

Imperfektionen von satteldachförmigen Fachwerkträgern aus Holz

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Martin H. Kessel
Institut für Baukonstruktion und Holzbau
Technische Universität Braunschweig
Schleinitzstr. 21A
38106 Braunschweig
m-h.kessel@tu-bs.de

Zusammenfassung

Im Rahmen des Nachweises der Tragfähigkeit müssen Ort, Form und Größe der Imperfektionen eines Dachtragwerks so gewählt werden, wie sie im Rahmen des Herstellungs- und Montageprozesses möglicherweise tatsächlich, systematisch oder zufallsbedingt auftreten können. Die an einer Stichprobe von Dachtragwerken in Nagelplattenbauart gemessenen Imperfektionen werden vorgestellt. Hinsichtlich ihrer Auswirkungen auf die Tragfähigkeit müssen nur die speziellen Imperfektionen untersucht werden, die der Eigenform der aus vielen Stäben zusammengesetzten Struktur, die den untersten Eigenwert liefert, affin sind. Beim Eulerstab liefert z. B. die halbwellige Vorkrümmung die für die Tragfähigkeit maßgebende Knicklast. Daher ist die Kenntnis der zum untersten Eigenwert gehörigen Eigenform notwendig, um aus allen möglichen Imperfektionen diejenige Kombination auswählen zu können, die für den Grenzzustand der Tragfähigkeit maßgebend ist. Die maßgebenden Imperfektionen in Form von Schrägstellung des satteldachförmigen Fachwerkträgers und Vorkrümmung seines Obergurtes, die für die Beanspruchungen des Aussteifungsverbandes, der Dachlatten und des Obergurtes verschieden sind, werden angegeben. Zur Abschätzung der Wahrscheinlichkeit des gleichzeitigen Vorhandenseins von zufallsbedingten und systematischen Imperfektionen wird ein stochastisches Modell beschrieben und seine Ergebnisse mit dem Normansatz des Stahlbaus verglichen.

Abstract

Imperfections of pitched timber trusses

For the analysis of the load bearing capacity of a roof truss, location, size and shape of applied imperfections must be defined in such a way that they are similar to the ones that occur in practice either systematically or randomly due to the manufacturing or assembly process. The results of the measurements of imperfections of randomly chosen nail plate roof trusses are presented in this paper. The impact on the load-bearing strength must only be verified for the imperfections which are affine to the eigenmode of the structure composed of many struts providing the lowest eigenvalue. This is similar to the Euler column where the half-wave deflection provides the critical buckling load for the load bearing strength. Therefore it is necessary to determine the eigenmode that corresponds to the lowest eigenvalue to be able to select from all possible imperfections the combination that is decisive for the limit state of the load-bearing capacity. The decisive imperfections in form of out of plumpness of the gable roof truss and initial deflection of its top chord which are different for the loads of the bracing system, the roof battens and the top chord will be defined. To estimate the probability of parallel occurrence of random and systematic imperfections a stochastic model will be described and its results will be compared with the DIN and EUROCODE standard approach in steel construction.

1 Einleitung

Imperfektionen beinhalten materielle Inhomogenitäten (strukturelle Imperfektionen) und durch den Herstellungsprozess bedingte Abweichungen von den Planungsdaten, insbesondere von der Planungsgeometrie (geometrische Imperfektionen). Nach Regel (2) des Abschnitts 8.4 der DIN 1055-100:2001-03 müssen solche Abweichungen in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit berücksichtigt werden, wenn sie nicht zu vernachlässigende Auswirkungen auf die Tragwerkszuverlässigkeit haben. In der Regel werden alle diese Abweichungen vom perfekten Planungszustand, wie er z. B. in Bild 1 dargestellt ist, durch geometrische Imperfektionen beschrieben.

Ihre Auswirkungen sind abhängig von

- der Art, Gestalt und Beanspruchung des Primärsystems: Druckstab, Biegeträger, Rahmen, Bogen, Stabwerk, ...
- der Art der geometrischen Imperfektion, das sind exzentrische Lagerung, Schrägstellung, Vorkrümmung oder exzentrische Lasteinleitung, und
- der Form der Imperfektion, die im Herstellungsprozess erzeugt wird und nicht die Rand- und Übergangsbedingungen des Tragsystems berücksichtigt.

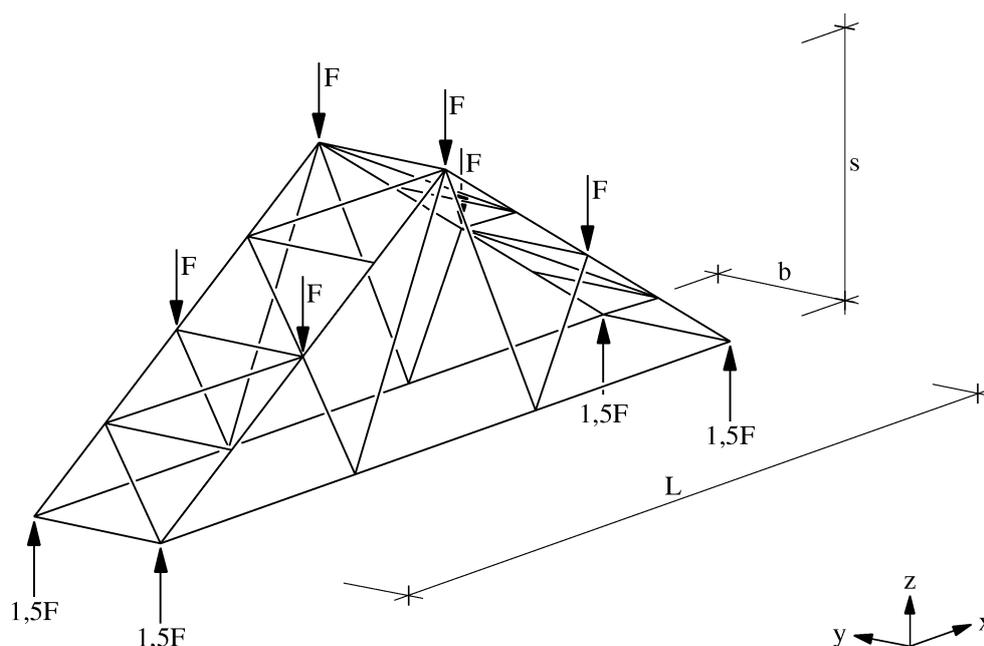


Bild 1: Perfektes Tragmodell, entsprechend der Ausführungsplanung

Figure 1: Perfect truss, corresponding to the design plan

Imperfektionen sind nach Ort, Größe und Form zufallsbedingt, können aber auch systematisch entstehen. Ihre Größe wird betragsmäßig durch in Vorschriften festgelegte Qualitätsanforderungen (z. B. Längskrümmung in Tabelle 2 der DIN 4074-1:2008-12) begrenzt. Die Form ergibt sich überwiegend aus dem Herstellungsprozess des Bauteils.

Die zu berücksichtigenden Imperfektionen werden in Abschnitt 8.5 der DIN 1052:2008-12, der Regeln für nichtlineare elastische Berechnungen enthält, in Form einer wahrscheinlichen Vorkrümmung (Bild 2 und Bild 3) und Schrägstellung (Bild 4) des unbelasteten Tragwerks angegeben. Die für die analytische Beschreibung der Imperfektionen angenommenen Funktionen müssen nicht den geometrischen Rand- und Übergangsbedingungen des statischen Modells genügen.

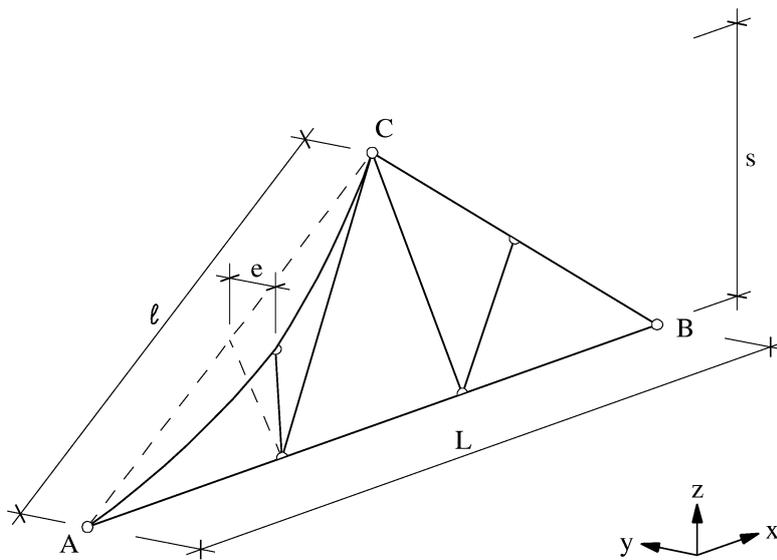


Bild 2: Vorkrümmung des Obergurts in Form einer Sinushalbwellen ($m = 1$)

Figure 2: Initial curvature of the top chord in the shape of a sinus half wave ($m=1$)

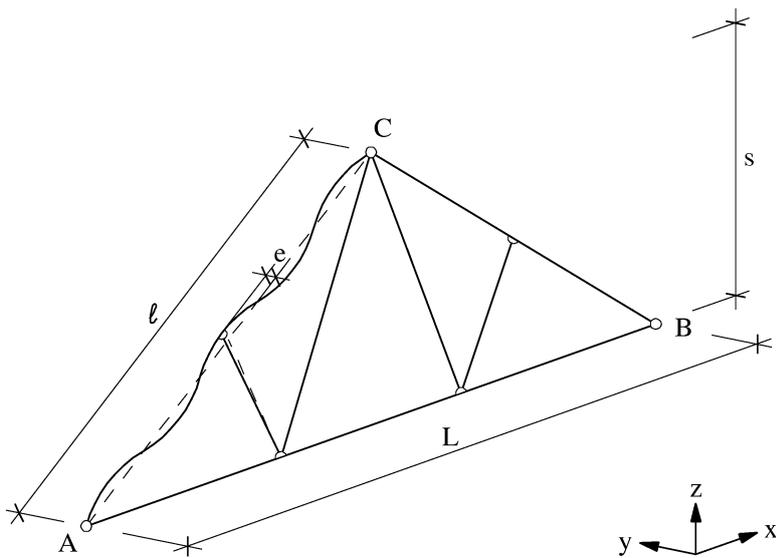


Bild 3: Vorkrümmung des Obergurts in Form mehrerer Sinushalbwellen ($m = 5$)

Figure 3: Initial curvature of the top chord in the shape of multiple sinus half waves ($m=5$)

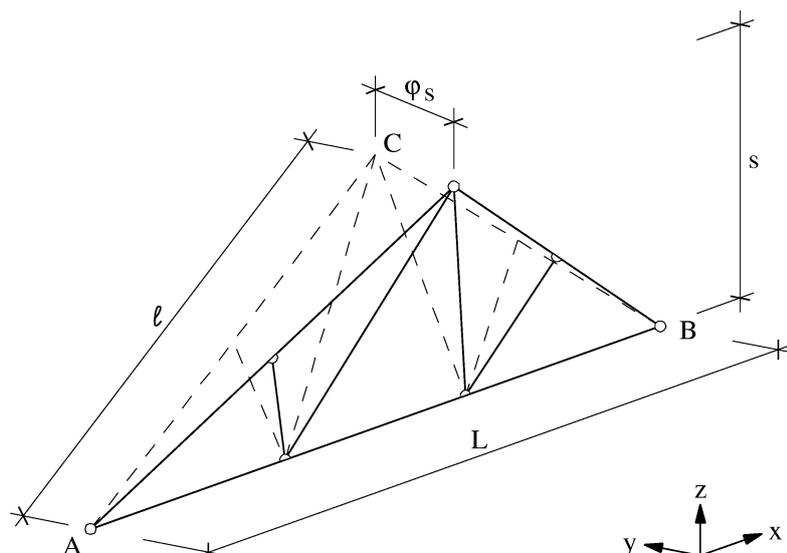


Bild 4: Schrägstellung eines Binders

Figure 4: Out-of-plumbness of a trussed rafter

Der Einfluss der Imperfektionen auf die Grenzzustände der Tragfähigkeit kann nur durch die Berechnung der Beanspruchungen am räumlichen Sekundärsystem ermittelt werden. Die Berechnung kann entweder geometrisch nichtlinear unter Berücksichtigung der Imperfektionen $\pm\Delta a$ in der Systemgeometrie oder linear unter Berücksichtigung einer Ersatzlastgruppe (wie die Gruppe q, Q in Gleichungen 16 und 17 der DIN 1052:2008-12) bei perfekter Systemgeometrie durchgeführt werden. Größe und Form der Ersatzlastgruppen müssen so gewählt sein, dass sie im Tragwerk Beanspruchungen verursachen, die den durch die Imperfektionen direkt verursachten Beanspruchungen vergleichbar sind. Imperfektionen oder Ersatzlastgruppen müssen in ungünstigster Weise mit den Einwirkungen kombiniert werden.

