### Eine analytische Lösung des ausgesteiften imperfekten Biegestabes aus Brettschichtholz

Martin H. Kessel Prof. Dr.-Ing.

Institut für Baukonstruktion und Holzbau, TU Braunschweig Schleinitzstr. 21a 38106 Braunschweig m-h.kessel@tubraunschweig.de



Martin H. Kessel, geboren 1946, promovierte 1980 an der Universität Hannover. Seit 1986 ist er Leiter des LHT der HAWK in Hildesheim und seit 1997 Leiter des Instituts für Baukonstruktion und Holzbau der Technischen Universität Braunschweig. Michael Gerloff Dipl.-Ing. Institut für Baukonstruktion und Holzbau, TU Braunschweig Schleinitzstr. 21a 38106 Braunschweig michael.gerloff@tubraunschweig.de



Michael Gerloff, geboren 1978, studierte bis 2009 an der Technischen Universität Berlin. Seit 2009 ist er wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Baukonstruktion und Holzbau der Technischen Universität Braunschweig.

# Zusammenfassung

Ein vorgekrümmter und vorverdrillter, also imperfekter Biegestab, der als Einfeldträger durch eine konstante vertikale Linienlast auf Biegung beansprucht wird, benötigt neben der Gabellagerung seiner Stabenden in der Regel eine horizontale seitliche Stützung. Sie besteht bei dem hier behandelten Brettschichtholzträger aus Pfetten, einschließlich der Pfetten an den Stabenden, und einem separaten Aussteifungsträger, auf den sich der Biegestab über die Pfetten horizontal abstützt. Aus Gründen des horizontalen Kräftegleichgewichts müssen die Pfetten sowohl durch Druck als beansprucht werden können. Die Beanspruchungen durch Zug eines solchen auch Aussteifungsträgers werden zuletzt von Friemann und Stroetmann (1998) behandelt. Wegen der aktuellen Unklarheit über die Größe der Schubspannungen aus Querkraft und Torsion an den Stabenden solcher imperfekten Biegestäbe, die bemessungsrelevant sein könnten, wird in der vorliegenden Arbeit neben den Beanspruchungen der horizontalen Stützung besonderes Augenmerk auf die Erfüllung der Randbedingungen an den Stabenden gelegt. Dazu werden die allgemeinen Zusammenhänge zwischen den Schnittgrößen am perfekten Biegestab und den Schnittgrößen am imperfekten Biegestab dargestellt, sowie deren Wirkung auf die Verformungen betrachtet. Bei der Berechnung der Aussteifungskräfte wird nicht vom Gleichgewicht am imperfekten und verformten, sondern nur am imperfekten statischen Modell ausgegangen. Die zusätzlichen elastischen Verformungen werden dann näherungsweise dadurch berücksichtigt, dass sie zum Zweck der Superposition als affin zu den gewählten Imperfektionen betrachtet werden. Anhand von FE-Analysen wird die gefundene Lösung überprüft und mit Friemann und Stroetmann (1998) verglichen.

## 1. Einleitung

Schlanke Biegestäbe, die seitlich nicht oder nicht ausreichend gestützt sind, versagen auf Biegedruck, bevor die Biegezugfestigkeit erreicht wird. Die Ursache sind Imperfektionen, hier Abweichungen von der Planungsgeometrie. Sie führen in der Druckzone zu übermäßigen seitlichen Verformungen und damit einhergehend zu zusätzlichen Biegedruckspannungen. Im Fall sehr geringer Abweichungen, wenn der Biegestab quasi perfekt ist, und großer Schlankheit können sie zu einem spontanen Verlust der Tragfähigkeit ohne Vorankündigung, dem Kippen führen. Um den frühzeitigen Verlust der Tragfähigkeit zu verhindern, müssen schlanke Biegestäbe durch seitliche Stützungen ausgesteift werden, die erstens ausreichend steif sein müssen, was häufig von Tragwerksplanern vergessen wird, und zweitens ausreichend tragfähig.

