mit der Wand (Fläche A) unter den Winkeln φ und ϑ stoßenden Photonen.
- (c) Mitteln Sie nun den Gesamtimpulsübertrag über den Raumwinkel und zeigen Sie so $3PV = E$.
- (d) Zeigen Sie, dass

$$\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P$$

gilt.

- (e) Nehmen Sie an², dass sich die Energie als $E = Vf(T)$ schreiben lässt. Benutzen Sie dies und Ihre vorherigen Resultate, um das Stefan-Boltzmann-Gesetz bis auf eine Konstante zu erhalten.

46. **Zustandsgrößen des idealen Gases (8 Punkte)**

Betrachten Sie das ideale Gas und berechnen Sie aus der freien Energie

$$F = -kT \ln Z$$

mit der bekannten Zustandssumme Z aus Aufgabe 12 und der Differentialrelation

$$dF = -SdT - PdV + \mu dN$$

die Ausdrücke für die Größen

- (a) Entropie S ,
- (b) Druck P ,
- (c) chemisches Potential μ ,
- (d) spezifischen Wärmen C_V und C_P .

²Da es sich um ein System freier Teilchen handelt, können intensive Zustandsgrößen wie die Energiedichte nur von der Temperatur abhängen.