2 Eigenformen des Sekundärsystems und Wahl der Imperfektionen

Ort, Form und Größe der Imperfektionen müssen so gewählt werden, wie sie im Rahmen des Herstellungs- und Montageprozesses möglicherweise tatsächlich, systematisch oder zufallsbedingt auftreten können. Dies bedeutet jedoch nicht, dass auch alle möglichen Imperfektionen hinsichtlich ihrer Auswirkungen auf die Tragfähigkeit untersucht werden müssten. So wie beim Eulerstab die für die Tragfähigkeit maßgebende Knicklast, nämlich der unterste Eigenwert, durch eine spezielle Form der Imperfektion, nämlich die zum untersten Eigenwert gehörige Eigenform (Sinushalbwellen), verursacht wird, so lässt sich für jede auch aus vielen Stäben zusammengesetzte Struktur die spezielle Eigenform bestimmen, die den untersten Eigenwert liefert. Der Eigenwert ist ein Vielfaches des auf die Struktur einwirkenden Lastvektors. Beim Eulerstab ist er also ein Vielfaches der von ihm zu tragenden Druckkraft. Spätestens wenn die Druckkraft bzw. der Lastvektor eine Größe nur wenig unter oder sogar über dem untersten Eigenwert besitzt, stellen sich Beanspruchungen auf Grund übermäßiger Verformungen ein, die zum Versagen der Struktur führen – es sei denn, die Struktur ist sehr schlank.

Daher ist die Kenntnis der zum untersten Eigenwert gehörigen Eigenform notwendig, um aus allen möglichen Imperfektionen diejenige Kombination auswählen zu können, die für den Grenzzustand der Tragfähigkeit maßgebend ist.

2.1 Eigenformen ohne Windrispe

Das in Bild 5 dargestellte Modell eines perfekten Sekundärsystems besteht aus 2 symmetrischen Dreieckbindern als Primärsysteme und verbindenden Stäben in der Obergurtebene, obwohl in Wirklichkeit ein Verband mit Gurten als vorgefertigtes eigenständiges Bauteil vorhanden ist. Die Füllstäbe der Binder und die verbindenden Stäbe sind gelenkig mit den

durchlaufenden Ober- und Untergurten verbunden. Die Gurtstäbe sind im First und den Traufen ebenfalls gelenkig untereinander verbunden. Dadurch bilden die Stäbe in den beiden Obergurtebenen einen abgeknickten von Traufe zu Traufe gespannten Fachwerkträger. Verformungen in den Verbindungen werden nicht berücksichtigt, obwohl die Verbindungen im First insbesondere für Beanspruchungen in y -Richtung und für Verdrehungen der Gurte um die z -Achse alles andere als starr sind. Dies gilt auch für den Schubverbund der Obergurte von Binder zu Binder, der durch die verbindenden Diagonalen erzeugt wird. Mit diesem Modell können also nur grundsätzliche Charakteristiken des Tragverhaltens des Sekundärsystems gezeigt werden.

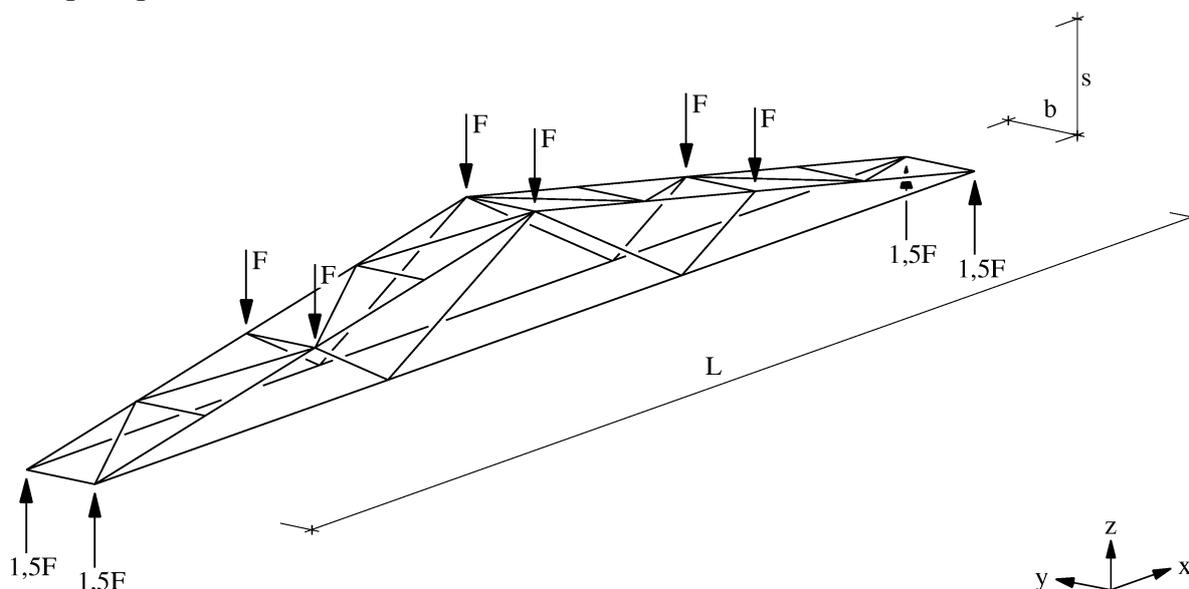
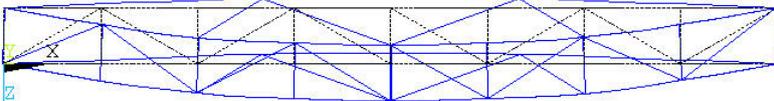
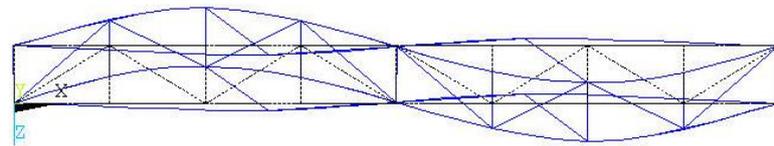
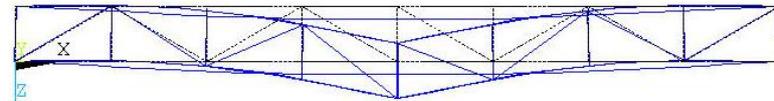
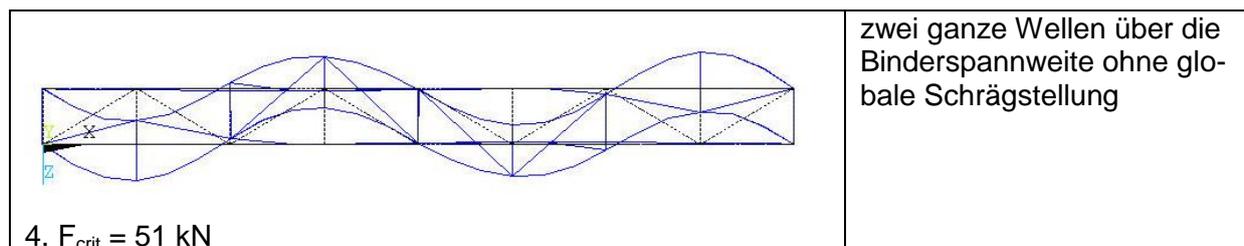


Bild 5: Modell eines perfekten symmetrischen Sekundärsystems

Figure 5: Model of a perfect symmetric secondary system

In Bild 6 sind die ersten 4 Eigenformen des Modells in Bild 5 nach Mertinashk (2002) zusammengestellt. Zusätzlich wird der Zusammenhang zu den möglichen Imperfektionen hergestellt. Die Länge der Binder beträgt $L = 10\text{m}$, die Höhe $s = 1,25\text{m}$ und die Breite des Sekundärsystems $b = 0,75\text{m}$. Dieses System wird durch 6 vertikale Einzelkräfte F belastet, die jeweils im First und in den Obergurtmitten angreifen.

 <p>1. $F_{\text{crit}} = 20\text{ kN}$</p>	<p>Halbwelle über die Binderspannweite oder globale Schrägstellung und Halbwelle über die Obergurtlänge (Bild 7)</p>
 <p>2. $F_{\text{crit}} = 30\text{ kN}$</p>	<p>ganze Welle über die Binderspannweite ohne globale Schrägstellung</p>
 <p>3. $F_{\text{crit}} = 36\text{ kN}$</p>	<p>globale Schrägstellung und Halbwelle über die Obergurtlänge in entgegengesetzter Richtung</p>

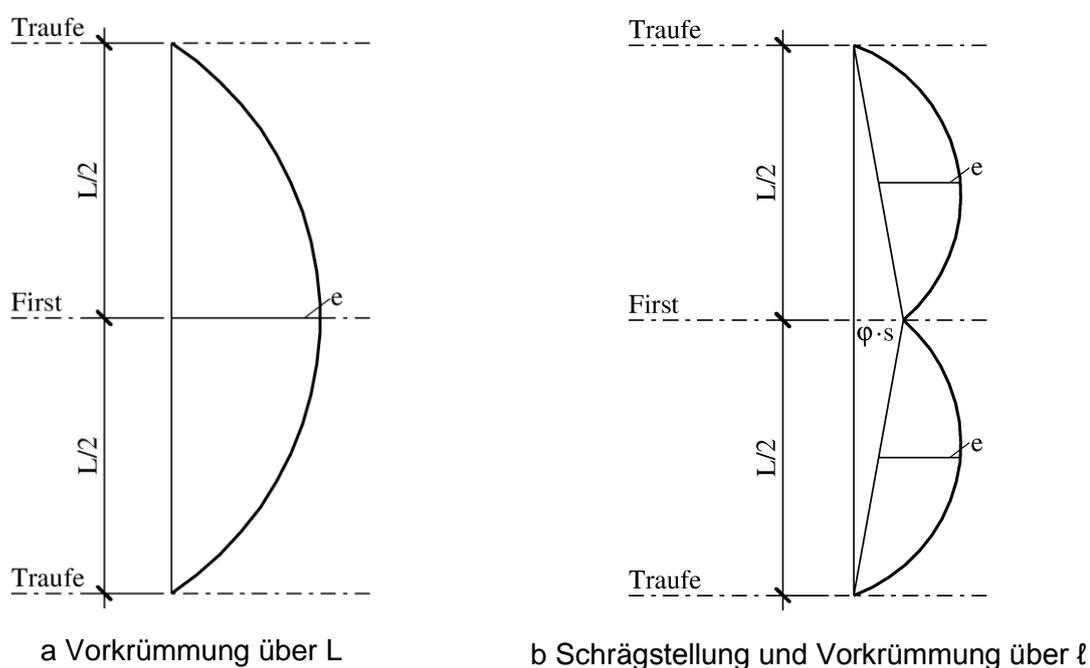


4. $F_{\text{crit}} = 51 \text{ kN}$

Bild 6: Die ersten 4 Eigenformen des Modells in Bild 5 und ihre Eigenwerte (ohne Windrispe) nach Mertinaschk (2002)

Figure 6: The first four eigenmodes of the secondary system shown in Bild 5 and their eigenvalues (without wind bracing), Mertinaschk (2002)

Welche Imperfektionen entsprechen nun der maßgebenden Eigenform in Bild 6a? Es gibt zwei mögliche Interpretationen, die in Bild 7 dargestellt sind.



a Vorkrümmung über L

b Schrägstellung und Vorkrümmung über l

Bild 7: Mögliche Interpretationen der Eigenformen in Bild 6a für $\alpha = 18^\circ$

Figure 7: Possible interpretations of eigenmodes shown in Bild 6a where $\alpha = 18^\circ$

In Bild 7a handelt es sich um eine aus dem Grundriss in die Obergurtebene projizierte Vorkrümmung der Obergurte über die gesamte Spannweite L

$$v_e(x) = e \cdot \sin \frac{\pi x}{L} \quad \text{mit dem Stichmaß } e = \frac{L}{\varepsilon} = \frac{L}{400} \quad \text{Gl. 1}$$

im First und in Bild 7b um eine kombinierte Imperfektion. Für sie ergibt sich im First

$$\varphi s = \frac{s}{200} = \frac{L}{400} \tan \alpha < \frac{L}{400} \quad \text{für } \alpha < 45^\circ, \quad \text{Gl. 2}$$

$$\varphi s = \frac{1}{3} \frac{L}{400} \quad \text{für } \alpha = 18^\circ.$$

Die Interpretation in Bild 7b führt also für alle Dachneigungen $\alpha < 45^\circ$ im Firstpunkt und für $\alpha < 19^\circ$ in jedem Punkt zu kleineren Imperfektionen des Sekundärsystems.