Der Nachweis der Wirksamkeit einer seitlichen Stützung und die Berechnung ihrer Beanspruchungen können bislang nur mit Hilfe eines Verfahrens von Friemann und Stroetmann (1998) für einen einfeldrigen gabelgelagerten Biegestab erfolgen, bei dem die Verformungen mittels einer Fourierreihe angenähert werden und die Aussteifungslasten vom Anwender aus den Reihengliedern durch Matrizenmultiplikation aufwändig zurückgerechnet werden müssen. Ein weiteres ähnliches Verfahren wurde von Krahwinkel (2001) für die im Stahlbau üblichen I-Profile entwickelt, dessen Lösungen jedoch die geometrischen Randbedingungen an den Stabenden, die hier im Focus der Betrachtungen stehen, nicht erfüllen: Bei einer starren und seitlich unverschieblichen Gabellagerung des Biegestabs müssen die Aussteifungslasten an den Rändern verschwinden. Darüber hinaus wurden die Lösungen speziell für I-Profile entwickelt. Sie können daher nicht für die im Holzbau üblichen Rechteckquerschnitte genutzt werden und werden im Weiteren nicht zum Vergleich mit den eigenen Lösungen herangezogen.

Seit einigen Jahren stehen der Ingenieurpraxis für den Nachweis der Wirksamkeit einer seitlichen Stützung von Biegestäben und für die Berechnung ihrer Beanspruchungen leistungsfähige nichtlineare FE-Programme zur Verfügung, die jedoch ein FE-Modell erfordern, dessen Eingabe, Prüfung und Auswertung in der Regel sehr aufwändig und nur bei Sonderkonstruktionen wirtschaftlich vertretbar sind. Es ist zwar noch aufwändiger als das Verfahren von Friemann und Stroetmann (1998), dafür aber durch Gleichgewichtskontrollen auf Plausibilität prüfbar. Ein solches FE-Modell wurde z. B. von Kessel und Kühl (2010) beschrieben.

Die Lösungen aller bis hierhin beschriebenen Verfahren ergeben sich aus den Gleichgewichtsbedingungen für den verformten Biegestab. Es handelt sich also um geometrisch nichtlineare Verfahren, im einfachsten Fall um Verfahren nach Theorie zweiter Ordnung. Die Anwendung solcher Verfahren in der Ingenieurpraxis ist jedoch nicht einmal für den seitlich gestützten Druckstab des Eulerfalls 2 mit konstanter Normalkraft üblich, obwohl er sich durch ein einfaches ebenes Modell beschreiben lässt. Vielmehr wird im einfachsten Fall die Aussteifungslast als konstant wirkend angenommen, was mechanisch nicht richtig ist, und ihre Größe durch Gleichgewicht am imperfekten und verformten Druckstab bestimmt. Dabei ist die eigentlich unbekannte Verformung nicht Variable im Sinne einer geometrisch nichtlinearen Theorie, sondern eine vorgegebene Form und Größe, die gewährleistet, dass die Stützung ausreichend steif und damit der Abstand der Druckkraft von der kritischen Kraft ausreichend groß ist. Die Aussteifungslast wird also nicht geometrisch nichtlinear (z. B. nach Theorie zweiter Ordnung), sondern geometrisch linear nach Theorie erster Ordnung bestimmt.

