

Modelle für die Tragfähigkeit von Holztafeln mit beulgefährdeter Beplankung

von

Dipl.-Ing. Marc Sandau-Wietfeldt

aus Celle

Bericht Nr. 08-1

aus dem Institut für Baukonstruktion und Holzbau
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig
Univ. Prof. Dr.-Ing. M. H. Kessel

Braunschweig 2008

Modelle für die Tragfähigkeit von Holztafeln mit beulgefährdeter Beplankung

Von der Fakultät Architektur, Bauingenieurwesen und Umweltwissenschaften
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina
zu Braunschweig

zur Erlangung des Grades eines
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigte

Dissertation

von

Dipl.-Ing. Marc Sandau-Wietfeldt

aus Celle

Eingereicht am 10. November 2006

Mündliche Prüfung am 16. Februar 2007

Berichterstatter Prof. Dr.-Ing. Martin H. Kessel
Prof. Dr.-Ing. Hans Joachim Blaß

(2008)

Vorwort

Die vorliegende Arbeit ist während und nach meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Baukonstruktion und Holzbau der Technischen Universität Braunschweig entstanden.

Mein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Martin H. Kessel für sein mir entgegen gebrachtes Vertrauen und für sein großes wissenschaftliches Interesse an dem von mir gewählten Thema. Dass ich als Doktorand jederzeit mit ihm konstruktiv und kritisch über die vorliegende Arbeit diskutieren konnte, hat mich immer wieder motiviert und gestärkt.

Mein Dank gilt ebenfalls dem Koreferenten Herrn Prof. Dr.-Ing. Hans Joachim Blaß, dem Vorsitzenden der Prüfungskommission Herrn Prof. Dr.-Ing. Heinz Duddeck und dem Prüfer Herrn Prof. Dr.-Ing. Dietmar Hosser für ihr Mitwirken in der Prüfungskommission.

Ganz herzlich danken möchte ich allen ehemaligen und aktuellen Mitarbeitern des Instituts für die harmonische Zusammenarbeit in den vergangenen Jahren. Insbesondere bedanke ich mich bei unserem Oberingenieur, Herrn Dipl. Ing. Theo Schönhoff, für die zahllosen fachlichen Diskussionen mit vielen Anregungen. Sein Einsatz, mit dem er alle jungen Kollegen am Lehrstuhl unterstützt, muss an dieser Stelle besonders erwähnt werden. Des Weiteren danke ich Thorsten zur Kammer für die freundschaftliche Begleitung durch die gesamte Studenten- und Assistentenzeit.

Bennebstel, im Februar 2008

Marc Sandau-Wietfeldt

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	A
Inhaltsverzeichnis	B
Bezeichnungen	E
Kapitel 0: Einleitung	1
Kapitel 1: Technische Grundlagen	8
1.1 Stand der Forschung im Holztafelbau	10
1.1.1 Verbund zwischen Rippen, Beplankung und stiftförmigen Verbindungsmitteln	10
1.1.2 Tragverhalten von stiftförmigen Verbindungsmitteln	12
1.1.3 Untersuchungen des Tragverhaltens beulender Beplankung im Holzbau	12
Kapitel 2: Mechanische Grundlagen zum Tragverhalten der Beplankung	14
2.1 Die isotrope ebene Scheibe	14
2.2 Die isotrope ebene Platte	17
2.3 Die isotrope Schale	19
2.3.1 Lineares Beulen des Einzelfeldes	20
2.3.2 Nachbeulverhalten ebener Felder unter Schubbeanspruchung	23
Kapitel 3: Die statischen Modelle der Referenztafel	25
3.1 Aufbau des FE-Modells	27
3.1.1 Abbildung der Beplankung	29
3.1.2 Abbildung der Rippen	29
3.1.3 Abbildung der Verbindungsmittel	30
3.2 Ablauf der FE- Berechnung	32
Kapitel 4: Referenztafel – Numerische Berechnungen	36
4.1 Ziele	36
4.2 Voruntersuchungen	37
4.3 Modellstudien mit quasi - ebener Beplankung	42
4.3.1 Mit Eckgelenken und ohne Mittelrippe	42
4.3.2 Mit Eckgelenken und mit Mittelrippe	45
4.3.3 Ohne Eckgelenke und ohne Mittelrippe – ideales Schubfeld	47
4.3.4 Ohne Eckgelenke und mit Mittelrippe	51
4.4 Modellstudien mit beulender Beplankung	53
4.4.1 Mit Eckgelenken und ohne Mittelrippe	53
4.4.2 Mit Eckgelenken und mit Mittelrippe	58
4.4.3 Ohne Eckgelenke und ohne Mittelrippe – ideales Schubfeld	61
4.4.4 Ohne Eckgelenke und mit Mittelrippe	65
4.5 Vergleich der Tragfähigkeiten und Steifigkeiten	68
Kapitel 5: Experimentelle Untersuchungen	71
5.1 Beplankungswerkstoff - Materialversuche	71
5.1.1 Lochleibungsprüfungen	71
5.1.2 Zugprüfungen	73
5.1.3 Biegeprüfungen	74

5.1.4 Prüfung des Durchziehwidestands	75
5.2 Verbindungsprüfungen	77
5.3 Tafelprüfungen	81
5.3.1 Voruntersuchungen	81
5.3.2 Versuchsaufbau, Versuchsdurchführung und Prüfplan	82
5.3.3 Ergebnisdarstellung.....	85
Kapitel 6: Vergleich der numerischen und experimentellen Ergebnisse	89
6.1 Vergleich der Referenztafel mit den Prüfserien 2 und 3.....	89
6.2 Die Referenztafel mit multilinearer Verbindungsmittelkennlinie.....	90
6.2.1 Vergleich der Serie 1 mit den Berechnungen	91
6.2.2 Vergleich der Serie 13 mit den Berechnungen	97
Kapitel 7: Gruppen von Tafeln - Modellstudien mit Beulen	101
7.1 Tafel G1	102
7.2 Großtafel G2	104
7.3 Großtafel G3	107
7.4 Großtafel G4	110
7.5 Vergleich der Großtafeln	113
Kapitel 8: Unsymmetrisch beplankte Tafeln.....	115
8.1 Dreidimensionale Tafel mit beidseitig beulender Beplankung	117
8.2 Dreidimensionale Tafel mit einseitig beulender Beplankung.....	119
8.2.1 Die elastische Traggrenze.....	119
8.2.2 Die plastische Traggrenze	122
8.3 Dreidimensionale Tafel mit beidseitig ebener Beplankung.....	125
8.4 Vergleich der räumlichen Tafeln.....	126
Kapitel 9: Bemessungsvorschlag für Tafeln mit planmäßig beulender Beplankung.....	128
9.1 Konstruktive Grundsätze	128
9.2 Nachweis der Tragfähigkeit.....	131
9.3 Gebrauchstauglichkeit.....	136
Kapitel 10: Zusammenfassung	140
Kapitel 11: Literatur.....	142
Anhang A – Exemplarischer Programmcode.....	A1
Anhang B - Erläuterung des Programmcodes.....	A4

Bezeichnungen

Geometrische Größen

a_r	Achsabstand der Rippen
a_v	Verbindungsmittelabstand
a_1, a_2	Randabstände der Verbindungsmittel
α	Seitenverhältnis a/b bzw. h/ℓ
α_F	Faltenwinkel nach Kuhn
d	Querschnittsdicke der Rippe
e	Rasterabstand der Rippen
h	Höhe der Tafel, Querschnittshöhe der Rippe
κ_τ	Schubbeulwert
ℓ_{ges}	Gesamtlänge der Tafelgruppe
ℓ_1, ℓ_2	Länge der Tafel
w_0	Imperfektion in z-Richtung
t, t_1, t_2	Dicke der Rippen, Beplankungen
u, v, w	Verschiebungen in x-, y-, z-Richtung
x, y, z	Koordinaten

Beanspruchungen, Spannungen und Verzerrungen

F_{est}	geschätzte Bruchkraft
F_V	äußere horizontale Kraft
$F_{V,\text{el}}$	äußere horizontale Kraft auf dem Niveau der elastischen Tragfähigkeit der Tafel
$F_{V,\text{pl}}$	äußere horizontale Kraft auf dem Niveau der plastischen Tragfähigkeit der Tafel
F_t	Kraft des Zugaufagers
F_c	Kraft des Druckaufagers
$f_{v,0,\text{krit}}$	kritischer Schubfluss
k_{ZF}	Diagonalzugfaktor
K_X	Steifigkeit der Tafel in x-Richtung
m_x, m_y	längenbezogene Schnittmomente
n_x, n_y	längenbezogene Normalkraft in x- bzw. y-Richtung
n_{xy}	längenbezogene Schubkraft
R	Tragfähigkeit
R_{ax}	Tragfähigkeit in Schaftrichtung

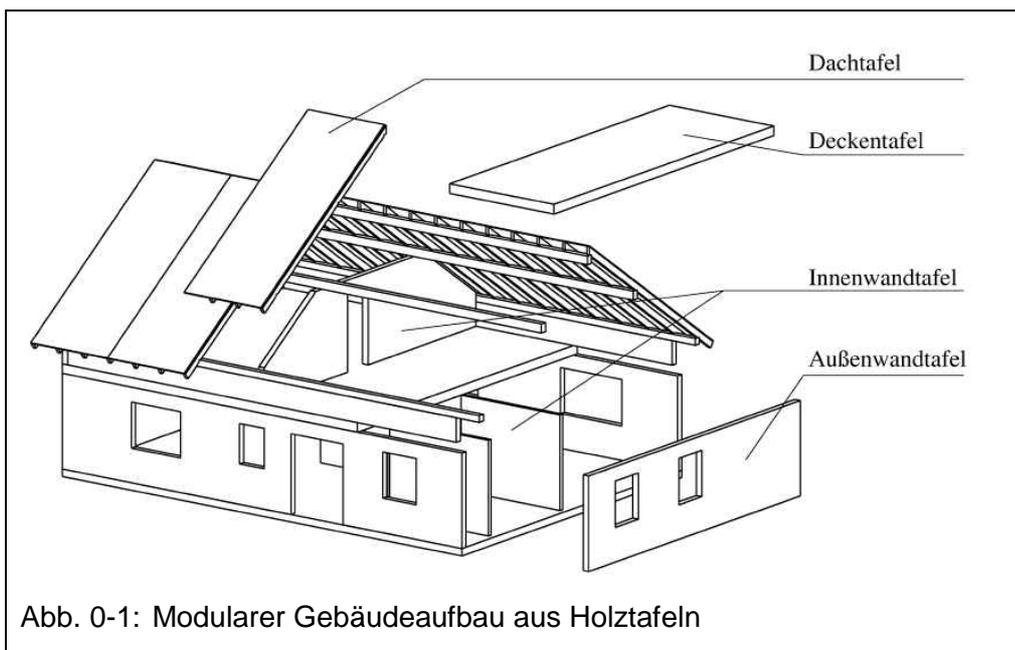
$s_{v,0}$	Schubfluss parallel zum Beplankungsrand / der Stabachse der Rippe
$s_{v,90}$	Schubfluss senkrecht zum Beplankungsrand / der Stabachse der Rippe
$s_{v,ges}$	resultierender Schubfluss
$S_{V,0}$	Verbindungsmittelkraft parallel zum Beplankungsrand
$S_{V,0,el}$	Verbindungsmittelkraft parallel zum Beplankungsrand auf dem Niveau der elastischen Tragfähigkeit der Tafel
$S_{V,0,pl}$	Verbindungsmittelkraft parallel zum Beplankungsrand auf dem Niveau der plastischen Tragfähigkeit der Tafel
$S_{V,90}$	Verbindungsmittelkraft senkrecht zum Beplankungsrand
$S_{V,ges}$	resultierende Verbindungsmittelkraft
τ_{xy}	Schubspannung in der x, y-Ebene
τ_{krit}	kritische Schubbeulspannung
$\sigma_{max,el}$	maximale Hauptspannung der Beplankung auf dem Niveau der elastischen Tragfähigkeit der Tafel
$\sigma_{max,pl}$	maximale Hauptspannung der Beplankung auf dem Niveau der plastischen Tragfähigkeit der Tafel
σ_x, σ_y	Normalspannung in x- und y-Richtung
σ_e	Bezugsspannung

Materialgrößen

$c_{i,j}$	Koeffizienten
C	Steifigkeitsmatrix
D	Dehnsteifigkeit
E	Elastizitätsmodul
F	Spannungsfunktion
G	Schubmodul
K_1, K_2	Steifigkeit der Verbindungsmittel
ν	Querkontraktionszahl

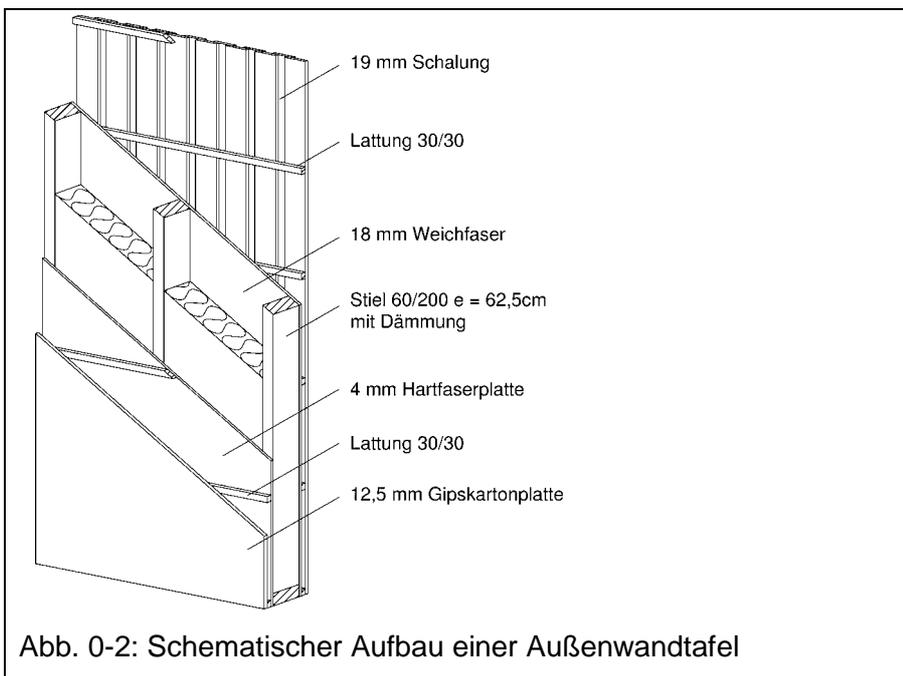
Kapitel 0: Einleitung

Moderne Wohngebäude aus Holz werden überwiegend in Holztafelbauart errichtet. Bei dieser Bauart wird der räumliche Baukörper modular aus einzelnen ebenen Holztafeln zusammengesetzt, wobei mit dem Begriff Holztafel die Verbundkonstruktion von Rippen aus Vollholz oder Holzwerkstoffen und einer Beplankung aus Holz- oder Gipswerkstoffen bezeichnet wird. Die Rippen werden mit der Beplankung durch Nägel, Klammern oder Schrauben zu einseitig oder zweiseitig beplankten Tafeln verbunden. Entsprechend ihrer Anordnung im Gebäude als Wand-, Decken- oder Dachtafeln, wie in Abb. 0-1 dargestellt, werden die einzelnen Bauteile und ihre Baustoffe sinnvoll kombiniert und dimensioniert, damit sie tragende, aussteifende, raumabschließende und bauphysikalische Funktionen des Baukörpers übernehmen können.