2.2 Eigenformen mit Windrispe und elastischen Verbindungen

Für die in Bild 8 und Bild 9 dargestellten Eigenformen wurde ein wesentlich wirklichkeitsnäheres Modell des Sekundärsystems verwendet. Die Verbände als eigenständige vorgefertigte Bauteile werden auf jeder Dachseite durch jeweils einen Biegestab modelliert. Die beiden Biegestäbe sind untereinander im First weder schub- noch biegesteif und mit den Obergurten schubweich verbunden. Zusätzlich wird der First der Dreieckbinder durch eine Windrispe gehalten.

Werden die Verformungen in den Verbindungen berücksichtigt und ist die Windrispe ausreichend steif, so ergeben sich die in Bild 8 dargestellten Eigenformen.

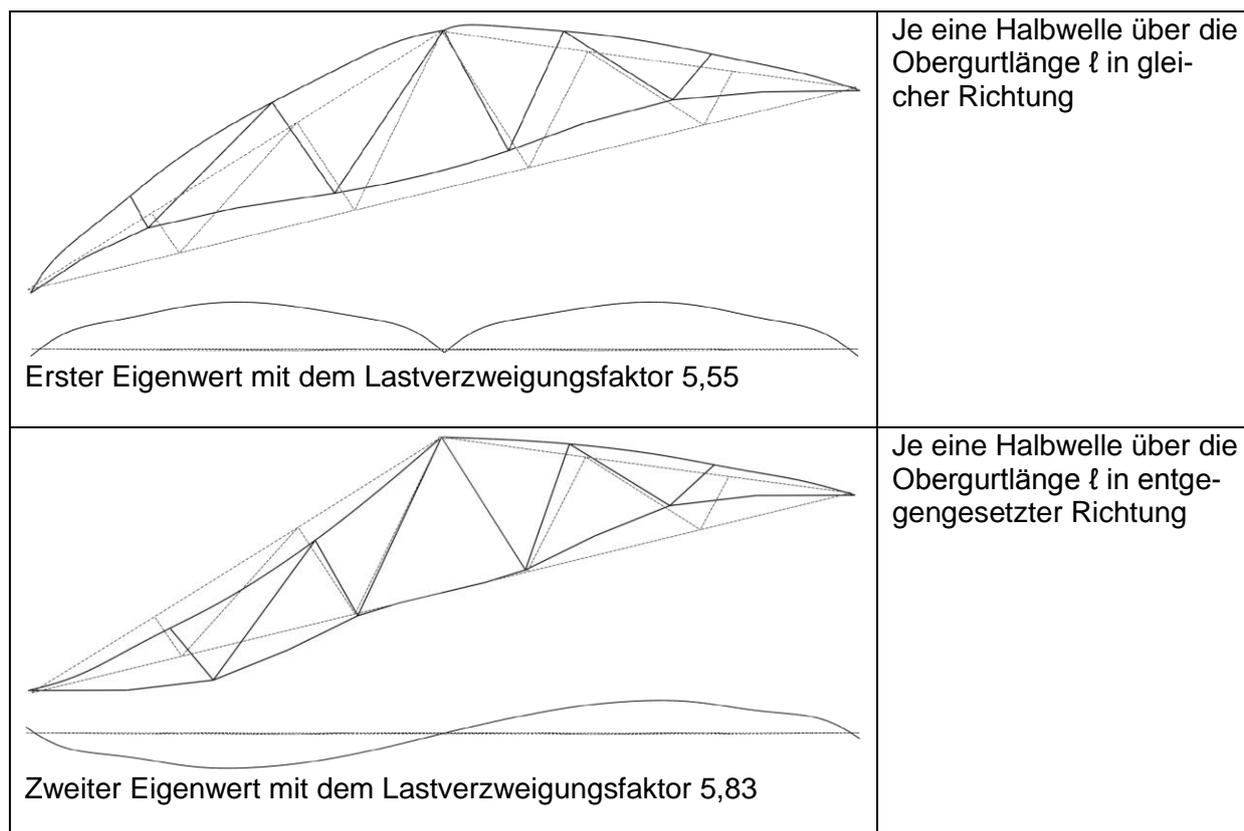


Bild 8: Die ersten 2 Eigenformen eines Sekundärsystems mit Verband und steifer Windrispe

Figure 8: The first 2 eigenmodes of a secondary system with bracing structure and stiff wind bracing

Eine Eigenform in Form einer Halbwelle über die Binderspannweite L tritt wegen der ausreichend steifen Windrispe und der nicht über den First durchlaufend biegesteifen Verbände nicht mehr auf. Ebenso fehlt eine Eigenform, die der 3. Eigenform in Bild 6c entspricht, da wegen der weichen Schubverbindungen von Verband und Obergurten der Verband im Traufbereich nicht mehr elastisch eingespannt ist.

Wenn die Windrispe nicht mehr die Anforderungen an die Mindeststeifigkeit erfüllt, ergibt sich als 1. Eigenform das Kippen des Binders. Dieses Phänomen ist in Bild 9 für eine auf $1/8$ der Mindeststeifigkeit reduzierte Windrispensteifigkeit zu erkennen.

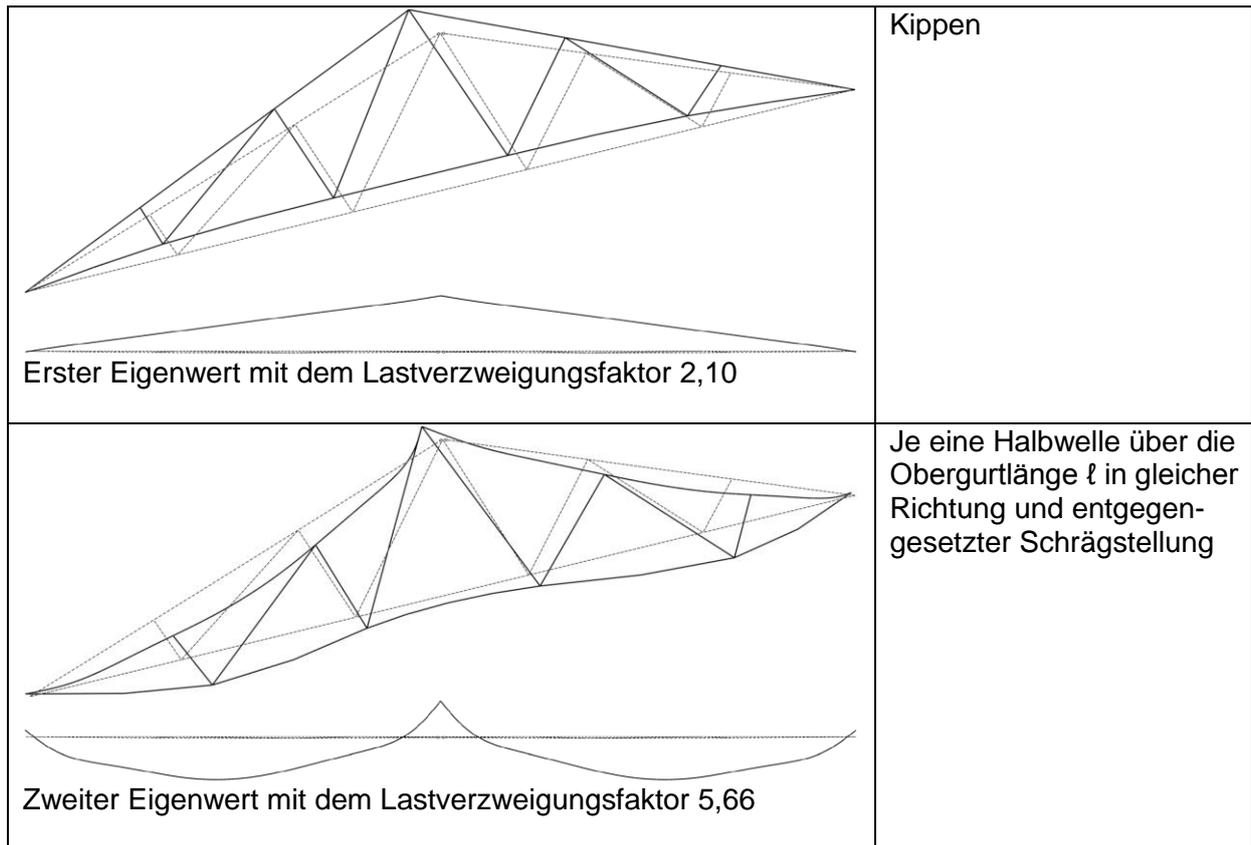
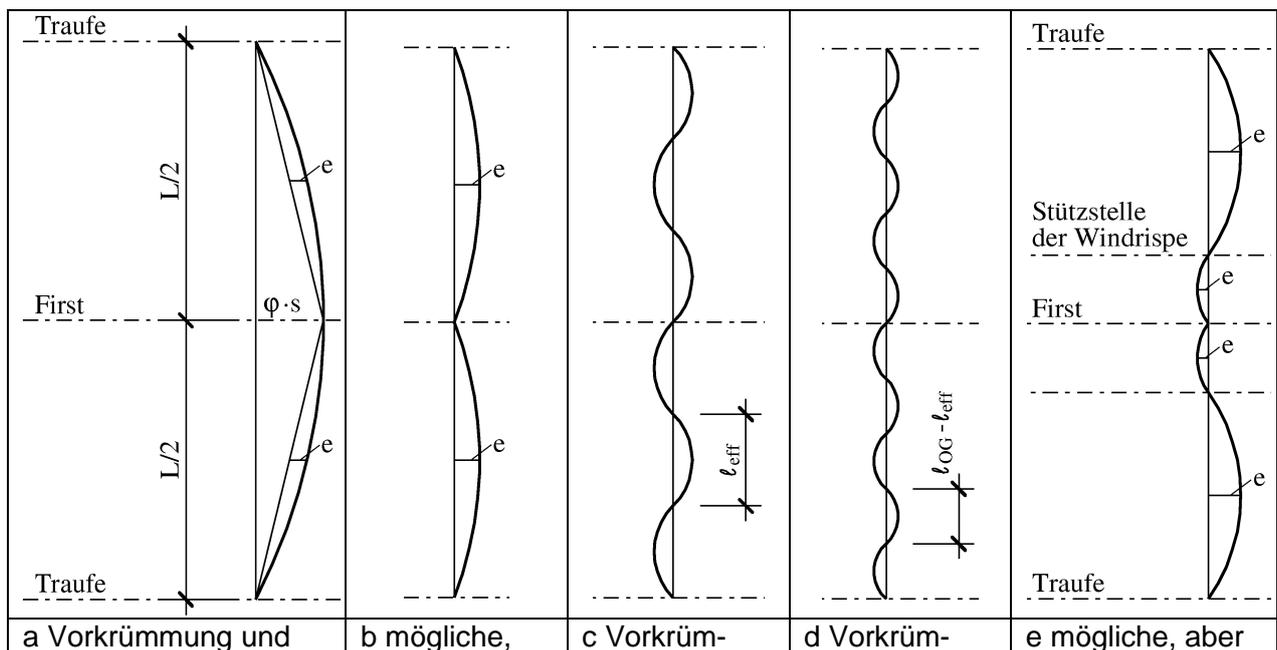


Bild 9: Die ersten 2 Eigenformen eines Sekundärsystems mit Verband und weicher Windrispe

Figure 9: The first 2 eigenmodes of a secondary system with bracing structure and sagging wind bracing

Auch hier tritt keine Eigenform in Form einer Halbwelle über die Binderspannweite L auf. Für die Beanspruchung der Windrispe ist jedoch nach wie vor eine der in Bild 7 dargestellten Imperfektionen maßgebend. Voraussetzung für die hier gewählte Interpretation in Bild 7b sind die im Folgenden erläuterten Montagebedingungen.

Abschließend sind die für die einzelnen Bauteile maßgebenden Imperfektionen in Bild 10 zusammengestellt.