Nun ist das Modell des seitlich gestützten Biegestabs aus zwei Gründen wesentlich komplexer als das des Druckstabs: Erstens kann das Modell nicht eben, sondern muss räumlich sein und zweitens liegt die Stabachse im Allgemeinen weder in der Wirkungsebene der Vertikallast noch in der Wirkungsebene der Aussteifungslast. In der Ingenieurpraxis wird also ein geometrisch nichtlineares Verfahren für den Biegestab sicherlich noch seltener angewendet als für den Druckstab. Daher wird im Folgenden zum Nachweis der Wirksamkeit der seitlichen Stützung des Biegestabs und zur Berechnung ihrer Beanspruchungen eine Vorgehensweise gewählt, die zu der in der Ingenieurpraxis üblicherweise angewendeten Vorgehensweise für den Druckstab analog ist. Die Gleichgewichtsbedingungen werden für den imperfekten Biegestab nach Theorie erster Ordnung aufgestellt. Form und Größe der Imperfektion werden vorgegeben und dafür die Aussteifungslast in Form und Größe bestimmt. Auf die Wahl der vorzugebenden Form und Größe der Verformung, die gewährleistet, dass die Stützung ausreichend steif und damit der Abstand der einwirkenden Vertikallast von der kritischen Vertikallast ausreichend groß ist, wird hier noch nicht eingegangen.

## 2. Mechanisches Modell des vertikal und horizontal belasteten Biegestabs

Der an seinen Stabenden gabelgelagerte Biegestab der Länge L mit Rechteckquerschnitt in Abbildung 1 wird durch eine konstante vertikale Linienlast  $q_z$  und durch eine horizontale Linienlast  $q_y(x)$  im Abstand  $a_{z,y}$  beansprucht. Zur Beschreibung wird ein "globales" kartesisches Koordinatensystem (x, y, z) eingeführt, das sich am perfekten unverformten Biegestab orientiert, siehe Abbildung 1, und ein "lokales" kartesisches Koordinatensystem  $(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$ , das sich am verformten Biegestab orientiert.

Ohne alle Annahmen der Biegetheorie des elastischen geraden schlanken Balkens im Einzelnen zu erwähnen, wird auf folgende Annahmen besonders hingewiesen:

- Die Querschnitte sind doppelsymmetrisch und wölbfrei,
- sämtliche Lager sind starr und
- die Einwirkungen  $q_y(x)$  und  $q_z$  sind richtungstreu.



(1)

Die Linienlasten  $q_y(x)$  und  $q_z$  bewirken die globalen Schnittgrößen  $\mathbf{S} = \{Q_y, Q_z, M_x, M_y, M_z\}$ 

mit

$$Q_{y}(x) = \int_{0}^{L/2} q_{y}(x) dx - \int_{0}^{x} q_{y}(\overline{x}) d\overline{x} ,$$

$$Q_{z}(x) = q_{z} \frac{1}{2} (L - 2x) ,$$

$$M_{x}(x) = -M_{x,A} + a_{z,y} \int_{0}^{x} q_{y}(\overline{x}) d\overline{x} - q_{z} \int_{0}^{x} \left[ v(\overline{x}) + \frac{h}{2} \vartheta(\overline{x}) \right] d\overline{x} ,$$

$$M_{y}(x) = q_{z} \frac{1}{2} (Lx - x^{2}) ,$$

$$M_{z}(x) = -\int_{0}^{x} q_{y}(\overline{x}) \cdot (x - \overline{x}) d\overline{x} + x \int_{0}^{L/2} q_{y}(x) dx .$$
Even where the second secon

Die zugehörigen Verzerrungen und Krümmungen

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \left\{ \boldsymbol{\gamma}_{y}, \boldsymbol{\gamma}_{z}, \boldsymbol{\vartheta}_{x}^{'}, -\boldsymbol{w}^{''}, \boldsymbol{v}^{''} \right\}$$
(2)

ergeben sich mit der Drehmatrix  $\mathbf{T}_{rot}$  (siehe z. B. Roik, Carl und Lindner (1972)) aus den Verzerrungen und Krümmungen  $\tilde{\mathbf{\epsilon}}$  des verformten Querschnitts

 $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{T}_{\text{rot}}^{\mathrm{T}} \widetilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$ .