Die einzelne Tafel hat einen vielschichtigen Aufbau, der für den jeweiligen Einsatzort im Gebäude optimiert ist. Am Beispiel der Außenwandtafel in Abb. 0-2 werden die Funktionen der jeweiligen Bauteilschicht erläutert. Auf der Außenseite der Tafel ist über einer horizontalen Lattung eine Boden-Deckel-Schalung als Schlagregenschutz für die innen liegenden Bauteilschichten angebracht. Den Kern der Tafel bilden die Rippen mit der eingelegten Dämmung und der beidseitig verklammerten Beplankung. Dabei hat die 18 mm dicke Weichfaserplatte ausschließlich raumabschließende und dämmende Funktion. Auf Grund ihrer geringen Dichte ist die Tragfähigkeit dieser Platte so gering,

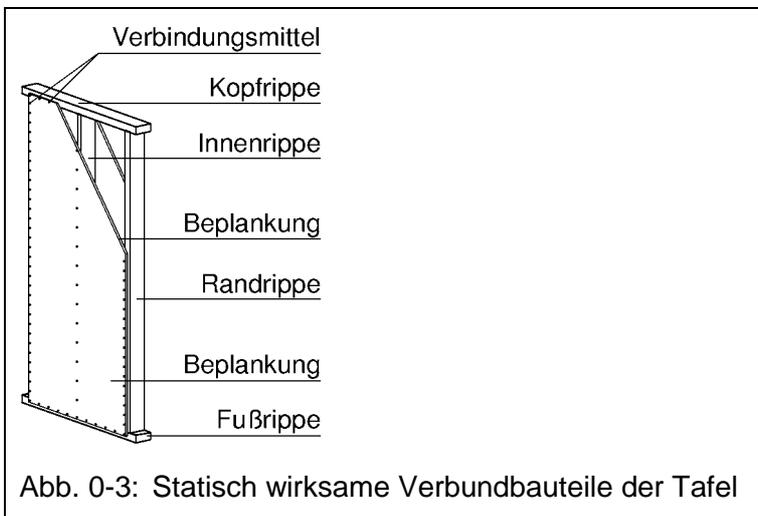
dass sie bei der statischen Bemessung der Tafel nicht berücksichtigt wird. Bei dieser Konstruktion ist die 4 mm dicke Hartfaserplatte die statisch wirksame Beplankung und folglich kontinuierlich an die Rippen mit stiftförmigen, metallischen Verbindungsmitteln angeschlossen. Über eine Lattung wird als sichtbare Bauteilschicht auf der Tafelinnenseite eine 12,5 mm dicke Gipskartonplatte verbaut. Die Installationsebene auf der Tafelinnenseite, die durch die innere Lattung entsteht, bietet ausreichend Platz, um Strom- und Wasserleitungen aufzunehmen, ohne die statisch wirksamen Bauteilschichten zu schwächen.



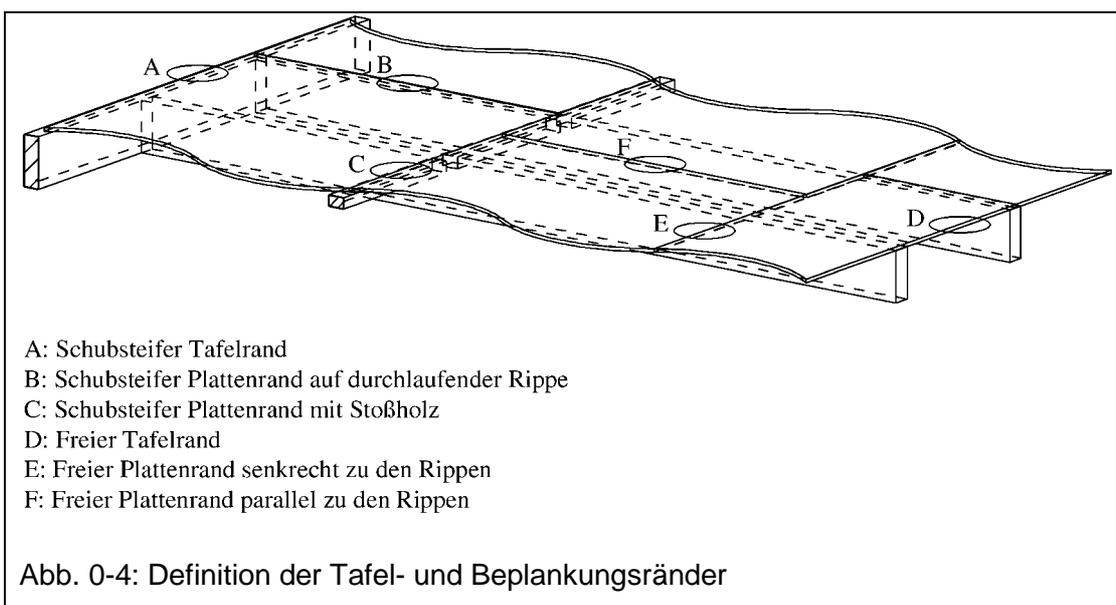
Im Rahmen dieser Arbeit wird das Tragverhalten von Tafeln unter äußeren Einwirkungen untersucht, so dass im Folgenden ausschließlich die Bauteile der Tafel betrachtet werden, die von statischem Interesse sind. In der vorgestellten Konstruktion sind die Rippen, die Hartfaserplatte sowie die Verbindungsmittel, mit denen die Beplankung an den Rippen angeschlossen ist, statisch wirksam. Die beschriebene Tafel ist im statischen Sinn einseitig und damit unsymmetrisch beplankt. Die Mittelebene der Beplankung und die Stabachsen der Rippen haben einen Hebelarm $(t+t_1)/2$ zueinander, siehe Abb. 3-3.

Diese Exzentrizität wird zur Beschreibung des Tragverhaltens der Tafel zunächst vernachlässigt, so dass im ersten Schritt die symmetrisch beplankte Einzeltafel mit der Abmessung $h/\ell_1 = 2$ untersucht wird, die in Abb. 0-3 bzw. Abb. 0-5 dargestellt ist. An den Fuß-, Kopf-, Innen- und Randrippen der Tafel ist beidseitig eine statisch wirksame

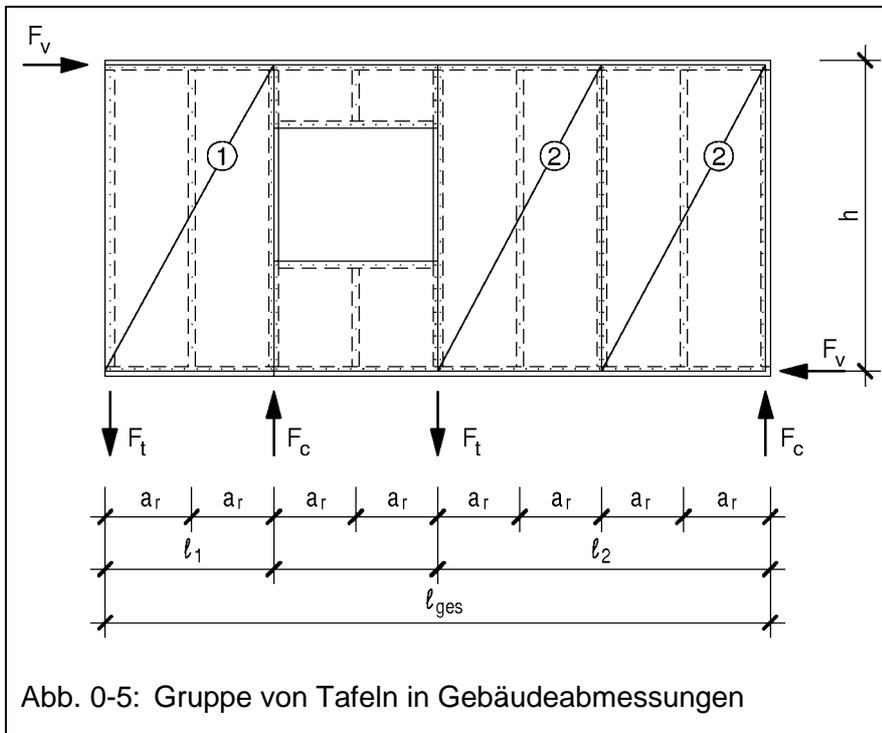
Beplankung über metallische Verbindungsmittel angeschlossen. Dabei bilden die Randrippen mit der Fuß- und der Kopfrippe die umlaufenden Gurte der Tafel.



Wie in Kessel (2003) gezeigt, ist der Verbund der Rippen mit der Beplankung entscheidend für die Verteilung der Beanspruchungen in der Tafel. Im Folgenden werden ausschließlich Tafeln mit umlaufenden Gurten betrachtet, deren Beplankungen kontinuierlich über stiftförmige Verbindungsmittel an diesen angeschlossen sind. Von den sechs Konstruktionssituationen der Beplankungs- und Tafelränder aus Abb. 0-4 werden ausschließlich die drei Schubsteifen Anschlüsse A bis C betrachtet. Freie Tafel- oder Beplankungsränder werden im Rahmen dieser Arbeit nicht untersucht.



Um Tafeln in Gebäudeabmessungen herstellen zu können, werden in der Vorfertigung im Werk Einzeltafeln zu Gruppen von Tafeln zusammengesetzt, wie beispielhaft für eine Wandtafel in Abb. 0-5 dargestellt. Das Tragverhalten einer Gruppe von Tafeln kann somit aus dem Tragverhalten der einzelnen Tafel abgeleitet werden.

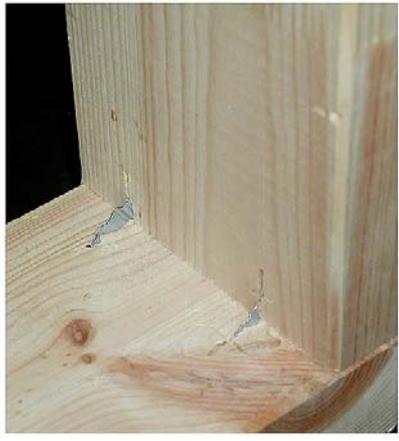
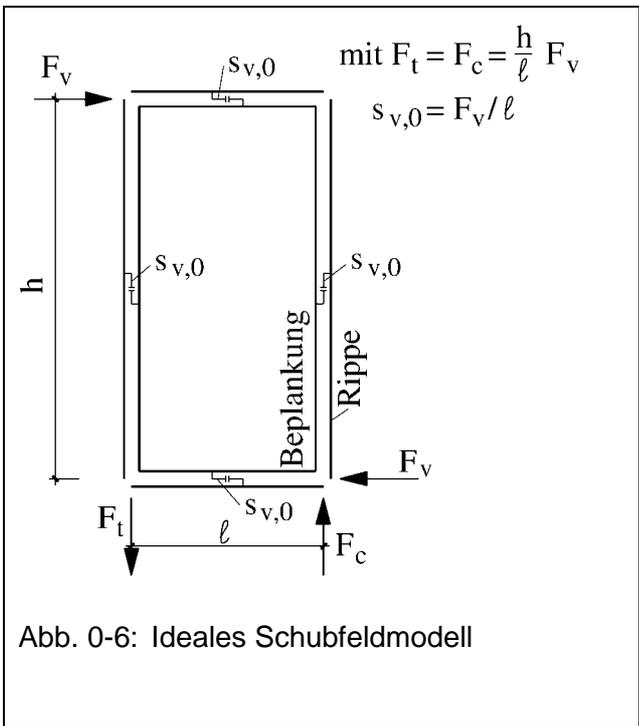


Im Allgemeinen werden die Tafeln durch äußere Einwirkungen, Abtriebskräfte infolge Imperfektionen sowie ihr Eigengewicht senkrecht zu ihrer Ebene als Platte und in ihrer Ebene als Scheibe beansprucht. Im Rahmen dieser Arbeit wird ausschließlich das Zusammenwirken der Verbundbauteile Rippen, Beplankungen und Verbindungsmittel unter scheibenartiger Beanspruchung F_v gemäß Abb. 0-5 untersucht.

Diese Kraft F_v wirkt zunächst auf die Kopfripe ein und wird über die Verbindungsmittel in die Beplankung und von dort über die Fußrippe sowie die Randrippen in die Unterkonstruktion weitergeleitet. Obwohl eigentlich nur die Beplankung im statischen Sinn als Scheibe beansprucht wird, wird dennoch von einer Scheibenbeanspruchung der Tafel als Verbundbauteil gesprochen. Dabei ist die Formulierung Scheibenbeanspruchung eine Idealisierung, denn im allgemeinen Fall ist die Beplankung infolge fertigungstechnischer Imperfektionen w_0 eine schwach gekrümmte Schale mit Membran- und Biegebeanspruchungen.

Um die Beplankung als Scheibe mit linear elastischem Materialgesetz vereinfachend bemessen zu können, wurde in der DIN 1052 Teil 3 „Holzbauwerke“ von 1988 die Schlankheit der Beplankung auf $a_r / t = 50$ beschränkt. Dabei ist a_r der Abstand der Rippenachsen und t die Dicke der Beplankung. Wegen dieser Konstruktionsregel wird das Beulen der tragenden und aussteifenden Beplankung infolge einer scheibenartigen Beanspruchung F_v gemäß DIN 1055 „Lastannahmen für Bauten“ ausgeschlossen. Die Gebrauchstauglichkeit von Tafeln mit sichtbaren, statisch wirksamen Beplankungen ist so pauschal sichergestellt.

Weil die Begrenzung der Schlankheit auf $a_r / t = 50$ verbindlich für alle Tafeln gewesen ist, ist die Konstruktion aus Abb. 0-2 nach DIN 1052 von 1988 nicht zulässig gewesen. Dabei zeigt das vorgestellte Konstruktionsbeispiel, dass die Gebrauchstauglichkeit der Tafel durch das Beulen der statisch wirksamen Beplankung nicht zwangsläufig eingeschränkt ist, wenn durch das Beulen die raumabschließenden Bauteilschichten nicht beeinflusst werden. Zudem kann das Beulen der statisch wirksamen Beplankung in allen Fällen gestattet werden, in denen an das Ebenbleiben der Oberflächen geringe oder keine Ansprüche gestellt werden, z.B. bei Materiallagern oder Ställen. Selbstverständlich ist die Tragfähigkeit solcher Konstruktion nachzuweisen.



Die Bemessung von Holztafeln, deren Beplankung unter der zu erwartenden Kraft F_V eben bleibt, kann sehr elegant mit dem Schubfeldmodell durchgeführt werden, das in den Erläuterungen zur DIN 1052 von 2004-08 ausführlich beschrieben ist. Auf Grund der idealen Randbedingungen des Schubfeldmodells in Abb. 0-6 können die Auflagerkräfte der Tafel und der randparallele Schubfluss $s_{v,0}$, der von den Verbindungsmitteln übertragen werden muss, aus den Gleichgewichtsbedingungen ermittelt werden. Das Modell ist statisch bestimmt.