Schrägstellung zur Berechnung der maximalen Windrispen- und Verbandbeanspruchung	aber nicht maßgebende Vorkrümmung des Obergurtes	mung des Obergurtes zur Berechnung der maximalen Dachlattenbeanspruchung	mung des Obergurtes zur Berechnung der Biegebeanspruchung bzw. Ersatzstablänge des Obergurtes	nicht maßgebende Vorkrümmung des Obergurtes mit Anschluss der Windrispe unterhalb des Firstes
--	--	--	---	---

Bild 10: Schrägstellung und Vorkrümmungen zur Berechnung der maximalen Beanspruchungen

Figure 10: Out-of-plumbness and initial curvatures for the analysis of maximum loads

2.3 Montagebedingungen

Für die in Bild 10a gewählte Vorkrümmung und Schrägstellung zur Berechnung der maximalen Windrispenbeanspruchung gibt es zwei Voraussetzungen. Erstens muss das erste Verbandsfeld auf einer sorgfältig ausgerichteten Unterkonstruktion am Boden vormontiert werden, wie in Bild 11 schematisch dargestellt. Die Montageschwellen müssen parallel und in Waage liegen.

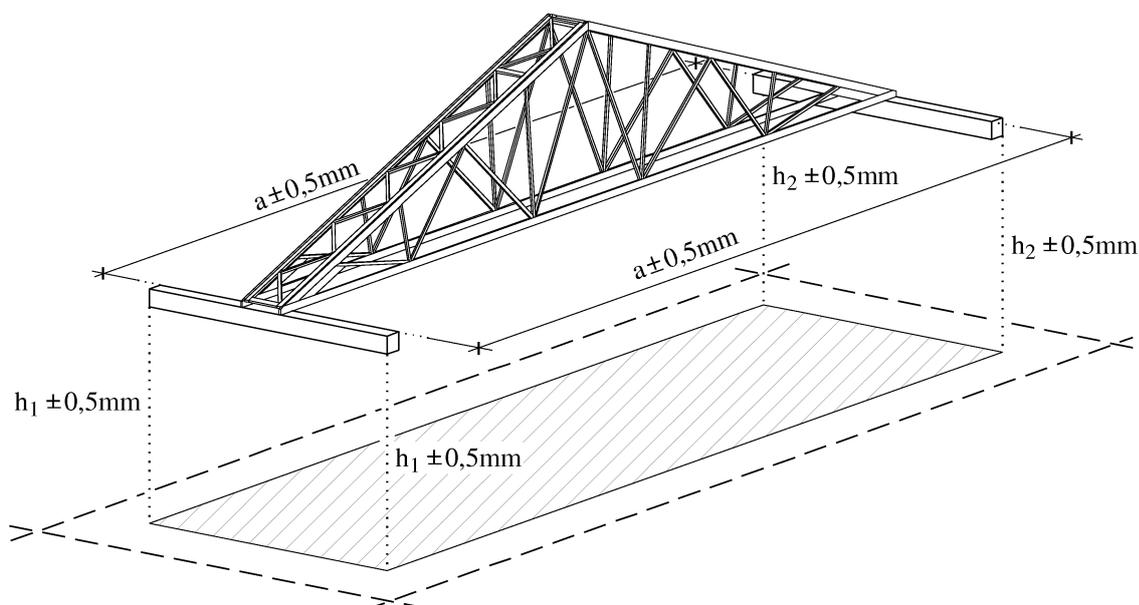


Bild 11: Toleranzen zur Ausrichtung der Montageschwellen am Boden

Figure 11: Tolerances for the alignment of base beams on the floor

Zweitens muss nach dem Aufsetzen auf die Ringbalken der Firstpunkt jedes Binders ingenieurmäßig ins Lot gerückt werden. Bezugslinie hierfür ist die Verbindungslinie der Auflagerpunkte des Dreieckbinders.

a Seitenansicht 1 des auf Böcken liegenden Binders	
b Seitenansicht 2 des auf Böcken liegenden Binders	c Seitenansicht 2 des aufgesetzten Binders

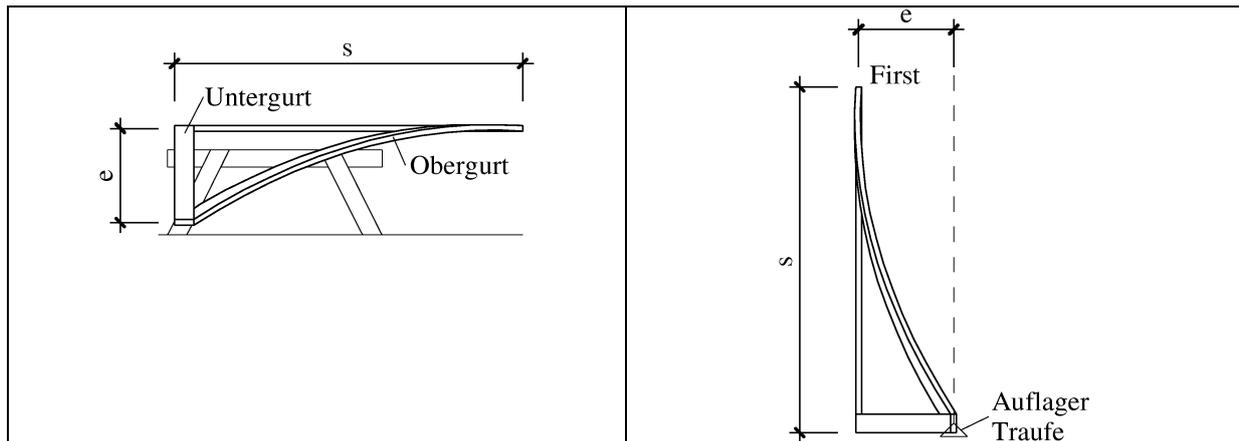


Bild 12: Liegender und aufgesetzter vorgekrümmter Binder

Figure 12: Resting and erected curved truss

Zur Erläuterung dient der in Bild 12a und b nach Ankunft auf der Baustelle in den Seitenansichten 1 und 2 liegend dargestellte Binder. Wird dieser vorgekrümmte Binder auf die Ringbalken der Traufe aufgesetzt, so ergibt sich die Seitenansicht 2 in Bild 12c. Für diese Lage des Binders gibt es zwei mögliche Ausrichtungen des Firstpunktes, die in Bild 13a und b dargestellt sind. Sie machen zwei unterschiedliche Imperfektionsannahmen erforderlich.

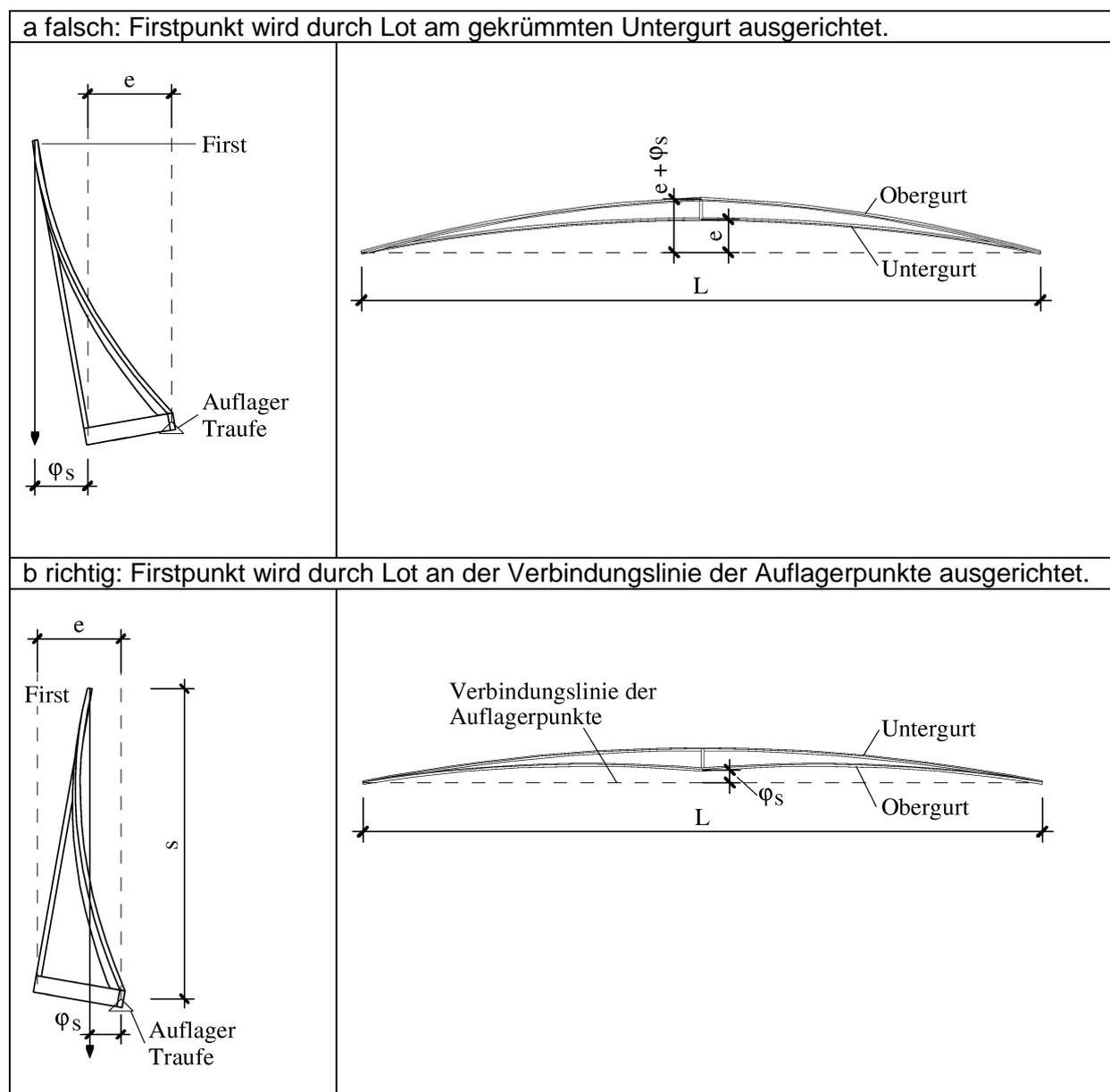


Bild 13: Ausrichtung des Firstpunktes eines vorgekrümmten Binders

Figure 13: Alignment of the apex point of a curved truss

In Bild 13a wird der Firstpunkt mit Hilfe der Lotschnur am imperfekten Untergurt ausgerichtet. Das ist grundsätzlich falsch, da das Einmessen der Lage eines Bauteils immer in Bezug auf die perfekte Geometrie erfolgen *muss*. Da die Vorkrümmung e des Untergurtes und die Schrägstellung φ_s unabhängige Imperfektionen sind, müsste in diesem Fall wegen der Fehlerfortpflanzung und aus Gründen der Sicherheit im First die Imperfektion $e + \varphi_s$ berücksichtigt werden, was aus Gründen der Wirtschaftlichkeit nicht besonders sinnvoll ist.

In Bild 13b ist die einzig sinnvolle Art der Ausrichtung des Firstpunktes an der Verbindungslinie der Auflagerpunkte dargestellt. Die Imperfektion im First hat dann die Größe φ_s .

Bei den Dreieckbindern mit Auskrägung sind in Bild 14 der Firstpunkt und die beiden Knickpunkte k und beim Trapezbinder, der keinen Firstpunkt hat, nur die beiden Knickpunkte k ins Lot zu bringen.

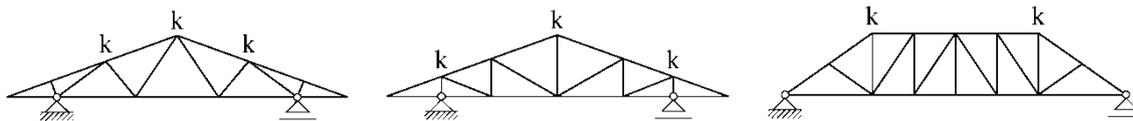


Bild 14: Lotrechte Ausrichtung in den Knoten k

Figure14: Vertical alignment in the nodes k

Jeder Knoten k ist eine Art Knickpunkt in dem Sinne, dass in ihm die beiden maßgebenden Druckstäbe aus zwei unterschiedlichen Richtungen zusammentreffen. Jeder der beiden Druckstäbe besitzt unabhängige Vorkrümmungen und damit seinen eigenen Verband. Beide Verbände müssen in diesem Knoten horizontal gelagert werden. Die Imperfektion der Lagerung bewirkt an dieser Stelle die Schrägstellung des Binders.