Letztere sind durch das lineare Stoffgesetz mit den lokalen Schnittgrößen verknüpft

$$\widetilde{\mathbf{S}} = \widetilde{\mathbf{K}}\widetilde{\mathbf{\epsilon}}$$
 (4)

Unter Berücksichtigung der durch die Verschiebungen v und w verursachten Hebelarme der globalen Querkräfte in Bezug auf das lokale Torsionsmoment durch die Verschiebungsmatrix  $T_{trans}$  ergibt sich schließlich die Beziehung von globalen Verzerrungen und Krümmungen und globalen Schnittgrößen

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{T}_{\text{rot}}^{\text{T}} \widetilde{\mathbf{K}}^{-1} \mathbf{T}_{\text{rot}} \mathbf{T}_{\text{trans}} \mathbf{S} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{S} \,.$$
(5)

Wird in dieser Beziehung der Einfluss der Durchbiegung w vernachlässigt und die Beziehung dann in der Durchbiegung v und in den Verdrehungen v' und  $\vartheta$  linearisiert, so folgt für die Verdrillung

$$\vartheta' = -v \frac{Q_z}{GI_T} + \frac{M_x}{GI_T} + v' \left( \frac{1}{GI_T} - \frac{1}{EI_y} \right) M_y$$
(6)

und für die Krümmung um die schwache Achse

$$\mathbf{v}'' = \vartheta \left( \frac{1}{\mathrm{EI}_{y}} - \frac{1}{\mathrm{EI}_{z}} \right) \mathbf{M}_{y} + \frac{\mathbf{M}_{z}}{\mathrm{EI}_{z}} \,. \tag{7}$$

Grundlage dieser Gleichungen ist eine geometrisch nichtlineare Theorie, da das Gleichgewicht wie in der Theorie zweiter Ordnung und zusätzlich die linearen Stoffgleichungen am verformten Biegestab angeschrieben werden. Auf Grund der Linearisierung ist die Gültigkeit aber auf kleine Verformungen begrenzt. Im Weiteren wird diese Theorie durch 1+ gekennzeichnet.

#### 3. Mechanisches Modell des vertikal belasteten und horizontal gestützten Biegestabs

Die Stützung besteht bei dem hier behandelten Brettschichtholzträger aus starren Pfetten, einschließlich der Pfetten an den Stabenden, und einem separat gelagerten Aussteifungsträger mit der Biegesteifigkeit B, auf den sich der Biegestab über die Pfetten horizontal abstützt. Aus der auf den Biegestab einwirkenden Linienlast  $q_y$  (actio) wird jetzt eine den Biegestab stützende Linienlast  $q_y$  (reactio), die als sogenannte Aussteifungslast den Aussteifungsträger beansprucht. Wegen der starren Pfetten gilt für die Durchbiegung des Aussteifungsträgers

$$\mathbf{v}_{\mathrm{B}} = \mathbf{v} - \vartheta \mathbf{a}_{\mathrm{z},\mathrm{y}} \tag{8}$$

und damit für sein Biegemoment

$$\mathbf{M}_{z,B} = \mathbf{v}_{B}^{"}\mathbf{B} = \mathbf{v}^{"}\mathbf{B} - \boldsymbol{\vartheta}^{"}\mathbf{a}_{z,y}\mathbf{B}$$
<sup>(9)</sup>

mit

$$\vartheta'' = -v \frac{Q_z}{GI_T} - v' \frac{Q_z}{EI_y} + v'' \left( \frac{1}{GI_T} - \frac{1}{EI_y} \right) M_y + \frac{M_x'}{GI_T}.$$
 (9a)

Da das Moment  $M_{z,B}$  des Aussteifungsträgers ebenso wie die Aussteifungslast  $q_y$  auf die globalen Koordinaten bezogen ist, ist es wegen der starren Pfetten und wegen derselben Randbedingungen von Aussteifungsträger und Biegestab in Form und Größe entgegengesetzt dem Moment  $M_z$  des Biegestabs

$$\mathbf{M}_{z} = -\mathbf{M}_{z,\mathbf{B}}.\tag{10}$$

Die starren Pfetten bewirken aber nicht die Gleichheit von v und  $v_B$ . Vielmehr sind die beiden Verschiebungen eher entgegengesetzt gerichtet. Weiterhin gilt