Dieses Modell ist eine idealisierte Abbildung der realen Konstruktion, weil sich die Rippen unter der Einwirkung von F_V im Modell durchdringen können, während sie sich in der realen Konstruktion gegeneinander abstützen. Obwohl wegen des hohen konstruktiven Aufwandes und den daraus resultierenden Kosten keine statisch wirksame Verbindung der Rippen untereinander hergestellt wird, sondern die Rippen nur zur Lagesicherung während der Fertigung mit Wellennägeln oder Stichnetzeln verbunden werden, wie in Abb. 0-7 dargestellt, können Druckkräfte durch Kontaktpressung und Reibung zwischen der vertikalen und der horizontalen Rippe direkt weitergeleitet werden. In den Tafelecken entsteht gegebenenfalls ein Momentengelenk zwischen den Rippen bei entsprechender Beanspruchung.

Um ein sinnvolles statisches Modell für die Beschreibung von Holztafeln mit planmäßig beulender Beplankung zu finden, werden numerische und experimentelle Untersuchungen an Tafeln durchgeführt. Dabei wird zwischen Tafeln unterschieden, bei denen der Rippenabstand a_r im Vergleich zur Plattendicke t klein genug ist, so dass die Zusatzbeanspruchungen der Beplankung aus den Imperfektionen als klein gelten können (ohne Beulen, quasi - eben), und solchen, für die diese Zusatzbeanspruchungen nicht vernachlässigt werden können (mit Beulen). Mit dem Vergleich dieser Berechnungen sollen die signifikanten mechanischen Eigenschaften von Tafeln mit planmäßig beulender Beplankung herausgearbeitet werden. Das Modell soll das Tragverhalten der Tafel unter der scheibenartigen Beanspruchung F_V im elastischen Anfangszustand und im Bruchzustand hinreichend genau beschreiben. Zudem wird in dieser Arbeit detailliert aufgezeigt, welchen Einfluss die Verbindung der Rippen untereinander auf die Orientierung der Verbindungsmittelkräfte am Beplankungsrand hat.

Dazu werden im Kapitel 2 die für diese Arbeit erforderlichen mechanischen Grundlagen zusammengestellt, aus denen im nächsten Kapitel die FE - Modelle der Referenztafel mit symmetrischer Beplankung zur Beschreibung der vorliegenden Problemstellung erarbeitet werden. Die Ergebnisse der numerischen Berechnungen an der Referenztafel mit den Abmessungen $\ell / h = 1250 / 2500$ mm sind in Kapitel 4 zusammengetragen. Zur Verifikation der theoretischen Ergebnisse aus Kapitel 4 werden in Kapitel 5 Material-, Verbindungs- und Tafelexperimente durchgeführt und in Kapitel 6 vergleichend gegenübergestellt. Damit sind die Untersuchungen an der symmetrisch beplankten Einzeltafel abgeschlossen.

Um den praktischen Einsatz von Tafeln mit dünner, planmäßig beulender Beplankung zu ermöglichen, werden in Kapitel 7 Gruppen von diesen Tafeln mit und ohne Öffnungen sowie unterschiedlichen globalen Lagerungen analysiert. Es soll überprüft werden, ob die Bemessungsregeln für Tafelgruppen mit quasi - ebener Beplankung auf Tafelgruppen mit beulender Beplankung übertragen werden können.

Wie das Konstruktionsbeispiel aus Abb. 0-2 zeigt, werden auf Grund der bauphysikalischen Zwangsbedingungen unsymmetrisch beplankte Tafeln verbaut. In Kapitel 8 ist ein statisches Modell beschrieben, das geeignet ist, diese Problemstellung abbilden zu können. Ausgehend von der Referenztafel aus Kapitel 4 werden symmetrische und unsymmetrische Tafeln mit zwei Beplankungen vergleichend untersucht.

Abschließend ist in Kapitel 9 das Bemessungskonzept für Tafeln mit planmäßig beulender Beplankung erläutert.

Kapitel 1: Technische Grundlagen

Wegen des modularen Aufbaus der Holzhäuser, ob in Fachwerk- oder später in Tafelbauart, verbunden mit dem geringen Eigengewicht im Vergleich gegenüber Stein, Stahl und Beton ist der Baustoff Holz besonders geeignet, in der Fabrik vorgefertigt und vor Ort montiert zu werden. Dieser Vorteil wurde frühzeitig erkannt, so dass temporäre Bauwerke für Kriegszwecke oder Wanderarbeiter nach diesem Prinzip errichtet wurden. Nach Junghanns (1994) war „das Militärwesen anfänglich überhaupt der wichtigste Auslöser für Vorfertigung und Montage. 1788, während des Türkenkriegs wurden in Wien 24 Lazarettbaracken zusammengestellt und auf der Donau nach Slawonien in das Kampfgebiet verschifft.“ In der Kolonialzeit wurden erstmal Wohnhäuser aus Holz in den Mutterländern vorgefertigt und in die eroberten Gebiete transportiert, um dort „den sprunghaft ansteigenden Wohnraumbedarf“ zu decken. Bei diesen Konstruktionen waren die Rippen miteinander verzapft und die Brettschalung über handgeschmiedete Nägel mit diesen verbunden. „Die Einführung der Kreissäge und die Verwendung maschinell hergestellter Drahtstifte veranlassten den Ingenieur George Snow in Chicago (1832) zur Entwicklung einer Hauskonstruktion, die nur aus Brettern, wie sie jedes Sägewerk liefern konnte und aus genagelten Verbindungen bestand.“ Damit war der erste Schritt von der Fachwerk- zur Tafelbauart, dem Balloon Frame System, getan. Die teilweise vorgefertigten Gebäude wurden von Nichtfachleuten vor Ort montiert. Dieses Bauverfahren verbreitete sich innerhalb weniger Jahre in den USA und „bildete die Grundlage der außerordentlichen hohen Produktivität der amerikanischen Holzindustrie.“ So konnten Städte wie Chicago oder San Francisco „in einem einzigen Jahr zu Großstädten werden. Es wird geschätzt, dass solche Häuser in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts einen Anteil von 60 bis 80 % der gesamten Wohnbausubstanz der Vereinigten Staaten erreichten.“

Diese Entwicklungen in Übersee hatten zunächst keinen nennenswerten Einfluss auf die Bautechnik in Deutschland, obwohl in „Fachzeitschriften gelegentlich über fabrikmäßig hergestellte Häuser und ihre konstruktiven Besonderheiten“ berichtet wurde. Die leichte Zerlegbarkeit und der einfache Transport verbunden mit dem Wiederaufbau ohne Materialverlust durch Hilfsarbeiter und nicht das fundamental neue Tragprinzip des Tafelhauses standen im Mittelpunkt der Berichterstattung. Zudem war die Materialminimierung Ziel der Konstrukteure, wie die Werkschrift der Firma Siebel (1910) dokumentiert. Die Tafelbauart wurde „keineswegs als Basis für ortsfeste Bauten gesehen.“

In Deutschland waren gegen Ende des 19. Jahrhunderts nur 10% der Häuser aus Holz gebaut, wie dem Bericht über den 1. Allgemeinen Wohnungsbaukongress 1904 zu entnehmen ist. „Nur das Massivhaus galt als dauerhaft und vollwertig, das Holzhaus als vergänglich, besonders feuergefährdet, als billig und damit minderwertig.“

Das Holzhaus existierte in zwei wesentlichen Segmenten als Nischenprodukt auf einem von der Massiv- und Mischbauweise dominierten Wohnhausmarkt. Das Bürgertum hatte eine Vorliebe für das reich verzierte Schweizerhaus, mit flach geneigten Dächern und erbaute große Vorstadt villen oder kleine Wochenendhäuser in diesem Stil. Diese Häuser wurden in Fachwerk- oder Blockbauart erstellt und können als Luxushäuser bezeichnet werden. Im Gegensatz dazu stehen die Doecker Lazarettbaracken, deren türbreite, geschosshohe Holzrahmen mit 3-4 mm Filzpappe benagelt waren. Sie wurden von der „Firma Christoph & Unmack durch das Verbauen einer beidseitigen Verbretterung mit Dämmung, einem Asbestschieferbelag auf der Außenseite und einer glatten Filzpappe auf der Innenseite zu Wohnhäusern für einkommensschwache Bevölkerungsschichten umkonstruiert“. Die Aussteifung in Tafelebene wurde, wie in der Fachwerkbauart üblich, durch Diagonalstäbe und nicht durch die Beplankung wie in heutigen Konstruktionen sichergestellt.

Es ist offensichtlich, dass es eine große Vielfalt an Holzhauskonstruktionen gab, die von Konrad Wachsmann (1930) in drei typische Bauarten, die ortsfeste Fachwerkbauart, die Tafel- oder Plattenbauart und die Blockbauart, eingeteilt wurden. Die Blockbauart ist aus heutiger Sicht ein Nischenprodukt und wird im Folgenden nicht weiter betrachtet. Bei den ersten beiden Bauarten werden die Wände, Decken und Dächer aus schlanken, parallelen Stielen oder Rippen mit Gurten am Wandkopf und –fuß hergestellt. Während bei der Fachwerkbauart die horizontale Aussteifung durch diagonale Füllhölzer gewährleistet wird, sichern umlaufend auf den Rippen vernagelte Sperrholzplatten die Bauteile der Tafelbauart. Dieser Unterschied führt zu einer grundlegend unterschiedlichen Verteilung der Beanspruchung innerhalb der Tafel insbesondere der Verbindungsmittelkräfte. Dennoch wurde die Tafel nicht als Schubfeldträger, sondern als entartetes Fachwerk verstanden. Dieses spiegelt sich noch in der DIN 1052 von 1988 wider, nach der ein fiktiver Diagonalstab innerhalb der aussteifenden Beplankung nachzuweisen ist.

Dabei wurde von Timoshenko (1921) die Lösung für die allseitig gelenkig gelagerte

Rechteckplatte unter scheibenartiger Schubbeanspruchung bereits gegeben und damit der Grundstein für die Schubfeldtheorie gelegt. Eine mögliche Erklärung für die jahrzehntelange Nichtbeachtung dieser Theorie bei der Bemessung von Holztafeln liefert Serafin (2002), wonach das Holz vor der Industrialisierung noch der Baustoff der innovativen Baumeister war, aber bis zum Ende des 19. Jahrhunderts vom wirtschaftlicher hergestellten Stahl verdrängt wurde. „Die Ausbildung des Ingenieurbaus geht zeitlich einher mit der Abkehr vom Holzbau.“ Der Holzbau blieb handwerklich geprägt und hatte wenig Zugang zu den Erkenntnissen der neu gegründeten Bauschulen.

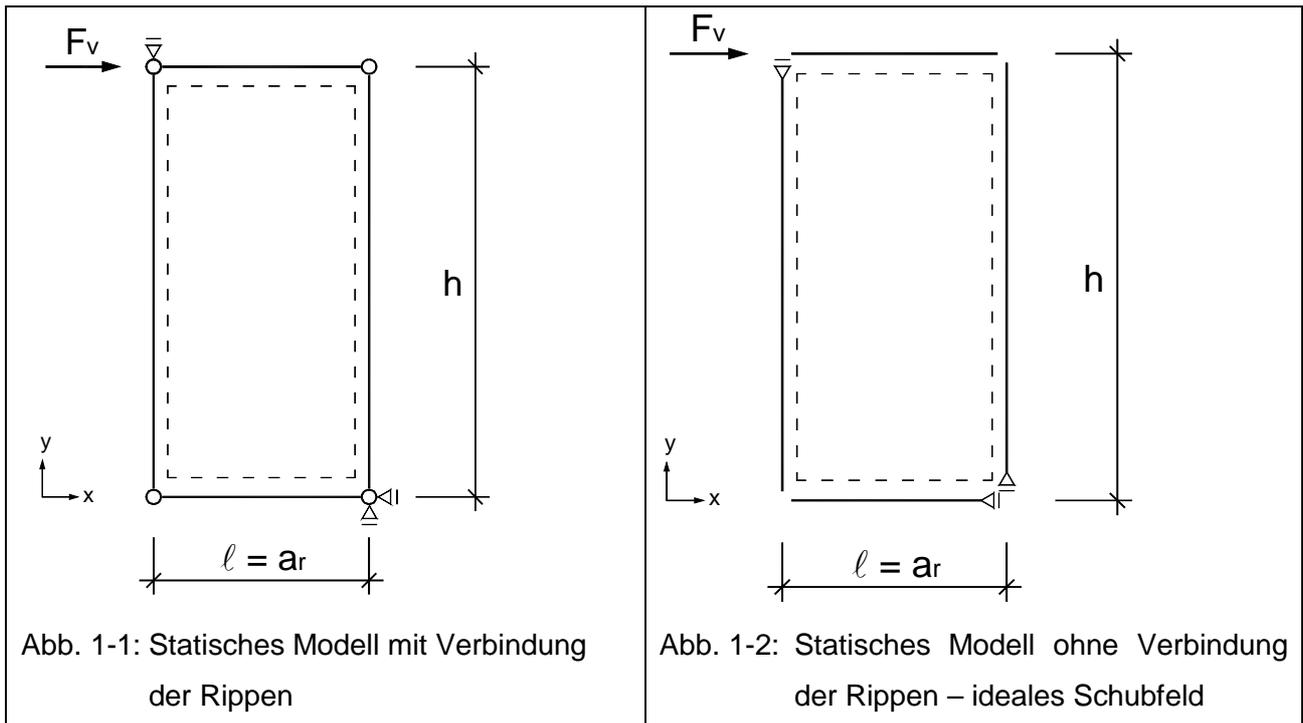
1.1 Stand der Forschung im Holztafelbau

Die Holztafel besteht aus flächigen Beplankungen mit stabförmigen Rippen, die diskret mit konstantem Verbindungsmittelsabstand a_v durch stiftförmige, metallische Verbindungsmittel zu einem Verbundbauteil zusammen gefügt werden. Da deren Tragverhalten nachhaltig durch das Tragverhalten der Verbindungsmittel beeinflusst wird, vergl. Kapitel 4 ff., wird in 1.1.2 das Tragverhalten der Verbindungsmittel gesondert betrachtet.

1.1.1 Verbund zwischen Rippen, Beplankung und stiftförmigen Verbindungsmitteln

Wie von Dettmann (2003) für Tafeln mit quasi - ebener Beplankung zusammengestellt, werden zur Beschreibung des Tragverhaltens statische Modelle verwendet, bei denen die Rippen durch Momentengelenke starr verbunden sind, siehe Abb. 1-1, oder Modelle, deren Rippen gemäß Abb. 1-2 keine Verbindung miteinander haben.

Tuomi und McCutcheon (1978), Itani (1984), Patton-Mallory und McCutcheon (1987) beschreiben auf der Grundlage des Modells in Abb. 1-1 das Tragverhalten der Tafel. Obwohl dieses Modell infolge der drei starren Auflager äußerlich statisch bestimmt ist, können die Beanspruchungen der Verbundbauteile nur mit erheblichem Rechenaufwand ermittelt werden, weil die Tafel im Inneren vielfach statisch unbestimmt ist, so dass Lösungen über Verformungsbedingungen abgeleitet werden müssen.



Mit Hilfe des in Abb. 1-2 dargestellten Modells lassen sich die Beanspruchungen der Verbundbauteile infolge F_v aus den Gleichgewichtsbedingungen unter Ausnutzung der Schubfeldtheorie ableiten, wie Kessel und Schönhoff (2002) aufzeigen.