3 Zum gleichzeitigen Auftreten einer Imperfektion in mehreren Primärsystemen

Ort, Größe und Form der Imperfektionen in Nagelplattenkonstruktionen ergeben sich zum Teil systematisch und zum Teil zufällig. Sie entstehen durch den Wuchs des Baumes, den Holzeinschnitt und durch die Vorrichtungen und Werkzeuge und die Art ihrer Verwendung bei Herstellung, Transport und Montage der Nagelplattenbinder. Während systematische Imperfektionen zu Abweichungen in der Geometrie aller Elemente einer Gruppe führen, weicht durch zufallsbedingte Imperfektionen die Geometrie nur einer sich zufällig einstellenden Anzahl der Elemente einer Gruppe von der Planungsgeometrie ab. Die Wahrscheinlichkeit des Auftretens einer bestimmten Anzahl von imperfekten Elementen kann berechnet werden, sofern die hierfür erforderlichen statistischen Daten vorliegen. Eine Gruppe in diesem Sinne ist z. B. ein Binderdach, das aus n Bindern besteht, oder ein aus n Abschnitten bestehender Binderobergurt, dessen Länge gleich dem n-fachen Dachlattenabstand ist.

3.1 Systematische Imperfektionen

Die bei der *Herstellung* der Binder im Werk erzeugten systematischen Imperfektionen sind auf Grund ihrer Kleinheit für die Tragfähigkeit der räumlichen Konstruktion nicht relevant. Bei Abweichungen von der Planungsgeometrie in relevanter Größe handelt es sich nicht um Imperfektionen, sondern um Fehler, die im Rahmen der Qualitätssicherung festgestellt und ausgebessert werden müssen, gegebenenfalls müssen auch Bauteile ausgetauscht werden. Dies gilt auch für Abweichungen von der Planungsgeometrie, die während des Transports erzeugt werden. Auswirkungen von Fehlern, die durch die Qualitätssicherung nicht erkannt werden, werden im Grenzzustand der Tragfähigkeit durch Teilsicherheitsbeiwerte sowohl auf der Einwirkungs- als auch auf der Widerstandsseite berücksichtigt.

Die bei der *Montage* der Binder auf der Baustelle erzeugten systematischen Imperfektionen haben folgende Ursachen:

- Mangelnde Genauigkeit der Messeinrichtung. Da die Kalibrierung der Messeinrichtung Gegenstand der Qualitätssicherung ist, sind die Imperfektionen klein - sonst sind es Fehler.
- Art und Methode der Montage - wie Montage der Verbandsfelder am Boden, Anheben und Aufsetzen der Binder, provisorische Befestigung der einzelnen Binder an den Verbänden, Spannen der Windrispen, Befestigung der Dachlatten. Diese Imperfektionen sind groß und verursachen Abweichungen der Geometrie des Tragwerks, z. B. Vorkrümmungen der Binderobergurte in *einer* Richtung oder Schrägstellungen der Binder in *einer* Richtung, die in der Tragwerksplanung berücksichtigt werden müssen.

Zu den systematischen Imperfektionen sind auch die in Bild 15 dargestellten lokalen Abweichungen e von der ideal geraden Stabachse, die sich periodisch innerhalb *eines* Holzbauteils wiederholen, zu zählen. Es handelt sich dabei um mehrwellige Abweichungen von der gera-

den Stabachse, insbesondere auch kleine Wellen, die durch Vorkrümmungen der Stabachse wie z. B. in Bild 10c und d berücksichtigt werden müssen. Sie entstehen bei Holzbauteilen durch den Holzeinschnitt z.B. durch Äste und die in ihrer Umgebung zur Stabachse geneigten Fasern. Sie führen zu lokalen Diskontinuitäten der Steifigkeit und Festigkeit und einer Verschiebung der Stabachse aus dem Schwerpunkt des Querschnitts, wie in Bild 15 dargestellt. Durch die Vorkrümmung nach Abschnitt 8.5 der DIN 1052:2008-12 wird, bezogen auf ein Jahreswachstum von 600 mm, eine Krümmung der Stabachse von $e = 600/400 = 1,5$ mm berücksichtigt.

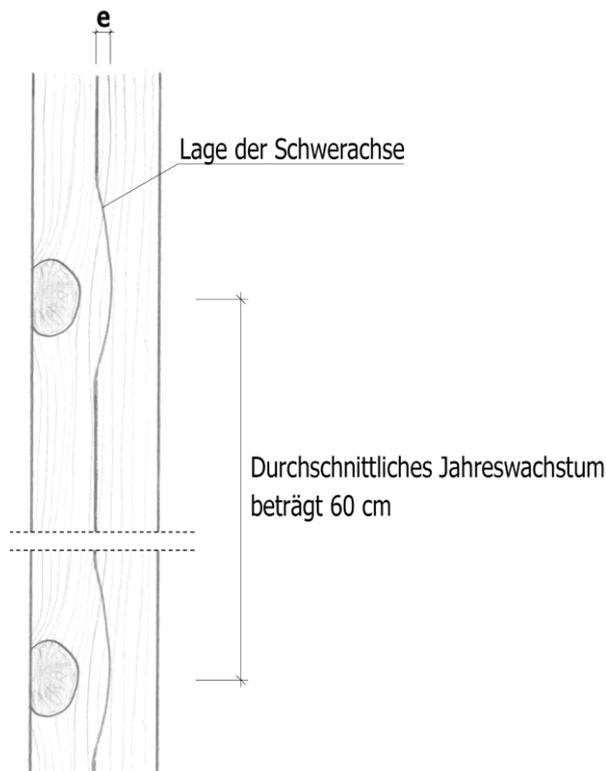


Bild 15: Imperfektion infolge Inhomogenität in Form eines Flügelastes

Figure 15: Imperfections resulting from inhomogenities due to knots

Systematische Imperfektionen können also zusammenfassend sein:

- in der Gruppe „Binderdach“ die durch die Montage verursachten Vorkrümmungen und Schrägstellungen und
- in der Gruppe „Binderobergurt“ die durch Baumwachstum und Holzeinschnitt verursachten periodischen Krümmungen der Stabachse.

3.2 Zufallsbedingte Imperfektionen

Zu den zufallsbedingten Imperfektionen in der Gruppe „Binderobergurt“ gehören Einzeläste und die durch Baumwachstum und Holzeinschnitt verursachten Längskrümmungen, die nach Tabelle 2 der DIN 4074:2008-12 bis zu $l/250$ betragen dürfen.

Zu den zufallsbedingten Imperfektionen in der Gruppe „Binderdach“ gehören

- die durch Fehlablesungen der Messeinrichtung durch das Personal verursachten Vorkrümmungen und Schrägstellungen,
- die durch Baumwachstum und Holzeinschnitt verursachten periodischen Krümmungen der Stabachse der Binderobergurte, da benachbarte Obergurte nur zufällig aus demselben Baumstamm geschnitten werden.

3.3 An einer Stichprobe von Bauobjekten gemessene Imperfektionen

Die nach Abschluss der Montage tatsächlich vorhandenen Imperfektionen (Schrägstellungen und Vorkrümmungen) in bestehenden Bauwerken aus Nagelplattenbindern wurden von Kessel und Mertinaschk (2001) im Rahmen eines Forschungsvorhabens bestimmt. Ziel war es, die Imperfektionsmessungen an einem möglichst großen Stichprobenumfang von 25 Bauwerken durchzuführen. Bedingt durch die für die Organisation der Messungen erforderlichen Vorlaufzeiten konnten alle Dächer erst nach Fertigstellung der Dacheindeckung und der Unterdecke nur von innen gemessen werden. Der daraus resultierende Aufwand der Messungen führte dazu, dass höchstens 3 Binder eines Bauwerks eingemessen werden konnten. Ihre Größen und Formen wurden an insgesamt 44 Nagelplattenbindern unterschiedlicher Formen gemessen und statistisch ausgewertet. Die gemessenen Binder hatten Spannweiten zwischen 5m und 30m und Dachneigungen zwischen 2° und 32°. Das Ergebnis der statistischen Auswertung der Schrägstellungen ist in Bild 16 dargestellt.

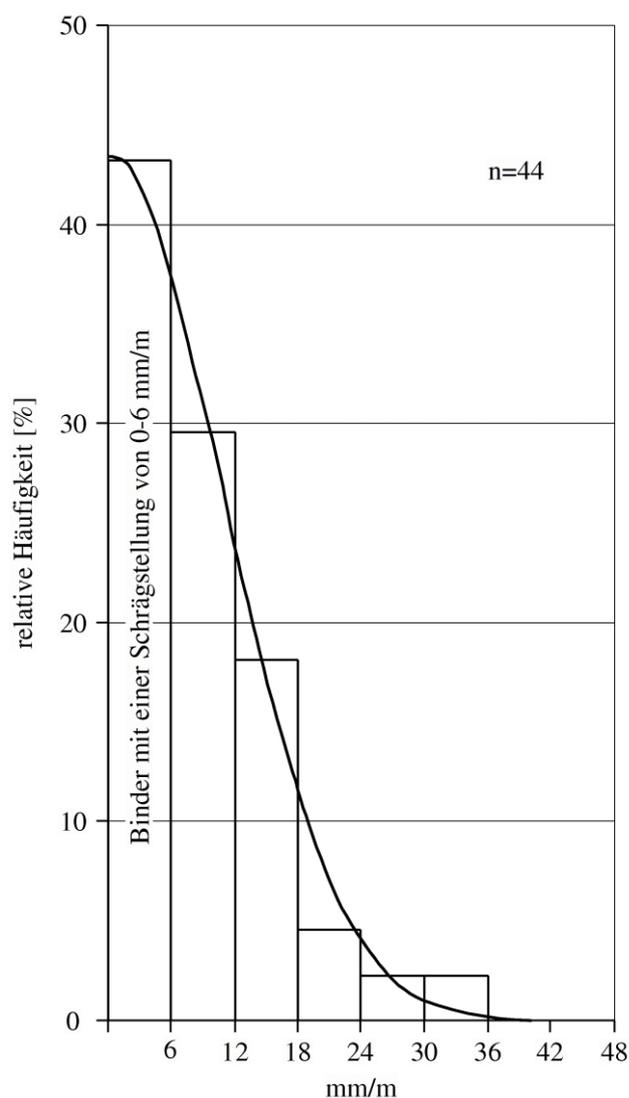


Bild 16: Schrägstellungen in mm pro Meter der Binderhöhe in Form einer gefalteten Normalverteilung nach Kessel und Mertinaschk (2001)

Figure 16: Out-of-plumbness in mm per meter of the truss height, Kessel and Mertinaschk (2001)

Nach Gleichung 20 der DIN 1052:2008-12 werden Schrägstellungen $\varphi = 0,005$ entsprechend 5 mm pro Meter Binderhöhe h bzw. nach Gleichung 21 $\varphi = 0,005\sqrt{5/h}$ für $h > 5$ m angesetzt.

Im Einzelnen sind die von Kessel und Mertinaskch (2001) gemessenen Imperfektionen für die Bauobjekte, bei denen mindestens zwei nicht benachbarte Nagelplattenbinder vermessen wurden, in Tabelle 1 zusammengestellt. Die Schrägstellungen wurden gegenüber der Verbindungsgerade der Auflagerpunkte gemessen.

Tabelle 1: Gemessene Krümmungen und Schrägstellungen in mm (Binderlänge L, Dachneigung α)

Table 1: Measured curvatures and out-of-plumbness in mm (truss length L, roof pitch α)

Objekt	Schrägstellung	Krümmung	
		linke Obergurthälfte	rechte Obergurthälfte
H L = 21,21m $\alpha = 20,0^\circ$ $h/200 = 20\text{mm}$ $l/400 = 28\text{mm}$			
N (Trapezbinder) L = 25,62m $\alpha = 22,0^\circ$ $h/200 = 26\text{mm}$ $l/400 = 35\text{mm}$			
O L = 25,47m $\alpha = 20,0^\circ$ $h/200 = 23\text{mm}$ $l/400 = 34\text{mm}$			
P L = 30,59m $\alpha = 21,0^\circ$ $h/200 = 30\text{mm}$ $l/400 = 41\text{mm}$			
Q L = 27,12m $\alpha = 15,0^\circ$ $h/200 = 18\text{mm}$ $l/400 = 35\text{mm}$			
V L = 27,12m $\alpha = 15,0^\circ$ $h/200 = 18\text{mm}$ $l/400 = 35\text{mm}$			
Y L = 18,00m $\alpha = 15,0^\circ$ $h/200 = 12\text{mm}$ $l/400 = 23\text{mm}$			

Die Messergebnisse zeigen, dass sich weder die Schrägstellungen noch die Vorkrümmungen systematisch in *einer* Richtung einstellen. Die Krümmungen der mit einem Verband direkt verbundenen Binderobergurte N(1), O(3), P(1) und Y(1) sind deutlich kleiner als die der übrigen Binder.