(3)

$$\mathbf{M}_{\mathbf{x}}^{'} = \underbrace{\mathbf{q}}_{\mathbf{y}} \mathbf{a}_{\mathbf{z},\mathbf{y}} - \mathbf{q}_{\mathbf{z}} \left( \mathbf{v} + \frac{\mathbf{h}}{2} \vartheta \right).$$
(11)

Dann kann für Gleichung 9 geschrieben werden

$$\frac{\mathbf{M}_{z}}{\mathbf{B}} = -\vartheta \left( \frac{1}{\mathbf{EI}_{y}} - \frac{1}{\mathbf{EI}_{z}} \right) \mathbf{M}_{y} - \frac{\mathbf{M}_{z}}{\mathbf{EI}_{z}} - \mathbf{a}_{z,y} \left( \mathbf{v} \frac{\mathbf{Q}_{z}^{'}}{\mathbf{GI}_{T}} + \mathbf{v}^{'} \frac{\mathbf{Q}_{z}}{\mathbf{EI}_{y}} - \mathbf{v}^{''} \left[ \frac{1}{\mathbf{GI}_{T}} - \frac{1}{\mathbf{EI}_{y}} \right] \mathbf{M}_{y} - \frac{\mathbf{a}_{z,y} \mathbf{M}_{z}^{'}}{\mathbf{GI}_{T}} + \frac{\left[ \mathbf{v} + \frac{\mathbf{h}}{2} \vartheta \right] \mathbf{q}_{z}}{\mathbf{GI}_{T}} \right)$$

$$(12)$$

und nachdem alle M<sub>z</sub> enthaltendenTerme auf die linke Seite gebracht wurden

$$M_{z}\left(\frac{1}{B} + \frac{1}{EI_{z}}\right) - M_{z}^{"}\frac{a_{z,y}^{2}}{GI_{T}} = -\frac{\frac{h}{2}a_{z,y}\vartheta q_{z}}{GI_{T}} - \frac{a_{z,y}v' Q_{z}}{EI_{y}} + a_{z,y}v''\left(\frac{1}{GI_{T}} - \frac{1}{EI_{y}}\right)M_{y} - \vartheta\left(\frac{1}{EI_{y}} - \frac{1}{EI_{z}}\right)M_{y} .$$
(13)

Die Lösung dieser homogenen Differentialgleichung in der Verschiebung v und der Verdrehung  $\vartheta$  steht noch aus.

Zum besseren Verständnis der mechanischen Bedeutung dieser Differentialgleichung kann die analoge Differentialgleichung des seitlich gestützten Druckstabes mit der konstanten Druckkraft N dienen

$$\mathbf{M}_{z}^{"}\left(1+\frac{\mathbf{B}}{\mathbf{EI}_{z}}\right) = \mathbf{v}^{"}\mathbf{N}.$$
(14)

Der Ansatz v(x)=v·sin(m $\pi$ x/L) führt auf die charakteristische Gleichung

$$\left(\frac{N_{cr}}{EI_z + B} - \frac{m^2 \pi^2}{L^2}\right) \mathbf{v} \cdot \sin \frac{m\pi}{L} \mathbf{x} = 0, \qquad (15)$$

die eine triviale Lösung mit v=0, also für den perfekten Druckstab, und eine nichttriviale Lösung, die kritische Last als Eigenwert

$$N_{cr} = \frac{m^2 \pi^2}{L^2} (EI_z + B).$$
(16)

liefert. Letztere gehört zum quasiperfekten Druckstab, denn v muss zwar verschieden von Null, aber hinreichend klein sein.