In der baupraktisch relevanten Konstruktion der Tafel werden aus Montage- und Kostengründen keine Momentengelenke ausgebildet. Dennoch können durch Reibung und Kontaktstoß der Rippen gegebenenfalls horizontale und vertikale Kräfte von Rippe zu Rippe direkt übertragen werden. Weil die beiden oben dargestellten Modelle als obere (Abb. 1-1) und untere (Abb. 1-2) Schranke bezüglich der Tragfähig- und Steifigkeit der Tafel betrachtet werden können, vergl. Dettmann (2003), werden im Rahmen dieser Arbeit keine Modelle mit Kontaktstoß untersucht.

Welches statische Modell geeignet ist, um Tafeln mit planmäßig beulender Beplankung hinreichend genau beurteilen zu können, wird in der Literatur bisher nicht aufgezeigt und ist deswegen zentraler Gegenstand dieser Arbeit.

1.1.2 Tragverhalten von stiftförmigen Verbindungsmitteln

Mit seiner Publikation legt Johansen (1949) die Grundlage für die Theorie über das Tragverhalten von stiftförmigen, metallischen Verbindungsmitteln unter Scherbeanspruchung. Zusätzlich wurden für die Dimensionierung von Holzwerkstoff-Holzverbindungen zahlreiche empirische Arbeiten durchgeführt, welche die materialspezifischen Besonderheiten berücksichtigen. Möhler und Ehlbeck (1973), Kolb und Radović (1973), Polensek (1978), Gromola (1985) und Ehlbeck (1988) untersuchten das Tragverhalten von Holzwerkstoff-Holzverbindungen und entwickelten aus den gewonnenen Kraft-Weg-Koordinaten nichtlineare Verbindungsmittelgesetze. In Raschper (1990) sind diese Verbindungsmittelgesetze grafisch gegenübergestellt.

1.1.3 Untersuchungen des Tragverhaltens beulender Beplankung im Holzbau

Cziesielski (1970) untersucht das Druck- und Schubbeulen von orthotropen Platten mit linearer und parabolischer Normalspannungsverteilung entlang der Beulfeldlängen und ermittelt über die Formänderungsarbeit der inneren Kräfte die kritische Schubbeulspannung τ_{krit} in Abhängigkeit der Biege- und Drillsteifigkeit der Beplankung. Die theoretischen Ergebnisse verifiziert er experimentell an drei Versuchskörpern mit den Abmessungen $h \times \ell \times t = 800 \times 400 \times 4$ mm. Das überkritische Tragverhalten der Beplankung sowie das Zusammenwirken von Beplankung, Verbindungsmitteln und Rippen betrachtet er dabei nicht.

Auch Blass und Krämer (1997) ermitteln, basierend auf Cziesielskis Untersuchungen, für orthotrope Werkstoffe die kritische Schubbeulspannung τ_{krit} und entwickeln ein Verfahren für den Schubbeulnachweis nach EC5. Ferner weisen die Autoren ausdrücklich darauf hin, dass die Tragfähigkeit der Tafel nicht durch das Schubbeulen der Beplankung beschränkt wird.

Für einen vereinfachten Nachweis gibt Ehlbeck (1996) in Abhängigkeit der charakteristischen Schubfestigkeit $f_{v,k}$ und der 5% Fraktilewerte der Biege E-Moduli $E_{x,m,05}$ und $E_{y,m,05}$ ein Verhältnis der Feldbreite a_r zur Beplankungsdicke t an, das nicht überschritten werden darf, siehe Gl. 1-1. Dabei wird der Beulwert $\min k$ aus Diagrammen von Cziesielski (1970) ermittelt.

$\frac{a_r}{t} \leq \sqrt{\frac{1}{3} \min k \cdot \pi^2} \sqrt{\frac{\sqrt[4]{E_{x,m,05}^3 E_{y,m,05}}}{f_{v,x,k} (1 - \nu_x \nu_y)}}$	Gl. 1-1
---	---------

Für isotrope Werkstoffe vereinfacht sich diese Gleichung zu:

$\frac{a_r}{t} \leq \pi \cdot \sqrt{\frac{1}{3} \min k} \sqrt{\frac{E_{m,05}}{f_{v,k} (1 - \nu^2)}}$	Gl. 1-2
--	---------

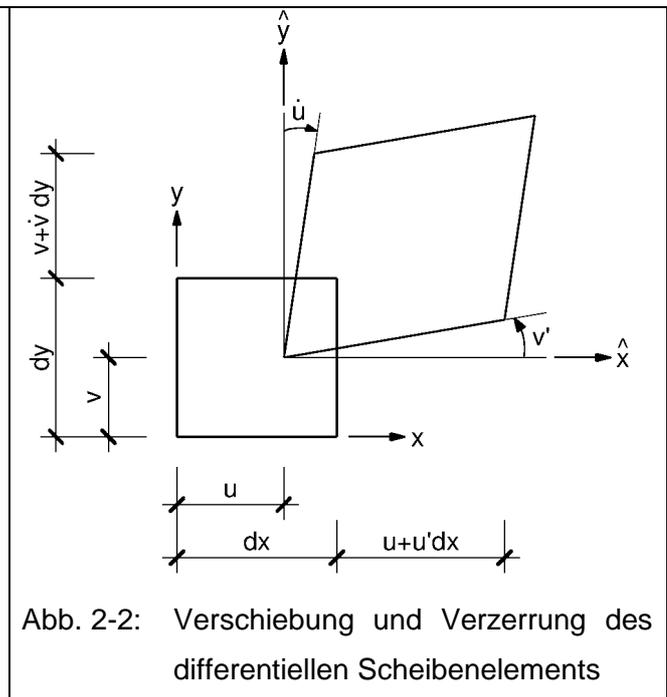
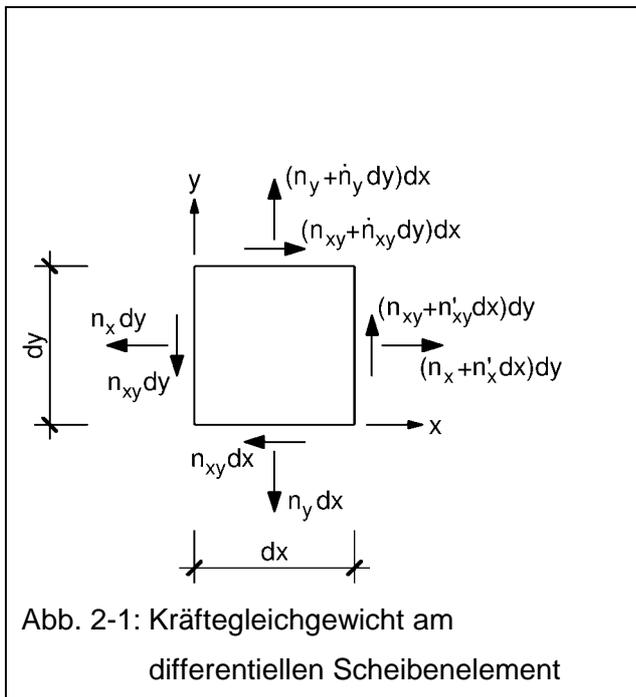
Die Auswirkungen des Schubbeulens auf die Beanspruchung der Verbindungsmittel und der Rippen wird nicht betrachtet.

Kapitel 2: Mechanische Grundlagen zum Tragverhalten der Beplankung

Auf Grund der horizontalen Tafelfertigung und den damit verbundenen Imperfektionen w_0 ist die Beplankung im allgemeinen Fall eine zweiachsig gekrümmte Schale mit großem Krümmungsradius, deren Beanspruchungen sich aus der Überlagerung der Scheiben- und Plattenbeanspruchungen ergeben. Diese werden für ein elastisches, isotropes Werkstoffgesetz ermittelt, weil im Rahmen dieser Arbeit ausschließlich harte Hartfaserplatten betrachtet werden, für die auf Grund ihrer feinen, homogenen Struktur obige Modellannahmen zutreffend sind, vergl. Kapitel 5.

2.1 Die isotrope ebene Scheibe

Die resultierenden Schnittkräfte n_x , n_y und n_{xy} sowie die zugehörigen Verzerrungen ϵ_x , ϵ_y und ϵ_{xy} der Scheibe sind in Abb. 2-1 und Abb. 2-2 dargestellt. Aus den Schnittgrößen ergeben sich durch Division mit der konstanten Scheibendicke t die Spannungen $\sigma = \mathbf{n} / t$.



Die Hauptspannungen und Hauptverzerrungen berechnen sich durch die Drehung des Spannungs- bzw. Verzerrungsvektors σ bzw. ϵ mit den Transformationsmatrizen $\mathbf{T}_\sigma(\alpha)$ bzw. $\mathbf{T}_\epsilon(\alpha)$, siehe Gl. 2-1 und Gl. 2-2.

$\bar{\mathbf{n}} = \mathbf{T}_\sigma \mathbf{n}$	mit	$\mathbf{T}_\sigma = \begin{bmatrix} \cos^2\alpha & \sin^2\alpha & \sin 2\alpha \\ \sin^2\alpha & \cos^2\alpha & -\sin 2\alpha \\ -0,5 \sin 2\alpha & 0,5 \sin 2\alpha & \cos 2\alpha \end{bmatrix}$	Gl. 2-1
$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{T}_\varepsilon \boldsymbol{\varepsilon}$	mit	$\mathbf{T}_\varepsilon = \begin{bmatrix} \cos^2\alpha & \sin^2\alpha & 0,5 \sin 2\alpha \\ \sin^2\alpha & \cos^2\alpha & -0,5 \sin 2\alpha \\ -\sin 2\alpha & \sin 2\alpha & \cos 2\alpha \end{bmatrix}$	Gl. 2-2

Für $\tau_{xy} = 0$ ergibt sich die Hauptspannungsrichtung mit dem Drehwinkel:

$\tan 2\alpha = 2\tau_{xy} / (\sigma_x - \sigma_y)$	Gl. 2-3
---	---------

Für den isotropen Fall stimmen die Hauptspannungs- und Verzerrungsrichtungen überein. Über das lineare Werkstoffgesetz mit dem E-Modul, dem Schubmodul G und der Querkontraktionszahl ν werden die Spannungen σ mit den Verzerrungen ε gekoppelt.

$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y),$	$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x),$	$\gamma_{xy} = \frac{1}{G}\tau_{xy}$	Gl. 2-4
--	--	--------------------------------------	---------

Oder:

$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_x - \nu\varepsilon_y),$	$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_y - \nu\varepsilon_x),$	$\tau_{xy} = G \gamma_{xy}$	Gl. 2-5
---	---	-----------------------------	---------

Formalisiert ergeben sich hieraus die ersten 5 Koeffizienten c_{ij} der Steifigkeitsmatrix \mathbf{C} .

$n_x = \frac{E t}{1-\nu^2}(\varepsilon_x - \nu\varepsilon_y)$	$=$	$C_{11}\varepsilon_x + C_{12}\varepsilon_y$	Gl. 2-6
$n_y = \frac{E t}{1-\nu^2}(\varepsilon_y - \nu\varepsilon_x)$	$=$	$C_{21}\varepsilon_x + C_{22}\varepsilon_y$	
$n_{xy} = G t \varepsilon_{xy}$	$=$	$C_{33}\varepsilon_{xy}$	

Die Koeffizienten c_{ij} mit $i, j \leq 3$ bilden den Scheibenquadranten \mathbf{C}_s der Steifigkeitsmatrix \mathbf{C} .

Dehnsteifigkeit D	$c_{11} = c_{22} =$	$\frac{E t}{1 - \nu^2}$	Gl. 2-7
Kontraktionssteifigkeit	$c_{12} = c_{21} =$	$\frac{E t \nu}{1 - \nu^2}$	
Schubsteifigkeit	$c_{33} =$	G t	

Das Gleichgewicht am differentiellen Scheibenelement ist gemäß Abb. 2-2 dann erfüllt, wenn die folgenden Bedingungen eingehalten sind:

$n'_x + \dot{n}_{xy} = 0,$ oder $\sigma'_x + \dot{\tau}_{xy} = 0$	Gl. 2-8
$\dot{n}_y + n'_{xy} = 0,$ oder $\dot{\sigma}_y + \tau'_{xy} = 0$	

Unter Beachtung der Verformungsgrößen,

$\varepsilon_x = \dot{u},$ $\varepsilon_y = \dot{v},$ $\varepsilon_{xy} = \dot{u} + \dot{v}'$	Gl. 2-9
---	---------

der Verträglichkeitsbedingung,

$\ddot{\varepsilon}_x + \varepsilon''_y - \dot{\varepsilon}'_{xy} = 0$	Gl. 2-10
--	----------

der Spannungsfunktion $F(x,y)$,

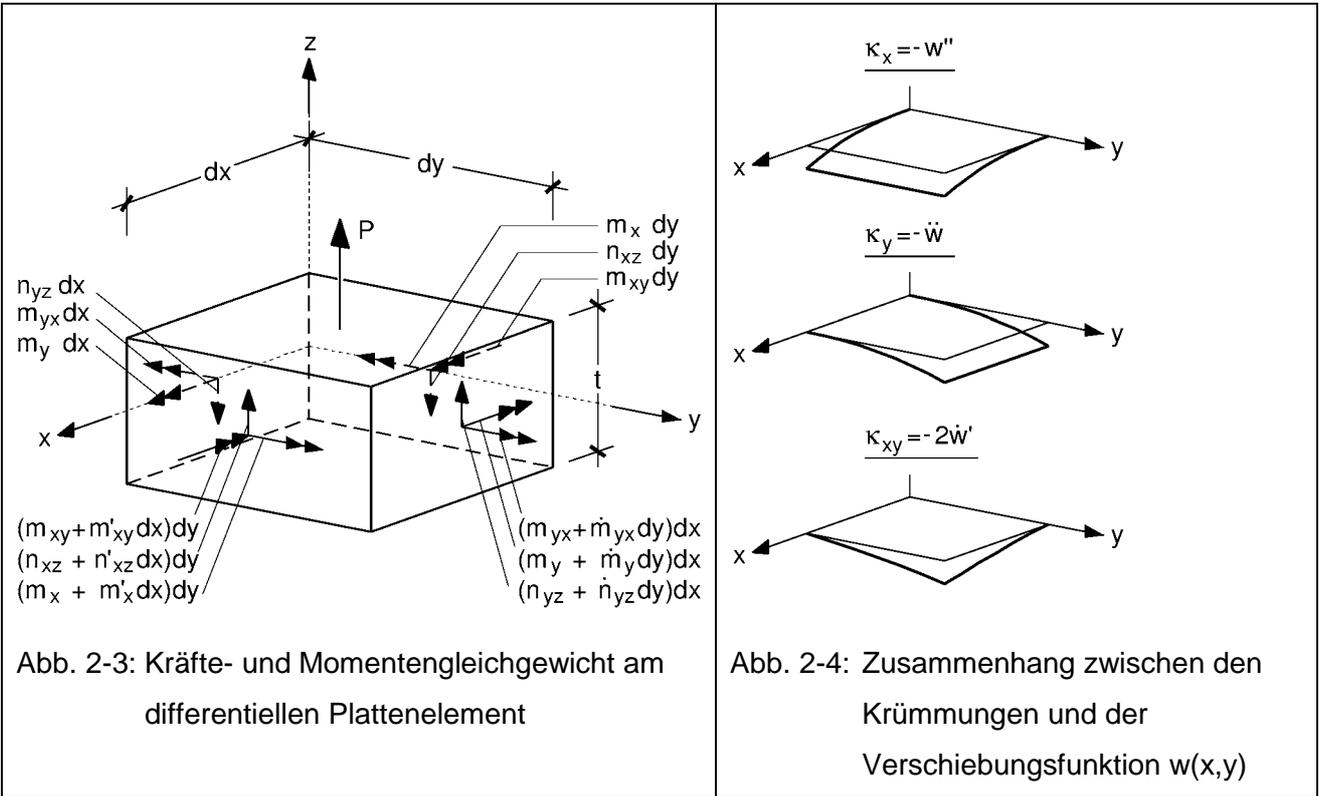
$n_x = \ddot{F},$ $n_y = F'',$ $n_{xy} = \dot{F}'$	Gl. 2-11
--	----------

des Elastizitätsgesetzes sowie der Isotropieregel ergibt sich die Differentialgleichung zu:

$F'''' + 2 \ddot{F}'' + \ddot{F} = 0$ oder $\Delta \Delta F = 0$	Gl. 2-12
--	----------

2.2 Die isotrope ebene Platte

Infolge der äußeren Kraft P wird das differentielle Plattenelement, wie in Abb. 2-3 dargestellt, durch die resultierenden Schnittmomente m_x , m_y und m_{xy} sowie die Querkräfte n_{yz} und n_{xz} beansprucht und erfährt die zugehörigen Krümmungen κ_x , κ_y und Drillungen κ_{xy} , siehe Abb. 2-4.



