



0. Übungsblatt

Präsenzübung, keine Abgabe

Übungsblätter gibt es unter <https://www.tu-bs.de/theophys/edu/wise-1920/thermo1920>.

1. Wissensfragen

Bitte benennen Sie alle verwendeten Symbole und Größen.

- (a) Geben Sie die Definition des Binomialkoeffizienten an.
- (b) Geben Sie die Definition der Fakultät an.
- (c) Geben Sie den binomischen Lehrsatz an.

2. Rund um die Binomial-Verteilung

Eine Wahrscheinlichkeitsverteilung ist die Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu allen Ereignissen einer Zufallsvariablen X . Eine bekannte diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung ist die **Binomial-Verteilung**

$$B(x, n, p) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}. \quad (1)$$

mit $n \in \mathbb{N}$, $p \in [0, 1]$ und $x \in \{0, 1, \dots, n\}$.

Das mit den Wahrscheinlichkeiten gewichtete Mittel $\langle X \rangle$ aller möglichen Werte einer Zufallsvariablen wird als ihr **Mittelwert** bezeichnet. Im Fall der diskreten Binomial-Verteilung gilt also:

$$\langle X \rangle := \sum_{x=0}^n x B(X=x, n, p). \quad (2)$$

- (a) Berechnen Sie den Mittelwert der Binomial-Verteilung durch Gleichung (2) unter Ausnutzung des binomischen Lehrsatzes.
- (b) Die **Varianz**

$$\text{Var}X = (\Delta X)^2 = \langle (X - \langle X \rangle)^2 \rangle = \langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2 \quad (3)$$

ist (wie die **Standardabweichung** ΔX) ein Maß für die Abweichung einer Observablen von ihrem Mittelwert.

Berechnen Sie die Varianz der Binomial-Verteilung.

Folgern Sie das **Gesetz der großen Zahlen** aus den relativen Schwankungen $\frac{\Delta X}{\langle X \rangle}$.

- (c) Vertrauen Sie einem Würfel, der von 100 Würfeln 20mal eine Sechs zeigt?
Wie ist es bei einem Würfel, der von 1000 Würfeln 200 Sechser erzielt?
Begründen Sie Ihre Antwort!

Bitte wenden! →

3. Unterscheidbare und ununterscheidbare Kugeln

- (a) m Kugeln sollen auf N Töpfe verteilt werden. Dabei fasst jeder Topf beliebig viele Kugeln. Die Kugeln seien jedoch unterscheidbar, man kann sie sich beispielsweise nummeriert vorstellen.
- (b) Wir verteilen wieder m Kugeln auf N Töpfe. Dabei fasst jeder Topf beliebig viele Kugeln, welche jedoch ununterscheidbar sein sollen.
- (c) Es sollen m Kugeln auf N Töpfe (mit $m < N$) verteilt werden. Jetzt soll allerdings jeder Topf nur eine Kugel aufnehmen können. Die Kugeln sollen ununterscheidbar sein.
- Berechnen Sie für jeden der drei Fälle die Anzahl der möglichen Anordnungen.
 - Die Aufgabenteile beschreiben verschiedene Arten von Teilchen, welche in einem System mit N Zuständen (z. B. Energiezustände) angeordnet werden.
Um welche Teilchen handelt es sich in den jeweiligen Teilaufgaben?