



7. Übungsblatt

Abgabe: keine Abgabe

Fragen zu den Aufgaben: Uwe Motschmann, Raum 3.312, Tel.: 391-5186, u.motschmann@tu-bs.de

15. Trägheitskräfte

Im Lokalen Inertialsystem IS' ist die Bewegung eines kräftefreien Massenpunkts gegeben durch

$$\frac{d^2 x^{i'}}{d\tau^2} = 0 \quad . \quad (1)$$

Es soll überprüft werden, dass die Formulierung der Gleichung in einem beliebigen Nicht-Inertialsystem KS die bekannten Trägheitskräfte enthält. Gehen Sie dazu folgendermaßen vor:

- (a) Zeigen Sie, dass Gleichung (1) in KS mit den Koordinaten ξ^i

$$\frac{d^2 \xi^i}{d\tau^2} = -\Gamma_{jk}^i \frac{d\xi^j}{d\tau} \frac{d\xi^k}{d\tau} \quad (2)$$

lautet.

- (b) Betrachten Sie als KS ein rotierendes Koordinatensystem mit $\xi^1 = x$, $\xi^2 = y$, $\xi^3 = z$, $\xi^4 = ct$, d.h.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \omega t' & \sin \omega t' \\ -\sin \omega t' & \cos \omega t' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \quad (3)$$

sowie $z' = z$ und $t' = t$. Die gestrichenen Größen bezeichnen die Koordinaten des lokalen Inertialsystems IS' . Lösen Sie nach x' und y' auf und bestimmen Sie die vollständigen Differentiale dx' und dy' .

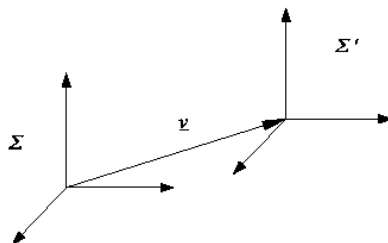
- (c) Berechnen Sie nun das Wegelement ds^2 in KS und lesen Sie den metrischen Tensor g_{ij} ab.
 (d) Bestimmen Sie die Christoffel-Symbole über die Geodätengleichung, wobei als Kurvenparameter die Eigenzeit τ zu benutzen ist. Geben Sie nun die resultierenden Trägheitskräfte an.

Bemerkung: Wenn die Christoffel-Symbole aus der Geodätengleichung abgelesen werden sollen, müssen die zweiten Ableitungen entkoppelt sein. Die Entkopplung entspricht dem Schritt von Gleichung (II.163) zu (II.164) innerhalb der Ableitung der allgemeinen Geodätengleichung im Skript.

- (e) Zeigen Sie, dass für $v \ll c$ die in (d) bestimmten Trägheitskräfte zu den bekannten Ausdrücken für die Zentrifugal- und Corioliskraft führen.

Bitte wenden →

16. Lorentz-Transformation



Zwei Minkowski-Systeme Σ und Σ' sind achsenparallel ausgerichtet, der konstante Geschwindigkeitsvektor $\underline{v}$ der Relativbewegung habe jedoch beliebige Richtung (vgl. Abbildung).

(a) Beweisen Sie die Lorentz-Transformationsformel

$$L_j^{i'} = \begin{pmatrix} \delta_b^a + \beta \frac{u^a}{c} \frac{u_b}{c} & -\frac{u^a}{c} \\ -\frac{u_b}{c} & \frac{u^4}{c} \end{pmatrix} , \quad (4)$$

mit der Vierer-Geschwindigkeit

$$u^i := \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \begin{pmatrix} v^a \\ c \end{pmatrix} \quad (5)$$

und

$$\beta := \left[\sqrt{1 - v^2/c^2} - \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \right] \frac{c^2}{v^2} , \quad (6)$$

sowie der Standard-Notation $a, b = 1, 2, 3; i, j = 1, \dots, 4$.

(b) Verifizieren Sie, dass Gleichung (4) im Spezialfall $\underline{v} = v \underline{e}_1$ in die spezielle Lorentz-Transformationsformel (E-Dynamik-Skript III.90) übergeht.