Die Verschiebungen und Verzerrungen ergeben sich in Abhängigkeit der Plattendicke t zu:

$\epsilon_x(z) = t \kappa_x$,	$\epsilon_y(z) = t \kappa_y$,	$\epsilon_{xy}(z) = t \kappa_{xy}$	Gl. 2-13
--------------------------------	--------------------------------	------------------------------------	----------

Unter Annahme der Bernoulli-Hypothese verlaufen die Spannungen linear über die Dickenkoordinate z , so dass im Fall der reinen Biegung die Plattenmittelfläche zur neutralen Ebene wird. Analog zur Scheibe kann die Mohrsche Transformation auf die Krümmungen und Schnittmomente angewendet werden.

$\bar{m} = T_\sigma m$	Gl. 2-14
------------------------	----------

$\bar{\kappa} = T_\epsilon \kappa$	Gl. 2-15
------------------------------------	----------

Die Schnittmomente des Elements ergeben sich aus der Integration der Kräfte σdz , der Schicht dz mit ihrem Hebelarm z gegenüber der neutralen Ebene:

$m_x = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} z \sigma_x dz,$	$m_y = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} z \sigma_y dz,$	$m_{xy} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} z \tau_{xy} dz$	Gl. 2-16
--	--	---	----------

Bei linearem Dehnungsverlauf unter Beachtung des Elastizitätsgesetzes ergibt sich:

$m_x = \frac{E t^3}{12(1-\nu^2)} (\kappa_x - \nu \kappa_y) = C_{44} \kappa_x + C_{45} \kappa_y$	Gl. 2-17
$m_y = \frac{E t^3}{12(1-\nu^2)} (\kappa_y - \nu \kappa_x) = C_{54} \kappa_x + C_{55} \kappa_y$	
$m_{xy} = \frac{G t^3}{12} \kappa_{xy} = C_{66} \kappa_{xy}$	

Diese Koeffizienten c_{ij} mit $i, j > 3$ bilden den Plattenquadranten C_P der Steifigkeitsmatrix C .

Biegesteifigkeit B	$C_{44} = C_{55} = \frac{E t^3}{12(1-\nu^2)}$	Gl. 2-18
Verkrümmungssteifigkeit	$C_{45} = C_{54} = \frac{E t^3 \nu}{12(1-\nu^2)}$	
Drillsteifigkeit	$C_{66} = \frac{G t^3}{12}$	

Die Gleichgewichtsbedingungen lauten:

$\dot{m}'_y + \dot{m}'_{xy} - n_{yz} = 0$ um die x – Achse	Gl. 2-19
$\dot{m}'_x + \dot{m}'_{yx} - n_{xz} = 0$ um die y – Achse	
$n'_{xz} + \dot{n}_{yz} - p(x,y) = 0$ in z – Richtung	

Unter Vernachlässigung der Schubverformungen können bei dünnen Platten diese drei Gleichgewichtsbedingungen auf eine Gleichung reduziert werden.

$m''_x + 2m'_{xy} + \ddot{m}_y = -p(x,y)$	Gl. 2-20
---	----------

Über die Verträglichkeitsbedingungen

$\kappa_x = -w''$, $\kappa_y = -\ddot{w}$, $\kappa_{xy} = -\dot{w}'$	Gl. 2-21
--	----------

und unter Einhaltung des Werkstoffgesetzes ergibt sich die Differentialgleichung des Plattenproblems zu:

$w'''' + 2\ddot{w}'' + \dot{w} = \frac{p(x,y)}{B}$	Gl. 2-22
--	----------

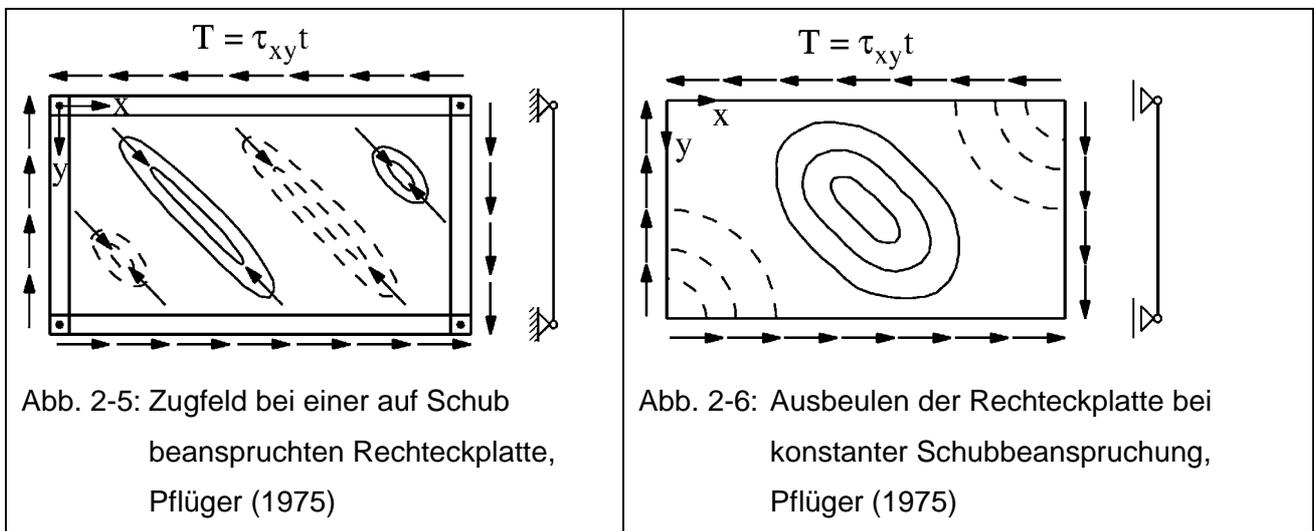
2.3 Die isotrope Schale

Wegen der einachsigen oder zweiachsigen Krümmung des Elements treten infolge äußerer Einwirkungen Membran- und Biegeschnittgrößen gleichzeitig auf, so dass das Problem der Platte (Biegung) und der Scheibe (Membran) gekoppelt ist. In Abb. 2-1 und Abb. 2-3 sind die zugehörigen Schnittkräfte dargestellt.

Da in den folgenden Kapiteln Strukturen betrachtet werden, deren Imperfektionen entsprechend einer Beuleigenform gewählt werden, ist es wenig hilfreich, die analytischen Zusammenhänge von einfach gekrümmten Schalen an dieser Stelle darzustellen. Für das Verständnis der FE-Berechnung, die in Kapitel 3 beschrieben wird, sowie deren Ergebnisinterpretation sind die hier dargestellten Zusammenhänge ausreichend.

2.3.1 Lineares Beulen des Einzelfeldes

Unter Druck- oder/und Schubbeanspruchung treten infolge eines indifferenten Gleichgewichtszustandes plötzliche Zunahmen der Verformungen und damit der Spannungen in der Struktur auf, deren Vorzeichen unbestimmt sind. Bei stabförmigen Bauteilen wird dieses Phänomen als Knicken, bei flächigen Bauteilen als Beulen bezeichnet. Bei den vorliegenden Steifigkeitsverhältnissen der Holztafel und infolge ihrer horizontalen Beanspruchung ist das Schubbeulen der Beplankung genauer zu betrachten, vergl. auch Abb. 3-1 a. Die Beplankung wird, wie in Abb. 2-5 dargestellt, allseitig durch Randglieder gehalten, so dass sich im ausgebeulten Zustand, anders als bei freien Plattenrändern, vergl. Abb. 2-6, ein Zugfeld ausbilden kann.



Für kleine Verformungen der Beplankung gilt das Elastizitätsgesetz unverändert, so dass sich die Beuldifferentialgleichung nach Einführen des Laplace-Operators gemäß Gl. 2-23 ergibt.

$B\Delta\Delta w + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0$	<p>Gl. 2-23</p>
--	-----------------

Für den Fall der gelenkigen Lagerung bei unendlich breiter Platte $\alpha = \infty$ kann die allgemeine Differentialgleichung geschlossen gelöst werden. Für alle weiteren Seitenverhältnisse jedoch wählte Timoshenko (1961) einen FOURIERschen Doppelreihen-Ansatz und erhielt als Lösungen analog zur Druckbeanspruchung die minimalen Beulfaktoren in Abhängigkeit vom Seitenverhältnis α gemäß Gl. 2-24.

$\kappa_{\tau} = 5,34 + \frac{4,00}{\alpha^2} \text{ für } \alpha > 1 \quad \text{mit dem Seitenverhältnis } \alpha = \frac{a}{b}$	Gl. 2-24
$\kappa_{\tau} = 4,00 + \frac{5,34}{\alpha^2} \text{ für } \alpha \leq 1 \quad \text{mit dem Seitenverhältnis } \alpha = \frac{a}{b}$	Gl. 2-25

Aus diesem kann die ideale Beulspannung τ_{ki} berechnet werden, indem der Beulwert κ_{τ} mit der Bezugsspannung σ_e gemäß Gl. 2-26 multipliziert wird.

$\sigma_e = \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \frac{t^2}{a_r^2}$	Gl. 2-26
--	----------

Abb. 2-7 zeigt, dass die Annahme einer gelenkigen Lagerung der Beplankung durch die Verbindungsmittel zu einer Abschätzung der idealen Beulspannung führt, die als unterer Grenzwert bezeichnet werden kann (siehe Graph 1). Der obere Grenzwert der idealen Beulspannung kann mit der Annahme einer Volleinspannung der Beplankung in die Rippen nach Moheit (1940) beschrieben werden (siehe Graph 2).

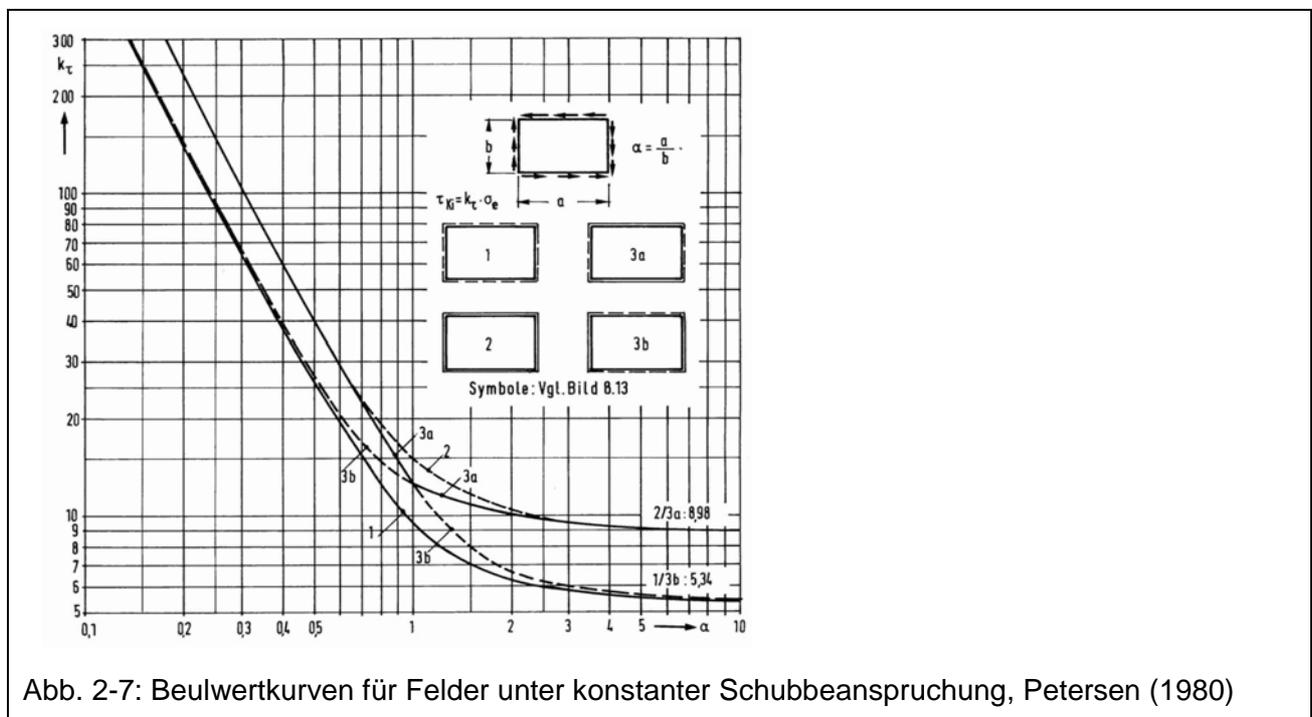


Abb. 2-7: Beulwertkurven für Felder unter konstanter Schubbeanspruchung, Petersen (1980)

Wegen des Zusammenwirkens der Verbindungsmittelbeanspruchung F_{ax} in Schaftrichtung sowie der Kontaktpressung zwischen Beplankung und Rippe kann von einer

Teileinspannung der Beplankung in die Rippe ausgegangen werden, deren Einspannwirkung so gering ist, dass die ideale Beulspannung einer gelenkig gelagerten Platte eine ausreichend genaue Abschätzung des Tragverhaltens der Tafel liefert.