3.4 An 4 Einkaufsmärkten gemessene Imperfektionen

Nachdem bei den zuvor beschriebenen Untersuchungen die Repräsentativität der Stichprobe durch die Auswahl einer möglichst großen Anzahl von Bauwerken gewährleistet werden soll-

te, sollte bei den neuerlichen Untersuchungen von Kessel, Seifart und Kühl (2009) die Repräsentativität der Stichprobe durch die Auswahl einer möglichst großen Anzahl von Bindern eines Bauwerks gewährleistet werden. Zu diesem Zweck wurden 4 Bauwerke mit Satteldächern ausgewählt, die sich in der bauaufsichtlichen Prüfung des Autors befanden, so dass detaillierte Kenntnisse über den Bauablauf vorlagen. Dadurch und durch den Einsatz modernster Mess- und Auswertungstechnik war es möglich, die Messungen direkt nach Abschluss der Montage der Holzkonstruktion durchzuführen.

Alle 4 Satteldächer bestanden aus Dreieckbindern, die Spannweiten zwischen 22,24 m und 28,36 m und Dachneigungen zwischen 18° und 22° besaßen. Die Messungen umfassten die Schrägstellungen der Binder, die Krümmungen der Obergurte einer Dachhälfte und die Krümmungen der Untergurte. Je Bauwerk wurden ca. 20 Binder eingemessen. Die Binder aller Dächer sind mit Verbänden, Firstbohlen, Windrispen und Dachlatten ausgesteift.

Die Messung erfolgte mit einem elektronischen Theodolit Leica Builder RM 100, mit dem Messpunkte an einem Bauwerk räumlich erfasst und in dem dreidimensionalen CAD-System cadwork[®] weiterverarbeitet werden können. Die Standardabweichung des Gerätes beträgt $3 \text{ mm} + 2 \text{ ppm}$ für die Distanzmessung und $9''$ für die Winkelmessung.



Bild 17: Bauzustand zum Zeitpunkt der Imperfektionsmessungen

Figure 17: State of building site during measuring imperfections

Die Krümmung der Obergurte wurde auf den Seiten der Binder an der Oberkante der Gurte gemessen. Der Abstand von der Oberkante ergibt sich durch das Fadenkreuz des Messgerätes. In Bild 18 ist die Lage der Messpunkte exemplarisch dargestellt. Die Messpunkte wurden in der Regel in der Nähe der Knotenpunkte des statischen Systems genommen. An den Obergurtstößen wurde ein Messpunkt auf jeder Seite des Stoßes gewählt. Die Binder, deren Obergurtkante durch einen Verband verdeckt war, wurden ausgelassen.

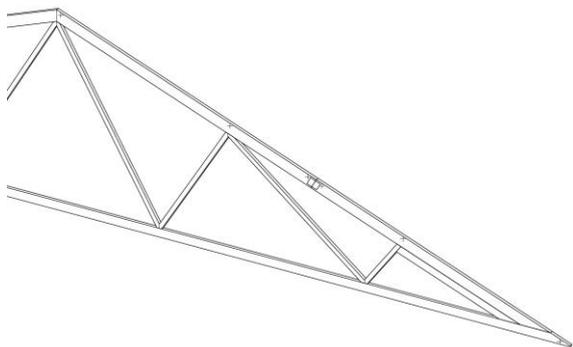


Bild 18: Lage der Messpunkte (Kreuze) für die Obergurtkrümmung

Figure 18: Location of the measuring points (crosses) for the top chord curvature

In Bild 19 sind die Krümmungen der Obergurte von 2 ausgewählten Bauwerken dargestellt. Die Messergebnisse lassen den Schluss zu, dass sich die Vorkrümmungen des einen Bauwerks eher systematisch in *einer* Richtung einstellen und in dem anderen Bauwerk, wie auch den beiden anderen nicht dargestellten Bauwerken, nicht.

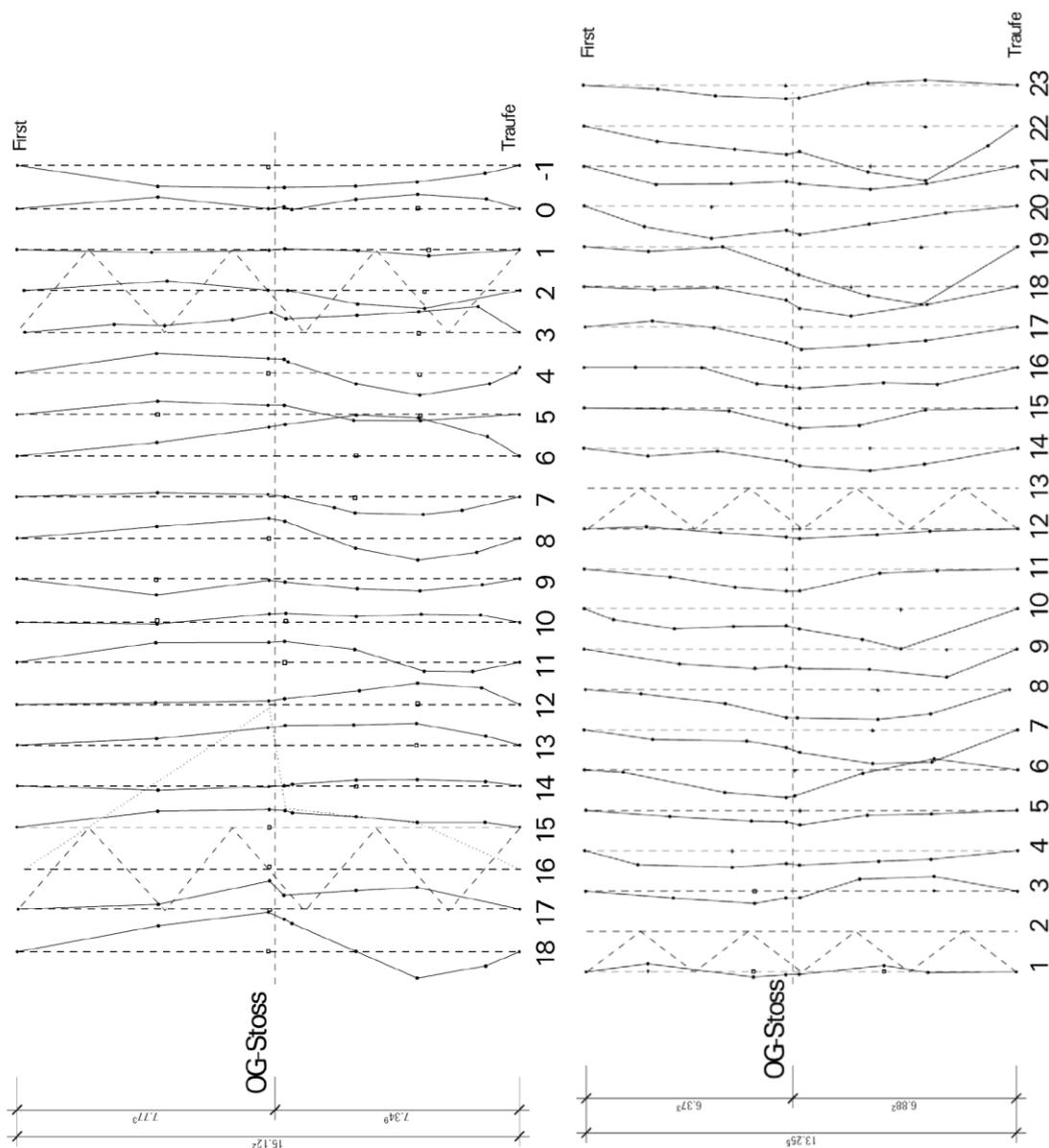
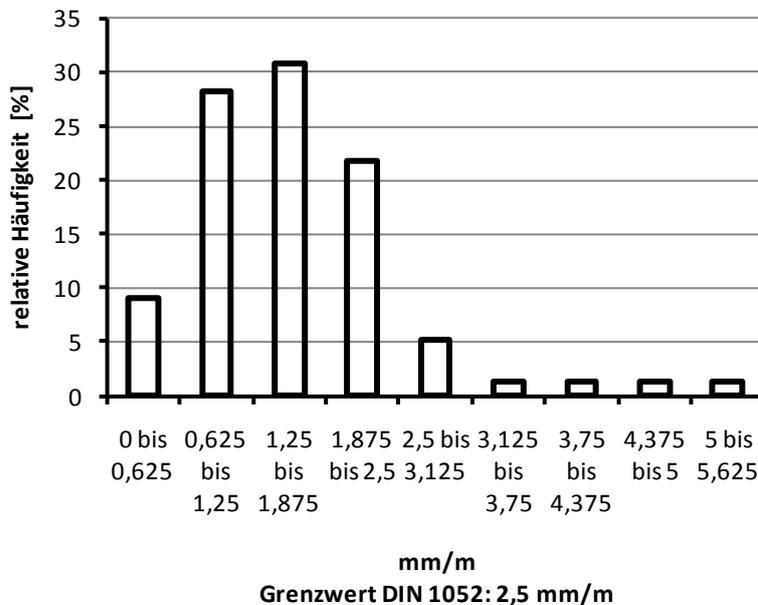


Bild 19: Krümmung der Obergurte mit 50-facher Überhöhung**Figure 19: Top chord curvature exaggerated by 50 times**

In Bild 20 ist die Häufigkeit der maximalen Krümmung der ca. 80 vermessenen Obergurte der 4 Bauwerke dargestellt. Nur 10% der Binder haben eine Krümmung, die größer ist als der Grenzwert nach DIN 1052:2008-12. Durch welche kontinuierliche Dichtefunktion die Krümmung beschrieben werden kann, z. B. durch eine verschobene gefaltete Normalverteilung, wurde bislang nicht untersucht.

**Bild 20: Häufigkeitshistogramm der maximalen Krümmung aller 78 Obergurte****Figure 20: Frequency histogram of the maximum deflection of the top chords**

In Bild 21 ist die Häufigkeit der Schrägstellung der ca. 80 vermessenen Obergurte der 4 Bauwerke dargestellt. Fast die Hälfte der Binder hat eine Schrägstellung, die größer ist als der Grenzwert nach DIN 1052:2008-12. Auch aus dieser Untersuchung geht also hervor, dass der Einhaltung des Grenzwertes der Schrägstellung zu wenig Aufmerksamkeit geschenkt wird.

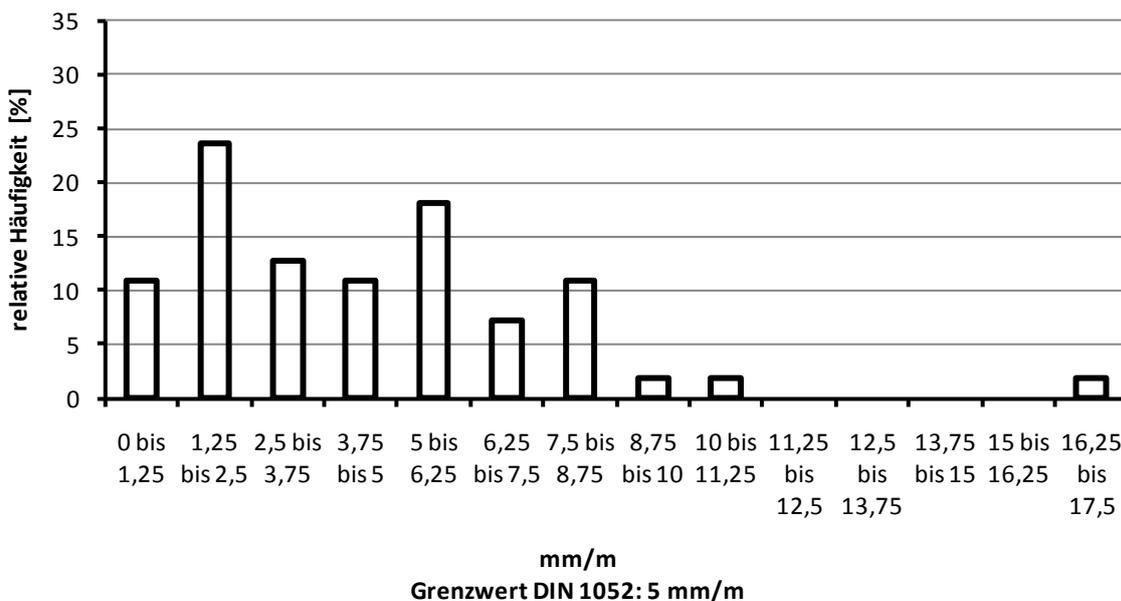


Bild 21: Häufigkeitshistogramm der Schrägstellung der Binder

Figure 21: Frequency histogram of out-of-plumbness of the trusses

4 Stochastisches Modell

4.1 Imperfektionen eines einzelnen Binders

Die Grundgesamtheit gleichartiger, fertig montierter Nagelplattenbinder bestehe aus N Bindern. An jedem Binder j der N Binder werden sich nach Abschluss der Montage zufallsbedingte Imperfektionen $i_{j,r}$ und davon unabhängige systematische Imperfektionen $i_{j,s}$ eingestellt haben. Die zufallsbedingten Imperfektionen $i_{j,r}$ der N Binder besitzen die Eigenschaft, dass sie voneinander unabhängig sind, während die systematischen Imperfektionen $i_{j,s}$ diese Eigenschaft nicht besitzen. Ohne wesentliche Einschränkung der Gültigkeit der folgenden Aussagen werden die Zufallsvariablen $i_{j,r}$ und $i_{j,s}$ als normalverteilt angenommen. Für ihre Mittelwerte gilt $\mu_{j,r} = \mu_{j,s} = 0$, während ihre Varianzen $\sigma_{j,r}^2$ und $\sigma_{j,s}^2$ unbekannt sind, da $i_{j,r}$ und $i_{j,s}$ nach der Montage nicht getrennt gemessen werden können. Da nur die Summe

$$i_j = i_{j,r} + i_{j,s} \quad \text{Gl. 3}$$

messbar ist, ist auch nur die Varianz

$$\sigma_{j,r+s}^2 = \sigma_{j,r}^2 + \sigma_{j,s}^2 \quad \text{Gl. 4}$$

der Summe bekannt. Dementsprechend sind in den bauartspezifischen Bemessungsnormen keine getrennten Rechenwerte für zufallsbedingte und systematische Imperfektionen angegeben, sondern nur Rechenwerte für die Summe einer Imperfektion i_j eines einzelnen Bauteils oder Tragwerks (Binders).