Die Amplitude v der Verformung v(x) infolge einer vorgegebenen Druckkraft N lässt sich im Rahmen dieser Betrachtung nicht bestimmen. Das Umgekehrte, nämlich die Bestimmung der Schnittgröße  $M_z$  - und damit der Aussteifungslast  $q_y$  - infolge einer vorgegebenen Verformung v ist sehr wohl möglich. Gl. 13 ermöglicht also ebenso wie Gl. 14 nicht nur Aussagen über die Stabilität von Gleichgewichtslagen, sondern ermöglicht auch die Bestimmung von Schnittgrößen, wenn die Verformungen vorgegeben werden, weil sie bekannt sind.

Solche vorgegebenen Verformungen können Imperfektionen sein, die als bekannt vorausgesetzt werden.

#### 4. Mechanisches Modell des imperfekten horizontal gestützten Biegestabs

Um die Differentialgleichung Gl. 13 zumindest einer ingenieurmäßigen Lösung zuzuführen, werden die Verschiebung v und die Verdrehung  $\vartheta$  durch die mit den Randbedingungen verträgliche erste und zweite Eigenform des Biegestabs

$$v = v_e = e \cdot \sin \frac{\pi}{L} x, \ \vartheta = \vartheta_t = t \cdot \sin \frac{\pi}{L} x, \ e, t \in \Re$$
 (17)

ersetzt, so dass nur noch das Moment  $M_z$  als Variable verbleibt. Diese Eigenformen können auf Grund ihres determinierenden Charakters als Imperfektionen verstanden werden. Die Amplituden e,t müssen klein sein.

Dann ergibt sich für die inhomogene gewöhnliche Differentialgleichung zweiter Ordnung

$$M_{z} \cdot K_{1} - M_{z}^{"} \cdot K_{2} = -\sin\frac{\pi}{L}x \cdot (Lx - x^{2})\frac{1}{2}\frac{\pi^{2}}{L^{2}} \cdot K_{3} - \cos\frac{\pi}{L}x \cdot (L - 2x)\frac{1}{2}\frac{\pi}{L} \cdot K_{4} + \sin\frac{\pi}{L}x \cdot K_{5}, \quad (18)$$

wobei die rechte Seite bekannt ist, mit

$$\begin{split} & K_{1} = \frac{1}{B} + \frac{1}{EI_{z}}, \ K_{2} = \frac{a_{z,y}^{2}}{GI_{T}}, \ K_{3} = q_{z}a_{z,y}e\left(\frac{1}{GI_{T}} - \frac{1}{EI_{y}}\right) - q_{z}t\frac{L^{2}}{\pi^{2}}\left(\frac{1}{EI_{z}} - \frac{1}{EI_{y}}\right), \ K_{4} = q_{z}a_{z,y}e\frac{1}{EI_{y}}, \\ & K_{5} = -q_{z}a_{z,y}\frac{1}{GI_{T}}t\frac{h}{2} \ . \end{split}$$

Die Lösung lautet

$$q_{y}(x) = \begin{pmatrix} -C_{1} \frac{C_{2}^{2}}{L^{2}} \cosh\left(C_{2}\left(\frac{x}{L} - \frac{1}{2}\right)\right) - C_{3} \frac{\pi^{4}}{L^{4}} \sin\frac{\pi}{L} x \cdot \frac{1}{2}\left(Lx - x^{2}\right) \\ + \left(2C_{3} - C_{4}\right) \frac{\pi^{3}}{L^{3}} \cos\frac{\pi}{L} x \cdot \frac{1}{2}\left(L - 2x\right) - \left(C_{3} - 2C_{4} - C_{5}\right) \frac{\pi^{2}}{L^{2}} \sin\frac{\pi}{L} x \end{pmatrix}$$
(19)

mit

$$C_{1} = \frac{C_{4}\frac{\pi}{2}}{\cosh\left(-\frac{C_{2}}{2}\right)}, C_{2} = L\sqrt{\frac{K_{1}}{K_{2}}}, C_{3} = \frac{K_{3}}{K_{1} + \frac{\pi^{2}}{L^{2}}K_{2}}, C_{4} = \frac{K_{4} + 2C_{3}\frac{\pi^{2}}{L^{2}}K_{2}}{K_{1} + \frac{\pi^{2}}{L^{2}}K_{2}},$$
$$C_{5} = \frac{K_{5} - 2C_{4}\frac{\pi^{2}}{L^{2}}K_{2} + C_{3}\frac{\pi^{2}}{L^{2}}K_{2}}{K_{1} + \frac{\pi^{2}}{L^{2}}K_{2}}.$$