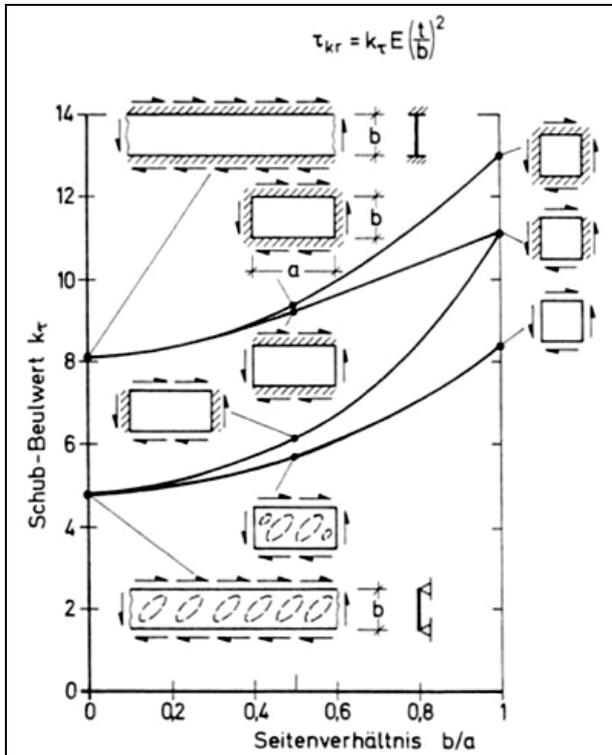


Abb. 2-8: Schubbeulwerte der isotropen Rechteckplatte nach Pflüger (1975)

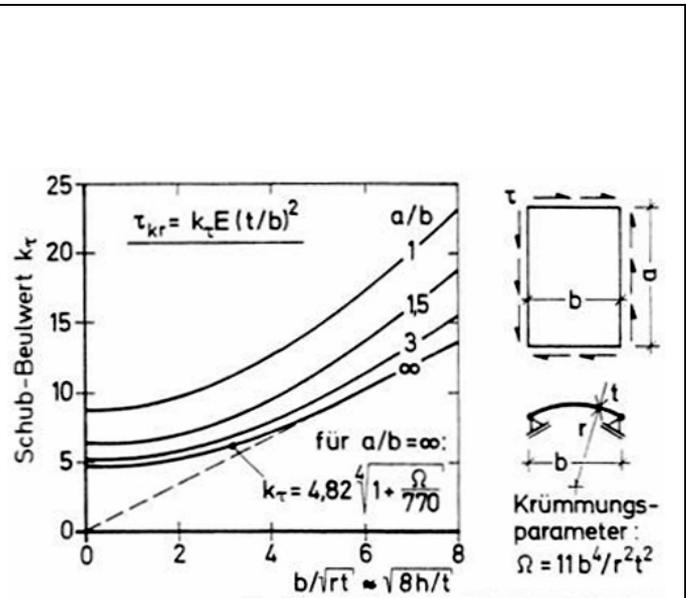


Abb. 2-9: Schubbeulwerte von Kreiszylinderschalen mit gestützten Rändern, Timoshenko (1961)

In Abb. 2-8 und Abb. 2-9 ist vergleichend der Einfluss einer zylindrischen Krümmung auf die kritische Beulspannung dargestellt. Timoshenko (1961) macht deutlich, dass diese Krümmung, die als Imperfektion der Beplankung infolge der horizontalen Fertigung in der Konstruktion vorhanden ist, eine Erhöhung der zugehörigen kritischen Schubbeulspannung zur Folge hat. Wie Gerard (1957) zeigt, ist die ideale Beulkraft $F_{V,krit}$ unter Schubbeanspruchung von schwach gekrümmten Schalen und Platten nicht wesentlich verschieden.

2.3.2 Nachbeulverhalten ebener Felder unter Schubbeanspruchung

Eine auf Schub beanspruchte, versteifte ebene Struktur hat im unterkritischen Bereich $\tau < \tau_{krit}$ eine reine Membranspannungsverteilung mit Hauptspannungen, die homogen unter 45° verteilt sind. Nach dem Überschreiten der kritischen Schubbeulspannung τ_{krit} entstehen Falten unter 45° , wobei die Struktur, wie Wagner (1929) zeigt, nicht versagt, sondern lediglich deren Schubsteifigkeit plötzlich abnimmt, ohne auf Null zu sinken, siehe Abb. 2-10, und die sich asymptotisch von oben an die Verzerrungssteifigkeit nach der Zugfeldtheorie nähert. Die Verzerrungssteifigkeit nach der Zugfeldtheorie bildet damit den unteren Grenzwert der Plattenschubsteifigkeit im überkritischen Zustand.

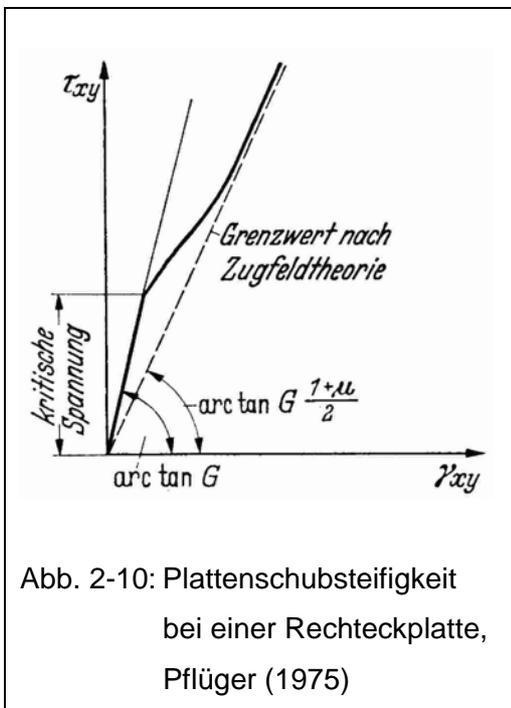


Abb. 2-10: Plattenschubsteifigkeit bei einer Rechteckplatte, Pflüger (1975)

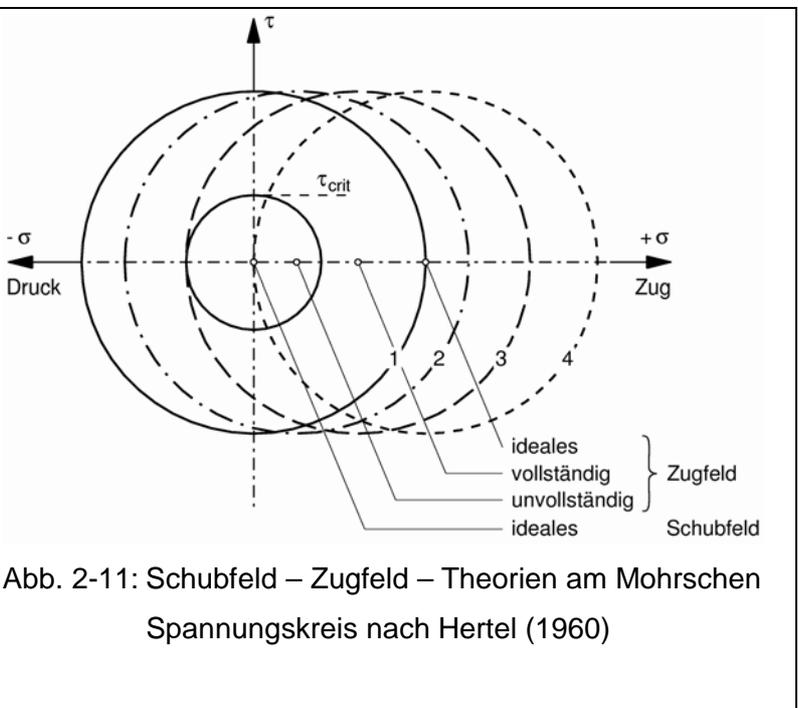


Abb. 2-11: Schubfeld – Zugfeld – Theorien am Mohrschen Spannungskreis nach Hertel (1960)

Dieser Zusammenhang wird von Hertel (1960) am Mohrschen Spannungskreis in Abb. 2-11 verdeutlicht. Nach der Überschreitung der kritischen Schubspannung τ_{krit} verschiebt sich der Spannungskreis nach rechts, bis er im Grenzzustand, dem idealen Zugfeld, die Ordinatenachse tangiert. Alle Zwischenzustände sind durch die Überlagerung eines Schubfeldes mit einem Zugfeld gekennzeichnet. Die Verteilung der Schub- und Normalspannungen in der Mittelebene der Beplankung kann nach Kuhn (1952/1 und 1952/2) abgeschätzt werden. Dabei unterteilt er die aufgeprägte Schubspannung τ in τ_{ZF} als Schubspannungsanteil aus der Zugfeldtheorie und τ_{RS} als Schubspannungsanteil aus dem reinen Schub, vergl. Gl. 2-27.

$\tau = \tau_{ZF} + \tau_{RS}$	Gl. 2-27
--------------------------------	----------

Nach Einführung des Diagonalzugfaktors $k_{ZF} = \frac{\tau_{ZF}}{\tau}$ ergibt sich die Schubspannung τ zu.

$\tau = k_{ZF}\tau + (1 - k_{ZF})\tau$	Gl. 2-28
--	----------

Den Anteil aus dem Zugfeld beschreibt Kuhn empirisch mit dem Diagonalzugfaktor k_{ZF} .

$k_{ZF} = \tanh(0,5 \log \xi)$ mit $\xi = \frac{\tau}{\tau_{krit}}$	Gl. 2-29
---	----------

Dabei ist τ die Schubspannung des idealen Schubfeldes, die entstehen würde, wenn die Faltenbildung verhindert wäre. Die effektiv vorhandene Schubspannung τ_e in der Beplankung kann mit Gl. 2-30 bestimmt werden.

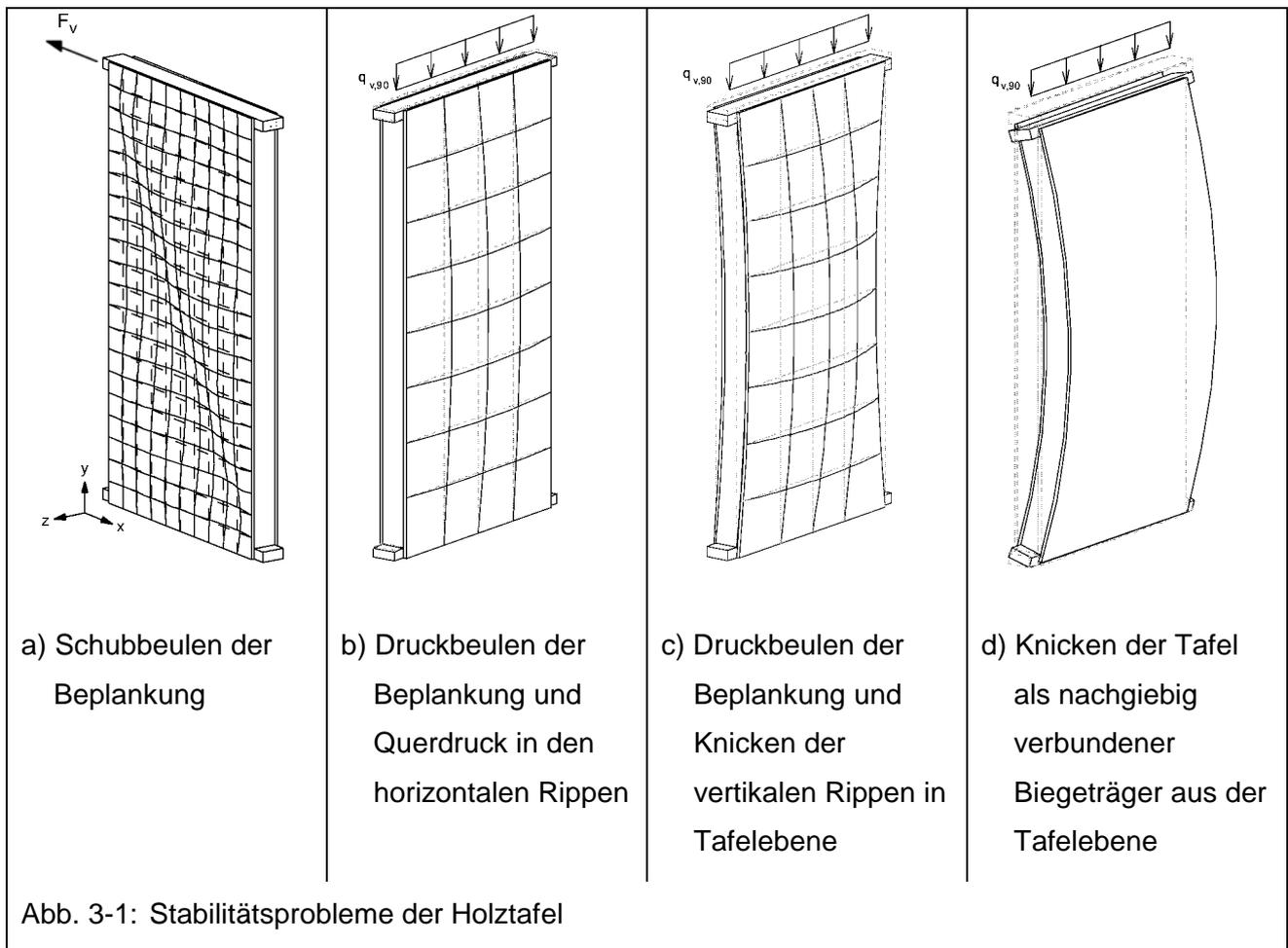
$\tau_e = (1 - k_{ZF}) \tau$	Gl. 2-30
------------------------------	----------

Der Diagonalzugfaktor beschreibt den Anteil der Beplankung an der Aufnahme der Druckspannungen. Beim reinen Zugfeld beteiligt sich die Beplankung nicht an der Weiterleitung der Druckkräfte, so dass die Rippen und die gebeulte Beplankung als Fachwerk funktionieren müssen. Nach Kuhn erfahren die Rippen in allen Zwischenzuständen Zusatzbeanspruchungen, die über den Faltenwinkel α_F und den Diagonalzugfaktor k_{ZF} abgeschätzt werden, siehe Kuhn (1952/2). Dabei geht er von einer starren Kopplung der Beplankung mit den Rippen aus, einer Annahme, die im Stahl- und Flugzeugbau mit genieteten oder geschweißten Verbindungen zutreffend ist.

Im Vergleich zum Stahlbau sind im Holztafelbau die Verbindungen der Rippe mit den Beplankungen duktil. Zudem ist deren Steifigkeit relativ zu der Dehnsteifigkeit der Rippen deutlich geringer als im Stahlbau. Weil in einem hochgradig statisch unbestimmten Modell die relativen Steifigkeiten der Verbundbauteile untereinander einen erheblichen Einfluss auf die Verteilung der Beanspruchungen innerhalb des Modells haben, ist obige Annahme nur als Näherung anzusehen und kritisch zu prüfen.