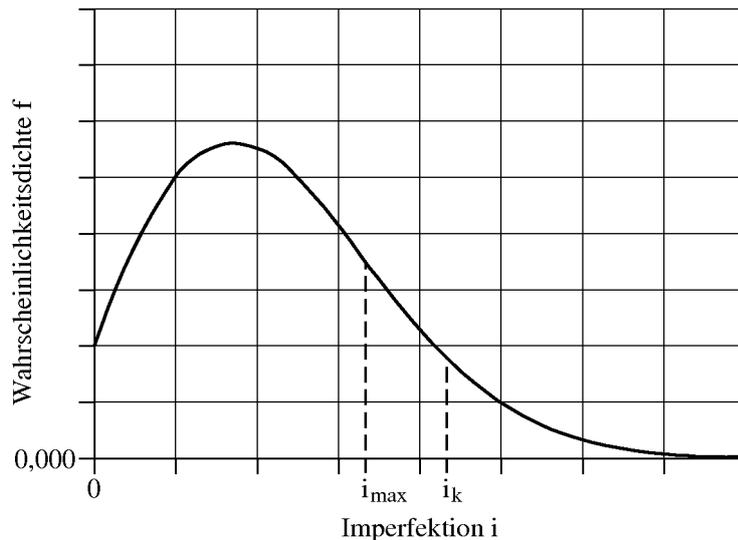


Bild 22: Dichtefunktion einer Imperfektion i , charakteristischer Wert i_k und Kontrollwert i_{max}

Figure 22: Density function of imperfection i , characteristic value i_k and parameter of control i_{max}

Alle in den vorangehenden Abschnitten beschriebenen möglichen Imperfektionen werden in den Bemessungsnormen ersatzweise durch zwei unabhängige Imperfektionszustände erfasst: die Schrägstellung ϕ bzw. φ und die Vorkrümmung e . Die Rechenwerte hierfür sind nach den Gleichungen (5.1) und (5.2) der DIN EN 1995-1-1 bzw. Gleichungen (19) und (21) der DIN 1052:2008-12 zu bestimmen. Sie sind als Quantile der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Schrägstellung und der Vorkrümmung, allgemein der Imperfektion i , zu verstehen, die zu einer nicht näher definierten Eintrittswahrscheinlichkeit p_{dev} und p_{bow} gehören. φ und e können jeweils dem Prinzip (1) in Abschnitt 4.3 der DIN EN 1990:2002 folgend als charakteristische Rechenwerte einer Imperfektion i_j eines einzelnen Binders j verstanden werden, die üblicherweise in den Bemessungsnormen mit dem Index k gekennzeichnet werden (hier also $i_{j,k}$), wie in Bild 22 allgemein und qualitativ dargestellt. Unter der Annahme $p_{dev} = p_{bow} = p$ lässt sich allgemein für den Rechenwert $i_{j,k}$ schreiben

$$i_{j,k} = \mu_{j,r} + \mu_{j,s} + u_p \sigma_{j,r+s} = u_p \sigma_{j,r+s} = u_p \sqrt{\sigma_{j,r}^2 + \sigma_{j,s}^2}, \quad \text{Gl. 5}$$

wobei u_p das zur Eintrittswahrscheinlichkeit p gehörige Quantil der Standardnormalverteilung sein soll.

Da für die N Binder der Grundgesamtheit nur eine Verteilungsdichte der zufallsbedingten und eine der systematischen Imperfektionen existiert, gilt für die Varianzen jedes Binders j $\sigma_{j,r}^2 = \sigma_r^2$ und $\sigma_{j,s}^2 = \sigma_s^2$ für alle j . Wird weiter für die Varianzen σ_r^2 und σ_s^2 angenommen

$$\sigma_r^2 = r^2 \sigma^2 \quad \text{und} \quad \sigma_s^2 = s^2 \sigma^2 \quad \text{mit} \quad 0 \leq r^2, s^2 \leq 1, \quad \text{Gl. 6}$$

wobei σ^2 eine beliebig gegebene, feste Varianz ist, dann lässt sich für den Rechenwert der Bemessungsnorm schreiben

$$i_{j,k} = u_p \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_s^2} = u_p \sqrt{r^2 + s^2} \sigma, \quad \text{Gl. 7}$$

wobei die rechte Seite nun unabhängig von j ist.

4.2 Imperfektionen eines Kollektivs von Bindern

Da in der Regel mehrere Binder durch ein Sekundärsystem ausgesteift werden, ist die Summe I_n der Imperfektionen eines Kollektivs von n Nagelplattenbindern (Teilmenge der Grundgesamtheit der N Binder) von Bedeutung, da das Sekundärsystem durch die durch I_n verursachten Auswirkungen beansprucht wird. Bei der Bestimmung von I_n muss nach zufallsbedingten und systematischen Imperfektionen unterschieden werden, da die Summen unabhängiger (unkorrelierter) und abhängiger (korrelierter) Zufallsvariablen unterschiedliche Eigenschaften besitzen.

4.2.1 Summe zufallsbedingter Imperfektionen

Die zufallsbedingten Imperfektionen $i_{j,r}$ ($j = 1, \dots, n$) der n Binder sind als n stochastisch voneinander unabhängige Zufallsvariablen zu betrachten. Ihre Summe - es wird n -mal gezogen -

$$I_{n,r} = \sum_{j=1}^n i_{j,r} \quad \text{Gl. 8}$$

ist als Summe normalverteilter Zufallsvariablen wieder normalverteilt mit dem Mittelwert $\mu_{n,r} = 0$ und besitzt die Varianz

$$\sigma_{n,r}^2 = n\sigma_r^2. \quad \text{Gl. 9}$$

Die Summe $I_{n,r}$ lässt sich auch durch das n -fache arithmetische Mittel

$$I_{n,r} = n \bar{i}_{n,r} \quad \text{mit} \quad \bar{i}_{n,r} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n i_{j,r} \quad \text{Gl. 10}$$

ausdrücken. Das arithmetische Mittel ist wieder normalverteilt mit der Varianz

$$\bar{\sigma}_{n,r}^2 = \frac{1}{n} \sigma_r^2. \quad \text{Gl. 11}$$

Die Verwendung des arithmetischen Mittels wird im Folgenden zur Vereinfachung der Darstellung bevorzugt.

4.2.2 Summe systematischer Imperfektionen

Die systematischen Imperfektionen $i_{j,s}$ ($j = 1, \dots, n$) der n Binder des Kollektivs seien derartig voneinander abhängig, dass für ihre Summe - es wird einmal gezogen - gilt,

$$I_{n,s} = n i_s \quad \text{mit} \quad i_{1,s} = i_{2,s} = \dots = i_{n,s} = i_s \quad \text{Gl. 12}$$

mit dem Mittelwert $\mu_{n,s} = 0$ und der Varianz $\sigma_{n,s}^2 = \sigma_s^2$.

4.2.3 Summe zufallsbedingter und systematischer Imperfektionen

Die Summe der zufallsbedingten und systematischen Imperfektionen der n Binder

$$I_{n,r+s} = I_{n,r} + I_{n,s} \quad \text{Gl. 13}$$

lässt sich mit Hilfe des arithmetischen Mittels der zufallsbedingten Imperfektionen der n Binder auf einen Binder bezogen ausdrücken

$$l_{n,r+s} = n i_{n,r+s} = n (\bar{i}_{n,r} + i_s). \quad \text{Gl. 14}$$

Die mittlere Imperfektion $i_{n,r+s}$ jedes der n Binder ist wieder normalverteilt mit dem Mittelwert $\mu_{n,r+s} = 0$ und der Varianz

$$\sigma_{n,r+s}^2 = \bar{\sigma}_{n,r}^2 + \sigma_s^2 = \frac{1}{n} \sigma_p^2 + \sigma_s^2. \quad \text{Gl. 15}$$

4.2.4 Charakteristischer Wert der Imperfektionen

Der charakteristische Wert $i_{n,r+s,k}$ der mittleren Imperfektionen eines einem Kollektiv zugehörigen Binders, der dem Nachweis der Einhaltung eines Grenzzustandes der Tragfähigkeit zu Grunde zu legen ist und mit einer Wahrscheinlichkeit p nicht überschritten wird, beträgt

$$i_{n,r+s,k} = \mu_{n,r+s} + u_p \sigma_{n,r+s} = u_p \sigma_{n,r+s} = u_p \sqrt{\frac{1}{n} \sigma_r^2 + \sigma_s^2}. \quad \text{Gl. 16}$$

Dieser Wert lässt sich schließlich Pienaar (1984) folgend auf den in Gl. 7 angegebenen Rechenwert $i_{j,k}$ der Bemessungsnorm beziehen, und es folgt

$$i_{n,k} = i_{n,r+s,k} = u_p \sigma \sqrt{\frac{r^2}{n} + s^2} = \underbrace{\sqrt{\frac{\frac{1}{n}}{s^2} + \frac{1}{r^2}}}_{k_{\text{sim}}} i_{j,k}. \quad \text{Gl. 17}$$

Für $n = 1$ ist $k_{\text{sim}} = 1$ und damit $i_{n,k} = i_{j,k}$, und für $n \rightarrow \infty$ ist

$$k_{\text{sim}}^{n \rightarrow \infty} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{r^2}{s^2}}}. \quad \text{Gl. 18}$$

Ist die Standardabweichung der zufallsbedingten Imperfektionen so groß wie die der systematischen Imperfektionen, dann folgt

$$\frac{r}{s} = 1 \Rightarrow k_{\text{sim}} = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{n} + 1 \right)} \quad \text{und} \quad k_{\text{sim}}^{n \rightarrow \infty} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cong 0,7, \quad \text{Gl. 19}$$

wie im Teil 1-1 der DIN EN 1993:2010-12 festgelegt und in Bild 23 dargestellt.

Ist die Standardabweichung der zufallsbedingten Imperfektionen doppelt so groß wie die der systematischen Imperfektionen, was empirisch nicht nachweisbar ist, aber durchaus zu erwarten wäre, dann folgt

$$\frac{r}{s} = 2 \Rightarrow k_{\text{sim}} = \sqrt{\frac{1}{5} \left(\frac{4}{n} + 1 \right)} \quad \text{und} \quad k_{\text{sim}}^{n \rightarrow \infty} = \frac{1}{\sqrt{5}} \cong 0,45, \quad \text{Gl. 20}$$

siehe Bild 23.