Diese Lösung gilt für den einzelnen Biegestab, der sich auf einen Aussteifungsträger abstützt. Sie kann nicht auf einen Biegestab übertragen werden, der selbst Teil (als Gurt) eines räumlichen Aussteifungssystems ist.

#### 5. Auswertung der Lösung

Die Auswertung der Lösung erfolgte entsprechend dem in der Ingenieurpraxis für den gestützten Druckstab üblichen Verfahren, bei dem die Schnittgrößen für vorgegebene Imperfektionen zuzüglich vorgegebener Verformungen berechnet werden. Dabei werden die vorgegebenen Verformungen so begrenzt, dass der Bemessungswert der Druckkraft, hier der Vertikallast  $q_z$ , ausreichenden Abstand zur kritischen Beanspruchung besitzt. Über die notwendige Begrenzung der Verformungen v,  $\vartheta$  wird hier noch keine Aussage gemacht. Hier werden die Verformungen aus der FE-Analyse verwendet, um die Ergebnisse der drei unabhängigen Verfahren Theorie I+. Ordnung, FEM und Verfahren von Friemann und Stroetmann (1998) vergleichen zu können.



Abbildung 2: Schnittgrößen und Verformungen am gestützten Biegestab

Für den Vergleich der Verfahren wurden die folgenden Parameter gewählt:

Trägerlänge : Trägerhöhe : Trägerbreite : Linienlast : Koppelhöhe : Drillsteifigkeit des Biegestabs um die lokale x-Achse : Biegesteifigkeit des Biegestabs um die lokale y-Achse : Biegesteifigkeit des Biegestabs um die lokale z-Achse : Biegesteifigkeit des Aussteifungsträgers :	$\begin{array}{ll} L &= 18,00 \mbox{ m} \\ h &= 1,50 \mbox{ m} \\ b &= 0,15 \mbox{ m} \\ q_z &= 10 \mbox{ kN/m} \\ a_{z,y} &= -0,75 \mbox{ m} \\ GI_T &= 1,14\cdot 10^3 \mbox{ kN/m}^2 \\ EI_y &= 4,89\cdot 10^5 \mbox{ kN/m}^2 \\ EI_z &= 4,89\cdot 10^3 \mbox{ kN/m}^2 \\ B &= 4,89\cdot 10^4 \mbox{ kN/m}^2 \end{array}$
Amplitude der Vorkrümmung des Biegestabs :	e = 22,5 mm
Amplitude der Vorverdrehung des Biegestabs :	t = 30,0 mrad

### 6. Literatur

Roik, K.; Carl, J.; Lindner, J. (1972): *Biegetorsionsprobleme gerader dünnwandiger Stäbe*. Berlin: Verlag Wilhelm Ernst & Sohn

Friemann, H.; Stroetmann, R. (1998): Zum Nachweis ausgesteifter biegedrillknickgefährderter Träger. Der Stahlbau 67, Heft 12, S. 936-954

Krahwinkel, M (2001): Zur Beanspruchung stabilisierender Konstruktionen im Stahlbau. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 4 Bauingenierwesen, Nr. 166. Düsseldorf: VDI-Verlag

Kessel, M. H.; Kühl, A. (2010): Zum räumlichen Tragverhalten imperfekter Flachdachträger aus Brettschichtholz. Tischvorlage Spiegelausschuss Holzbau