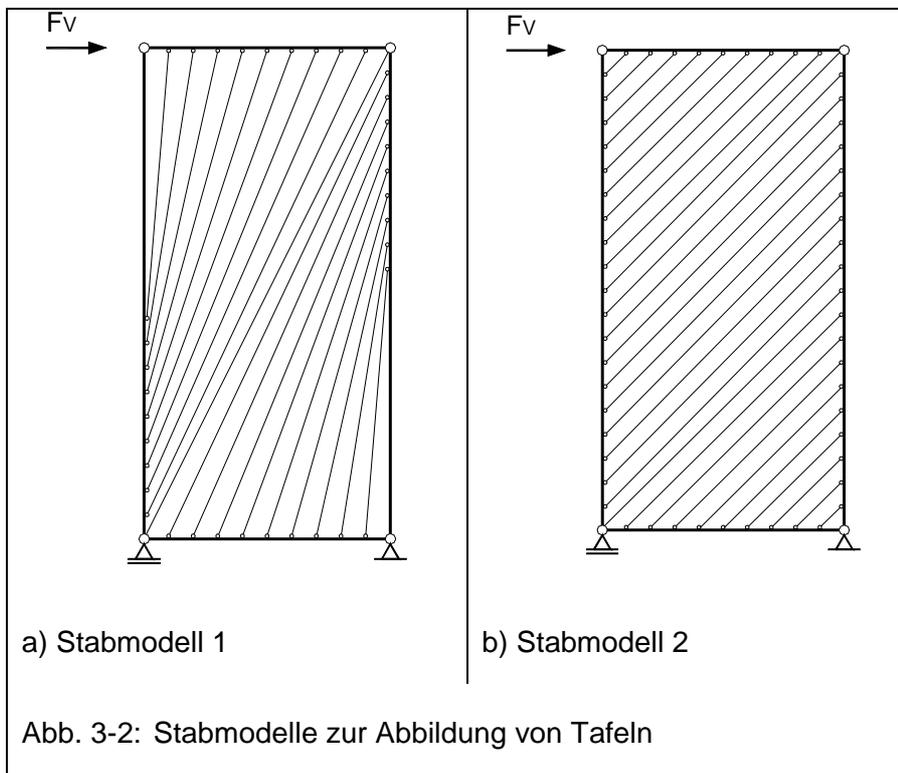
Kapitel 3: Die statischen Modelle der Referenztafel

In Abhängigkeit von der äußeren Einwirkung ergeben sich die in Abb. 3-1 dargestellten Stabilitätsprobleme für symmetrisch beplankte Holztafeln. Gegenstand dieser Arbeit ist ausschließlich das Schubbeulen der Beplankung als Einzelbauteil und seine Auswirkung auf die Beanspruchung der Verbindungsmittel, der Rippen und auf die Gesamtsteifigkeit der Holztafel.



Um das komplexe Zusammenwirken von Rippen, Beplankungen und Verbindungsmitteln beurteilen zu können, müssen mechanische Modelle gefunden werden, die das reale Tragverhalten der Tafel hinreichend genau abbilden. Dabei ist zu beachten, dass die mechanischen Eigenschaften der flächigen Beplankung, der stabförmigen Rippen und der diskret angeordneten Verbindungsmittel sowie deren Zusammenwirken korrekt dargestellt werden. Zudem sollen der linear elastische Anfangszustand und der Traglastzustand der Struktur darstellbar sein.

Stabmodelle, wie in Abb. 3-2 exemplarisch gezeigt, sind wenig geeignet, um das Tragverhalten von Tafeln allgemein zu beschreiben, weil durch die Anordnung der Zugbänder in Abbildung a oder b der Struktur modellspezifische Lösungen aufgezwungen werden.



Des Weiteren ist die Kraftübertragung von den vertikalen zu den horizontalen Rippen zu untersuchen, indem Modelle mit und ohne Verbindung der Rippen untereinander betrachtet werden, siehe Abb. 1-1 und Abb. 1-2. Stabmodelle ohne eine Verbindung der Rippen untereinander sind kinematisch und somit für die gestellte Aufgabe nicht geeignet. Die Berechnung des Tragverhaltens von Tafeln soll daher mit einem FE-Modell durchgeführt werden. Zudem hat die globale Lagerung der Tafel einen signifikanten Einfluss auf die Verteilung der Beanspruchungen in der Tafel selber. Im Rahmen dieser Arbeit wird die exzentrische Einleitung der äußeren Einwirkungen nicht untersucht.

3.1 Aufbau des FE-Modells

Bei einer Beanspruchung der Tafel durch F_V , wie in Abb. 3-1a dargestellt, verschieben und verzerren sich die Rippen unter folgenden Voraussetzungen nur in der Tafelebene, so dass sie senkrecht zur Tafelebene starre Auflager für die Beplankung darstellen:

- Beide Beplankungen sind aus einem identischen Werkstoff gefertigt und haben die gleiche Plattendicke t_1 .
- Der Anschluss der Beplankung an die Rippen erfolgt über identische Verbindungsmittel mit gleichem Verbindungsmittelabstand a_v .
- Die äußere Kraft F_V wird zentrisch über die Schwerachse der Kopfrippe in die Holztafel eingeleitet.
- Beide Beplankungen haben eine Imperfektion w_0 spiegelverkehrt zur Tafelmittlebene, so dass sich die zusätzlichen Beanspruchungen senkrecht zu den Rippen infolge dieser Imperfektion neutralisieren.

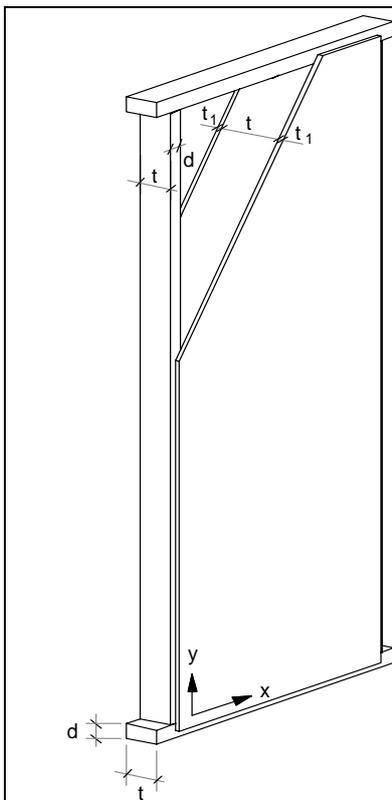


Abb. 3-3: Reale Tafel

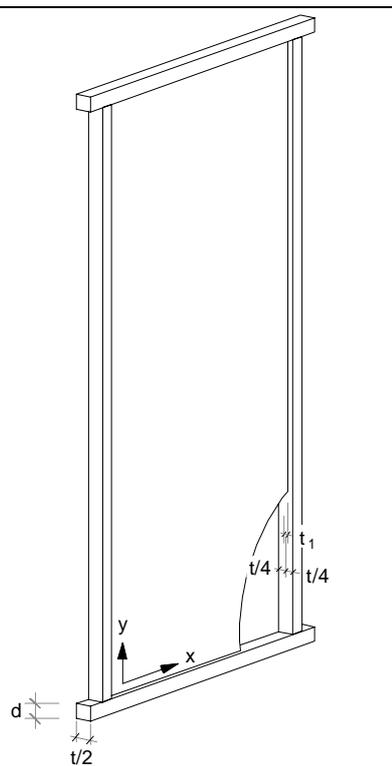


Abb. 3-4: Virtuelle, halbe Tafel

Für diesen Sonderfall ist es zulässig und auf Grund der Verminderung der Rechenzeit sinnvoll, die reale Tafel gemäß Abb. 3-3 durch eine virtuelle halbe Tafel gemäß Abb. 3-4 abzubilden, bei der die Schwerachsen der perfekten Rippen und die Plattenmittelfläche der perfekten Beplankung in einer Ebene liegen. Soweit nichts Gegenteiliges ausgesagt wird, werden alle folgenden numerischen Berechnungen an der virtuellen, halben Tafel durchgeführt.

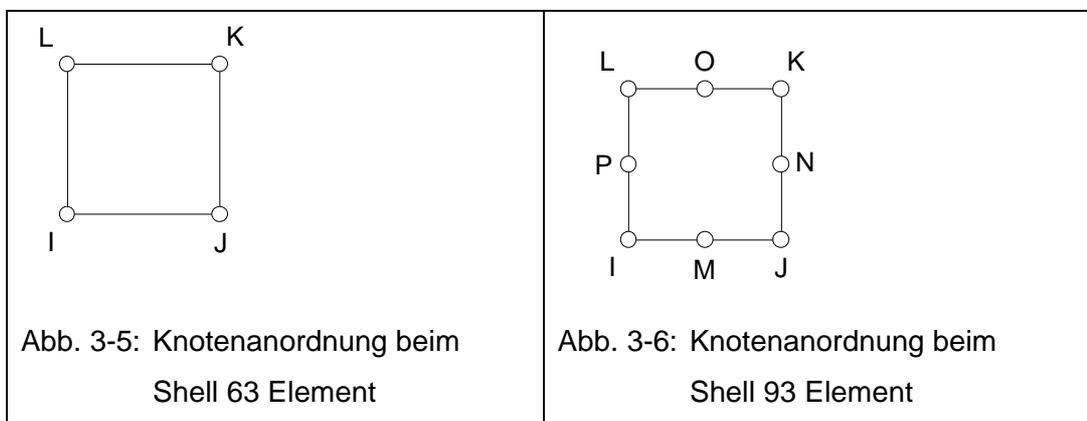
Da die numerische Modellierung immer eine zweckgerichtete Vereinfachung einer realen Struktur ist, muss diese zunächst erläutert werden, um die erzielten Ergebnisse richtig interpretieren zu können. Die Grundidee der Finiten-Element-Methode (FEM) zur Lösung von Problemen der Strukturmechanik besteht in der Unterteilung einer Gesamtstruktur in diskrete Elemente, die an den Elementknoten miteinander verbunden sind. Die FEM ist ein numerisches Verfahren, das die Differentialgleichungen des Kontinuums in ein algebraisches Gleichungssystem mit endlich vielen Unbekannten überführt und ist z. B. bei Ahrens/Dinkler (1994) oder Wriggers (2001) ausführlich dargestellt. Als unbekannte Freiwerte treten im Allgemeinen je Knoten die globalen Verschiebungen u , v , w , und Verdrehungen φ_x , φ_y , φ_z auf. Die zu diesen Knotenfreiwerten gehörigen lokalen Elementsteifigkeitsmatrizen werden auf globale Koordinaten transformiert und zur Gesamtsteifigkeitsmatrix des Systems zusammengesetzt. Nach Transformation der äußeren Einwirkungen auf globale Koordinaten und der Einführung der globalen Lagerungsbedingungen des Tragwerks ergibt sich ein Gleichungssystem zur Bestimmung der unbekanntenen Knotenfreiwerte. In der Nachlaufrechnung werden die Spannungen sowie die Knotenkräfte und -momente des jeweiligen Elements berechnet.

Alle numerischen Untersuchungen wurden mit Hilfe des FE-Programms ANSYS durchgeführt, wobei eine interaktive Eingabedatei entwickelt wurde, um die im Folgenden beschriebenen Untersuchungen effizient durchführen zu können. Exemplarisch ist eine Eingabedatei im Anhang A dargestellt und stichpunktartig erläutert.

Für die Rippen, die Verbindungsmittel und die Beplankung wurden aus der Elementbibliothek des Programms Bausteine ausgewählt, die im Folgenden kurz vorgestellt werden.

3.1.1 Abbildung der Beplankung

Um das Beulen der Beplankung abbilden zu können, müssen Schalenelemente verwendet werden, welche die zu erwartenden Biege- und Membranspannungen erfassen können. Im Rahmen dieser Arbeit werden als FEM- Bausteine Shell63 und Shell93, siehe Abb. 3-5 und Abb. 3-6, benutzt. Shell63 ist ein 4 - Knotenelement mit linearen Ansatzfunktionen in beiden Koordinatenrichtungen, während Shell93 ein 8 - Knotenelement mit quadratischen Ansätzen für beide Koordinatenrichtungen ist. Die Knoten beider Elemente haben 6 Freiheitsgrade. Das verwendete Werkstoffgesetz ist isotrop, vergl. Kapitel 5. Eine detaillierte Elementbeschreibung dieser Bausteine kann dem ANSYS Benutzerhandbuch oder der zugehörigen Onlinehilfe entnommen werden.



Bei allen Untersuchungen wird mit den charakteristischen Steifigkeiten und Festigkeiten von Holzfaserplatten in Anlehnung an die EDIN 1052 vom Mai 2000 gerechnet. Die Material- und Geometrieparameter der Beplankung sind in Tabelle 3-1 zusammengestellt.

Beplankungshöhe h :	2500 [mm]
Beplankungsbreite ℓ :	1250 [mm]
Beplankungsdicke t :	4,0 [mm]

E-Modul E :	5000 [N/mm ²]
Schubmodul G :	1250 [N/mm ²]

Tabelle 3-1: Material- und Geometrieparameter der Beplankung

3.1.2 Abbildung der Rippen

Die Rippen werden mit den Beam3-Elementen als isotroper 2D-Biegebalken abgebildet,

deren Knoten im perfekten Modell koinzident mit den Eckknoten der Beplankung sind, vergl. Kapitel 3.2. Jeder Knoten besitzt drei Freiheitsgrade, die Verschiebung in lokaler x- und y-Richtung und eine Verdrehung um die lokale z-Achse. Beam3 besitzt Zug-, Druck- und Biegetragfähigkeiten. Die Verwendung eines zweidimensionalen Balkenelements ist möglich, weil das Ausweichen der Rippen aus der Tafelebene im FE-Modell nicht berücksichtigt werden muss, da die Tafel durch flankierende Bauteile gehalten wird und ein Knicken der Tafel, wie in Abb. 3-1c und d gezeigt, deshalb ausgeschlossen werden kann. Die Rippen werden mit den charakteristischen Steifigkeiten und Festigkeiten von Nadelholz C24 (S10) nach EDIN 1052 Mai 2000 abgebildet, siehe Tabelle 3-2. Die Querschnittswerte ergeben sich gemäß Abb. 3-4 durch Reduktion der realen Bauteilabmessungen.

Reale Tafel gemäß Abb. 3-3		Virtuelle Tafel gemäß Abb. 3-4			
Rippendicke d:	60 [mm]	Rippendicke d:	60 [mm]	E-Modul E:	11000 [N/mm ²]
Rippentiefe t:	180 [mm]	Rippentiefe t:	90 [mm]	Schubmodul G:	690 [N/mm ²]

Tabelle 3-2: Material- und Geometrieparameter der Rippen

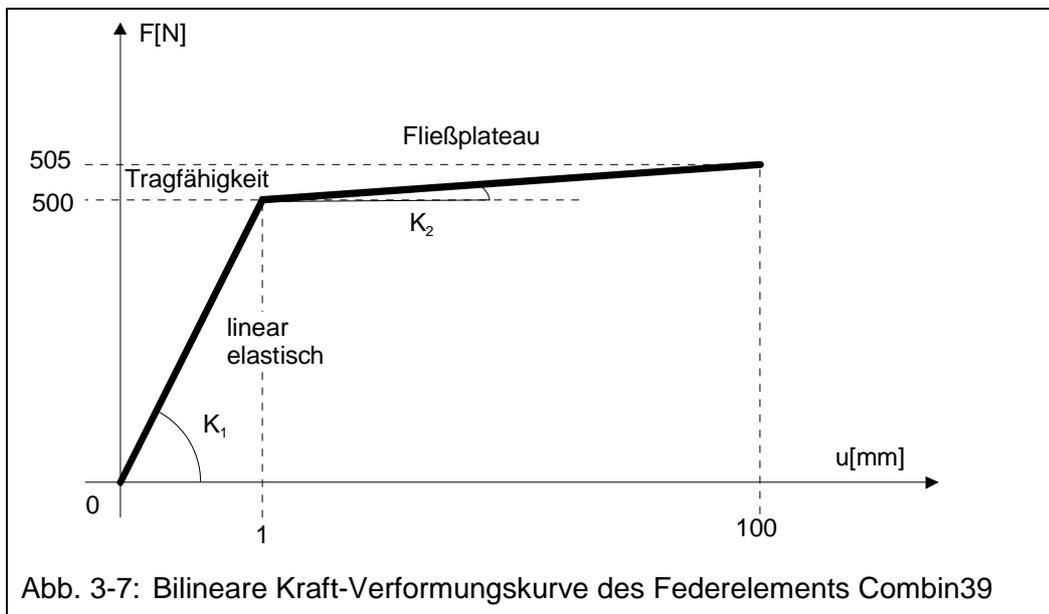
3.1.3 Abbildung der Verbindungsmittel

In der FE-Berechnung werden die Verbindungsmittel mit Hilfe von Translationsfedern abgebildet. Eine Einspannung der Beplankung in die Rippe, wie in Kapitel 2.3.1 beschrieben, wird nicht berücksichtigt. Programmtechnisch werden zwei Federelemente benötigt, weil in der ANSYS-Bibliothek kein Element bereitgestellt wird, bei dem die Anfangs- und Endknoten koinzident sein dürfen, wenn die Feder eine bilineare Federkennlinie hat und sich ausschließlich in der xy-Ebene verformt, detaillierte Erläuterung siehe Kapitel 3.2.