4.3 Interpretation des Beiwerts der DIN 18800-1:2008-11 für ein Kollektiv

Der charakteristische Wert des arithmetischen Mittels der zufallsbedingten Imperfektionen der n Binder beträgt

$$\bar{i}_{h,r,k} = \mu_{n,r} + u_p \bar{\sigma}_{n,r} = u_p \sqrt{\frac{1}{n}} \sigma_r. \quad \text{Gl. 21}$$

Wird nun einfach die Summe der charakteristischen Werte der zufallsbedingten und systematischen Imperfektionen gebildet, so folgt im Unterschied zu Gl. 16

$$\bar{i}_{h,r,k} + i_{s,k} = u_p \left(\frac{1}{\sqrt{n}} \sigma_r + \sigma_s \right) = u_p \left(\frac{r}{\sqrt{n}} + s \right) \sigma. \quad \text{Gl. 22}$$

Wird der für einen Binder angegebene Rechenwert der Bemessungsnorm anders als in Gl. 7 ebenso additiv in die charakteristischen Werte der zufallsbedingten und systematischen Imperfektionsanteile zerlegt

$$i_{j,k} = u_p \sigma_r + u_p \sigma_s = u_p \sigma_{r+s} = u_p (r + s) \sigma, \quad \text{Gl. 23}$$

so folgt

$$\bar{i}_{h,r,k} + i_{s,k} = \underbrace{\left[\frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{1}{1 + \frac{s}{r}} \right]}_{k_{\text{sim}}} i_{j,k}. \quad \text{Gl. 24}$$

Daraus ergibt sich für $r = s$ der Beiwert des Teils 1 der DIN 18800

$$k_{\text{sim}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} + 1 \right), \quad \text{Gl. 25}$$

und für $n \rightarrow \infty$ ist $k_{\text{sim}} = 0,5$, siehe Bild 23.

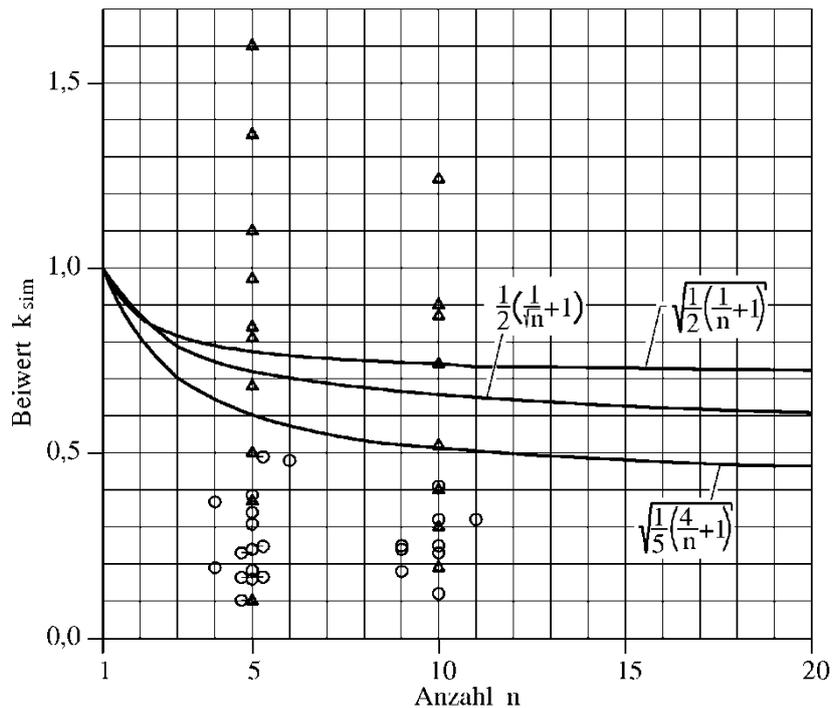


Bild 23: Beiwerte k_{sim} (O: Krümmung, Δ : Schrägstellung)

Figure 23: Coefficients k_{sim} (O: curvature, Δ : out-of-plumbness)

5 Empfohlene Imperfektionen

Zur Berechnung der maximalen Verbandbeanspruchung in Bild 10a können die Krümmungen der einzelnen Binder als unabhängige Ereignisse betrachtet werden, und es ist angemessen, wie in Element 730 der DIN 18800-1:2008-11 vorgeschlagen, sie durch den Beiwert

$$k_{sim} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} + 1 \right)$$

Gl. 26

zu reduzieren. Zum Nachweis sind in Bild 23 die Quotienten der arithmetischen Mittel $i_{n,r+s}$ der gemessenen maximalen Krümmungen von Obergurtkollektiven und des Rechenwertes $i_{j,k}$ der Gleichung (5.1) der DIN EN 1995-1-1 bzw. Gleichung (19) der DIN 1052:2008-12 eingetragen. Die berücksichtigten Obergurtkollektive eines Daches liegen nebeneinander und bilden eine leere Schnittmenge. Sämtliche Quotienten liegen weit unterhalb des zu Gl. 26 gehörenden Graphen.

Obwohl die Reduktion nach Gl. 26 eigentlich auch auf die zur Berechnung der Beanspruchung der Windrispe maßgebenden Schrägstellungen in Bild 10a anwendbar ist, kann sie zur Zeit wegen der Größe der gemessenen Schrägstellungen in Bild 16 und Bild 21 nicht berücksichtigt werden. Einige der in Bild 23 eingetragenen Quotienten der arithmetischen Mittel $i_{n,r+s}$ der gemessenen maximalen Schrägstellungen von Binderkollektiven und des Rechenwertes $i_{j,k}$ der Gleichung (5.2) der DIN EN 1995-1-1 bzw. Gleichung (21) der DIN 1052:2008-12 liegen deutlich über dem Graphen der Gl. 26. Eine Berücksichtigung ist jedoch dann möglich, wenn die Einhaltung der Montagebedingungen des Abschnitts 2.3 im Rahmen der Eigenüberwachung des Montageunternehmens kontrolliert und bestätigt wird. Hinweise auf Grenzwerte der Krümmungen und Schrägstellungen nach der Montage entsprechend i_{max} in Bild 22 sind in Abschnitt 10.9.2 der DIN EN 1995-1-1:2010-12 zu finden.

Die Reduktion der Imperfektionen durch den Beiwert k_{sim} , die für die Berechnung der Beanspruchung der Dachlatten in Bild 10c und für die Berechnung der Biegebeanspruchung bzw. Ersatzstablänge des Obergurtes maßgebend sind, ist ebenfalls angemessen, da die Krüm-

mungen in Bild 15 in einem Obergurt zwar systematisch, aber von Obergurt zu Obergurt nur zufällig auftreten können.

Eine Reduktion nach Gl. 20 kann erst dann in Betracht gezogen werden, wenn dies durch die Ergebnisse der Auswertung eines deutlich größeren Stichprobenumfangs belegt werden kann.

Zusätzlich dürfen die Imperfektionen zur Berechnung der maximalen Verbandbeanspruchung in Bild 10a nach Regel (1) des Abschnitts 9.2.5.3 der DIN EN 1995-1-1:2010-12 bzw. der Regel (7) des Abschnitts 8.4.3 der DIN 1052:2008-12 reduziert werden durch

$$k_{\ell} = \sqrt{\frac{15}{\ell}} \leq 1 \text{ mit der Obergurtlänge } \ell \text{ in m,} \quad \text{Gl. 27}$$

da die Vorkrümmung mit zunehmender Länge L eines Binders und damit zunehmender Länge ℓ eines Obergurtes abnimmt.

6 Durchhang der Windrispe

Der für die Windrispen verwendete gelochte Bandstahl mit einer Dicke von 1,5mm bis 3mm verformt sich durch sein Eigengewicht in den Feldern zwischen den Bindern ähnlich einem Seil, wie in Bild 24 dargestellt.

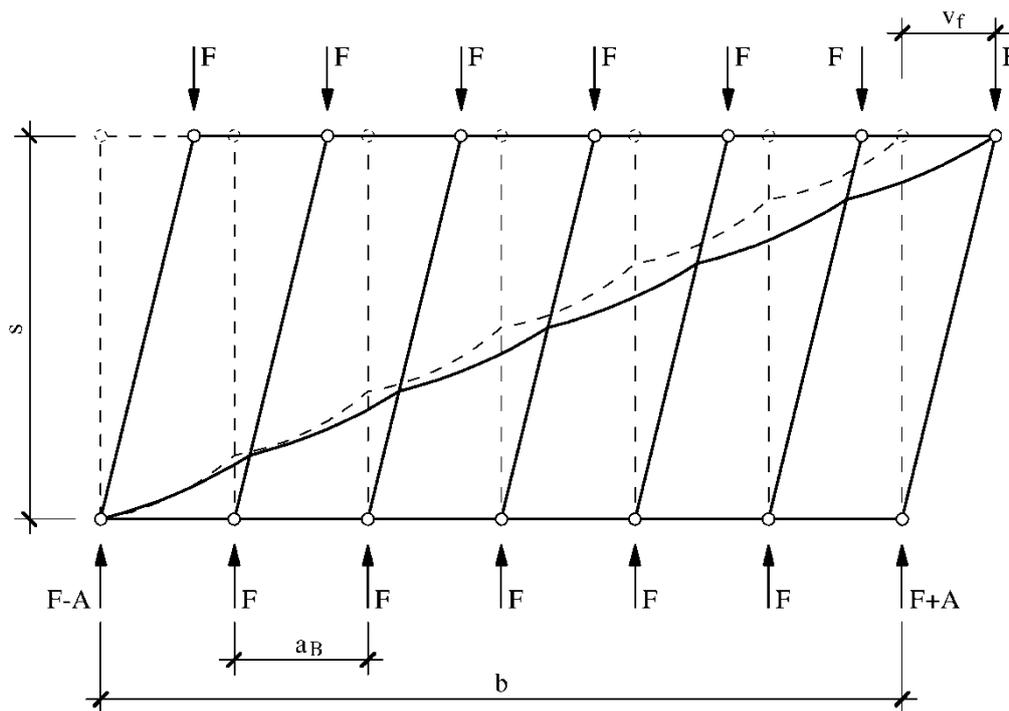


Bild 24: Sekundärsystem mit senkrecht zur Bildebene durchhängender Windrispe im unverformten und verformten Zustand

Figure 24: Secondary system with vertically sagging wind bracing in undeformed and deformed state

In Abhängigkeit des durchschnittlichen kleinen Durchhanges f in Feldmitte ergibt sich für die spannungslose horizontale Firstverschiebung

$$v_f < u_R \frac{\ell_R}{b} \cong \frac{8}{3} \ell_R \left(\frac{f}{a_B} \cos \alpha_R \right)^2 \frac{\ell_R}{b} = \frac{8}{3} \left(\frac{f}{a_B} \right)^2 b, \quad \text{Gl. 28}$$

wobei l_R die Länge der Windrispe und u_R die Differenz von Bogenlänge und Sehnenlänge der Windrispe ist. Gerold (1998) folgend kann für den Durchhang $f = a_B/150$ angenommen werden, sofern die Montage der Windrispe kontrolliert durchgeführt wird.

7 Literatur

Pienaar, F.R.P.(1984): The effective length and bracing requirements for out of plane buckling of timber rafters in compression. National Timber Research Institute, Timber Engineering Division, CSIR Special Report, Pretoria, South Africa

Lindner, J.; Gietzelt, R. (1984): Imperfektionsannahmen für Stützenschiefstellungen. Stahlbau 4/1984, S. 97 – 101

Natterer, J.; Kessel, M.H. (1985): Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur seitlichen Stabilität von Biegeträgern – Forschungsbericht KFWF Nr. 1075, ETH Lausanne

Gerold, W. (1998): Wind- und Stabilisierungsverbände – Ein Berechnungsmodell für die Praxis nach Theorie II. Ordnung – bauen mit holz 3/1998, S. 41 – 49

Kessel, M.H.; Mertinaschk, A. (2001): Imperfektionsmessungen an Nagelplattenbindern - Abschlussbericht zum Vorhaben, gefördert durch die Deutsche Gesellschaft für Holzforschung e.V. mit Mitteln der Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschungsvereinigungen (AiF 11631 N)

Mertinaschk, A. (2002) Lineare Abschätzung des geometrisch nichtlinearen Tragverhaltens imperfektionsempfindlicher Stabwerke – Dissertation TU Braunschweig

Kessel, M.H.; Kühl, A. (2008): Zur Tragfähigkeit von Holzkonstruktionen in Nagelplattenbauart: Aussteifung von Druckstäben durch Latten – Ingenieurbüro kgs Hildesheim, Gutachten 001/08 im Auftrag der GIN

Kessel, M.H.; Seifart, C.; Kühl, A. (2009): Bericht über Imperfektionsmessungen an vier Binderdächern in Nagelplattenbauart – Ingenieurbüro kgs Hildesheim, im Auftrag der GIN

Kessel, M.H.; Kühl, A. (2011): Aussteifung von Nagelplattenkonstruktionen. Band 24 der Reihe Wissenschaft, Fraunhofer IRB Verlag, Stuttgart