Combin7 ist ein dreidimensionales Federelement zum Verbinden von zwei Knoten. Das lokale Koordinatensystem von Combin7 folgt der Verschiebung seiner Knoten, wenn große Verformungen bei der Berechnung berücksichtigt werden. Das Element Combin7 wird als Translationsfeder mit einer linearen Federkennlinie $K_1 = 500 \text{ N/mm}$ in der xy-Ebene eingesetzt. Im perfekten FE-Modell, siehe Kapitel 3.2, sind die Knoten der Rippen (Beam3) und die Eckknoten der Beplankung koinzident und bilden die Anfangs- bzw. Endknoten der

Federelemente (Combin7). Die Beanspruchung der Verbindungsmittel in Stabachse wird durch starre Auflager der Beplankung in z-Richtung abgebildet.

Combin39 ist ebenfalls ein dreidimensionales Federelement zum Verbinden von zwei Knoten. Im imperfekten FE-Modell, Erläuterung siehe Kapitel 3.2, sind die Knoten der Rippen (Beam3) und die Randknoten der Beplankung (Shell93) nicht mehr koinzident und bilden die Anfangs- bzw. Endknoten der Federelemente Combin39. Bei den folgenden Berechnungen wird die Anfangssteifigkeit der Feder $K_1 = 500 \text{ N/mm}$ in der xy-Ebene bis zur Tragfähigkeitsgrenze $R = 500 \text{ N}$ berücksichtigt. Nach dem Überschreiten dieser Grenze wird die Steifigkeit auf $K_2 = (1/10.000) K_1$ herabgesetzt, wodurch ein Fließen der Verbindungsmittel abgebildet wird.



Die Kraft-Verformungskurve des Verbindungsmittels ist in Abb. 3-7 dargestellt. Für die Berechnung der Referenztafel wird zunächst ein bilineares Federgesetz verwendet, damit die elastische Grenztragfähigkeit der Tafel beschrieben werden kann. Bei der Verwendung von realitätsnahen, multilinenen Federkennlinien, vergl. Raschper (1990) sowie Kapitel 5 und 6, können die Berechnungsergebnisse nicht mit einfachen Plausibilitätskontrollen überprüft werden.

Die Beanspruchung in Stabachse der Verbindungsmittel wird durch starre Auflager der Beplankung in z-Richtung abgebildet. Die gewählten Steifigkeiten sind durch experimentelle Untersuchungen verifiziert, siehe Kapitel 5.

3.2 Ablauf der FE- Berechnung

Von Interesse ist das Nachbeulverhalten der Beplankung mit den daraus resultierenden zusätzlichen Beanspruchungen aller Verbundelemente. Um dieses zu untersuchen, werden nacheinander folgende Arbeitsschritte durchlaufen.

Zunächst wird das perfekte, statische Modell durch die Definition der Knoten, der Elemente, der Materialeigenschaften, der Lagerung sowie der Beanspruchung generiert und für eine Einheitslast $F_V = 1\text{N}$ berechnet. Im zweiten Schritt wird die lineare Beulberechnung zur Generierung des imperfekten statischen Modells durchgeführt. Sie liefert Näherungen für die Instabilitätspunkte der Gesamtstruktur, das heißt für die Orte der Lastverschiebungskurve, an denen keine zusätzlichen äußeren Einwirkungen mehr aufgenommen werden können oder sich die Gesamtsteifigkeit der Struktur sprunghaft reduziert, vergl. Abb. 2-10. Die numerischen Verfahren zur Lösung von linearen Eigenwertproblemen können Wriggers (2001) entnommen werden.

Auf Grund der vorliegenden Steifigkeitsverhältnisse der hier verwendeten FE-Modelle und bedingt durch die äußere Kraft F_V sind bis zur 5. Beuleigenform ausschließlich Verschiebungen in der Beplankung zu erkennen, die grundsätzlich der Beulform in Abb. 3-1a entsprechen. Analog zum Knickstab ist bei Stabilitätspunkten höherer Ordnung eine Verringerung der Wellenlänge der Schubbeulen zu beobachten, vergl. Abb. 4-3. Diese so erzeugten Verformungszustände werden im Folgenden als imperfektes statisches Modell bezeichnet und stellen den Anfangszustand der nichtlinearen Beulberechnung dar.

Gekennzeichnet ist obiger Zustand durch perfekte Rippen und minimale Verschiebungen sowie Verzerrungen der Beplankung. Für die Federelemente, die die Endknoten der Biegestäbe (Rippen) mit den Eckknoten der Schalenelemente (Beplankung) verbinden, ergeben sich so nicht koinzidente Anfangs- und Endknoten. Zudem haben alle Federn eine individuelle Anfangsrichtung, die sich in Abhängigkeit der Beulfigur der Beplankung ergibt. Sie sind somit nicht parallel zueinander angeordnet. In diesem Zustand werden die Combin7 Elemente durch die Combin39 Elemente ersetzt, damit in der nichtlinearen Berechnung das plastische Tragverhalten der Verbindungsmittel abgebildet werden kann, siehe Kapitel 3.1.3. Zudem werden alle äußeren Einwirkungen gelöscht, so dass ein spannungsfreier Ausgangszustand vorliegt.

Die lineare Beulberechnung liefert also die verformte Struktur für die nichtlineare Beulberechnung, indem die Verformungen der Beplankung geeignet kalibriert als Imperfektion w_0 aufgeprägt werden. Das zu lösende Gleichungssystem wird nichtlinear, weil das Bauteilverhalten von den Verformungen der Struktur abhängig ist. Neben dieser geometrischen Nichtlinearität ist eine Materialnichtlinearität infolge des bilinearen Verbindungsmittelgesetzes vorhanden.

Es gibt eine Vielzahl von Verfahren, um nichtlineare Probleme in der Strukturmechanik zu lösen. Gegenstand dieser Arbeit ist es nicht, ein solches Verfahren weiter zu entwickeln, sondern bekannte Verfahren auf obige Problemstellung anzuwenden.

Im Rahmen dieser Arbeit wird die Newton-Iteration zur Bestimmung des nichtlinearen Gleichungssystems angewendet. Während die Lösung bei linearen Problemen stets eindeutig ist, braucht dies bei nichtlinearen Problemen nicht der Fall zu sein. So muss eine gewonnene Lösung aus einer nichtlinearen Problematik nicht unbedingt die gesuchte Lösung sein. „Hier ist ein gutes physikalisches Einfühlungsvermögen in die Natur der Aufgabenstellung mitunter sehr nützlich.“ Zienkiewicz (1984). Es ist deshalb erforderlich, die erzielten Ergebnisse durch Versuche zu verifizieren, siehe Kapitel 5.

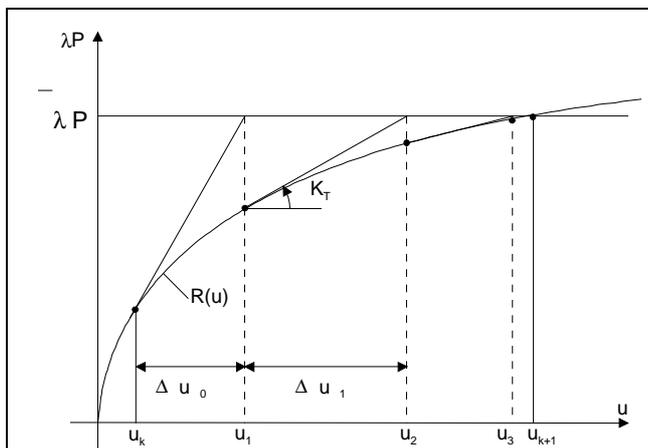
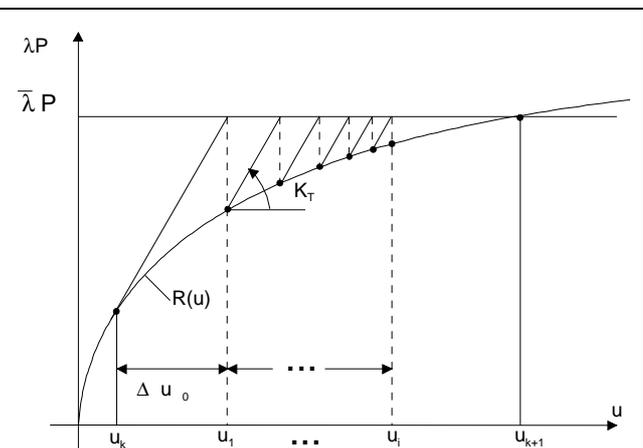


Abb. 3-8: Newton-Raphson-Verfahren

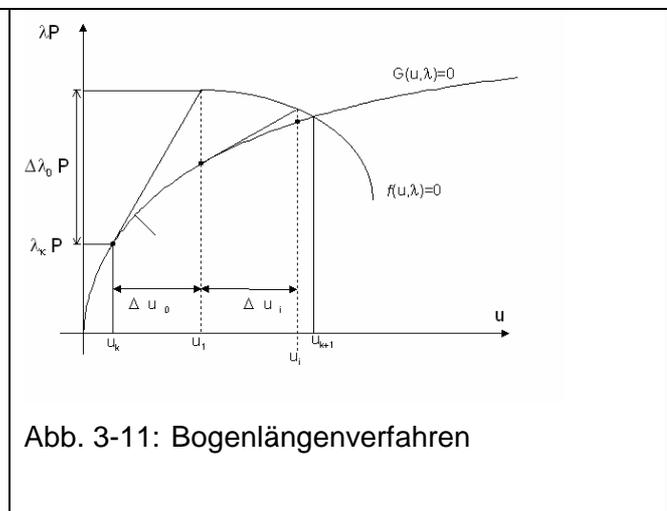
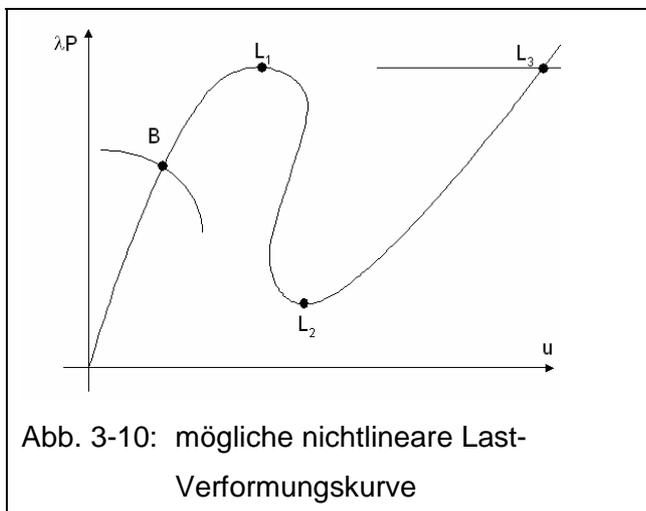
Abb. 3-9: Modifiziertes
Newton-Raphson-Verfahren

Im Folgenden wird das Newton-Raphson-Verfahren vorgestellt, indem die Erläuterungen aus Reitinger (1994) und Wriggers (2001) kurz zusammengefasst werden. Der Skalierungsfaktor λ wird eingeführt, um bei der Bestimmung des Lastniveaus noch eine

Variationsgleichung vorzuhalten. Das Newton-Raphson-Verfahren geht von einer Taylorreihenentwicklung an einem bereits erreichten (bekannten) Zustand u_k aus.

Für ein eindimensionales Problem ist das Verfahren in Abb. 3-8 dargestellt. Der Nachteil an diesem Verfahren ist, dass in jedem Iterationsschritt die Tangentensteifigkeitsmatrix neu aufgestellt werden muss, was sehr rechenintensiv ist. Beim modifizierten Newton-Raphson-Verfahren wird die Tangentensteifigkeitsmatrix in jedem Lastinkrement nur einmal am Anfang berechnet und nicht ständig angepasst. Wie man in Abb. 3-9 erkennen kann, werden dafür mehr Iterationsschritte benötigt, um die Konvergenzkriterien zu erfüllen. Vorteilhaft ist das modifizierte Newton-Raphson-Verfahren nach Wriggers (2001) dort, wo schwache Nichtlinearitäten vorliegen.

Wie aus Abb. 3-10 ersichtlich wird, muss der Lösungspfad nicht für jede Last λP eine eindeutige Lösung besitzen, siehe Verzweigungspunkt B. Auf Höhe dieser kritischen Last führt jede noch so kleine Störung zu einem Ausweichen der Struktur. Der Punkt L_1 ist ein Durchschlagpunkt. Hat die Beanspruchung λP die Last von L_1 erreicht, beginnt ein dynamischer Prozess. Das System hat erst wieder im Punkt L_3 ein stabiles Gleichgewicht. Bei Durchschlagpunkten versagt die Laststeuerung des zuvor vorgestellten Newton-Raphson-Verfahrens, weil kein Schnittpunkt zwischen Nebenbedingung und Gleichgewichtspfad existiert. Zwischen den Punkten L_1 und L_2 tritt ein Umkehrpunkt auf. Es wird ersichtlich, dass das Nachbeulverhalten in Abb. 3-10 mit dem bisher vorgestellten Verfahren nicht verfolgt werden kann. Dazu werden Pfadverfolgungsverfahren benötigt, mit denen es möglich ist, beliebig nichtlineare Lösungspfade zu verfolgen.



Im Folgenden wird das in der Arbeit angewandte Bogenlängenverfahren vorgestellt. Das Bogenlängenverfahren gibt die Lastschrittweite des Newton-Raphson-Verfahrens vor. Deshalb kommt beim Bogenlängenverfahren eine zusätzliche Unbekannte hinzu, der bisher vorgegebene Lastparameter λ . Damit muss auch das Gleichungssystem um eine Zwangsbedingung erweitert werden, um den unbekanntem Lastparameter λ bestimmen zu können.

Der Ablauf des Bogenlängenverfahrens umfasst folgende Schritte:

- Setzen der Anfangswerte $u_0 = u_k$ und Δs
- Ausführen des Prädiktorschritts
- Berechnen des Lastinkrements
- Durchlaufen der Iterationsschleife
- Berechnen des Inkrements
- Updaten
- Überprüfung des Ergebnisses mit dem Konvergenzkriterium

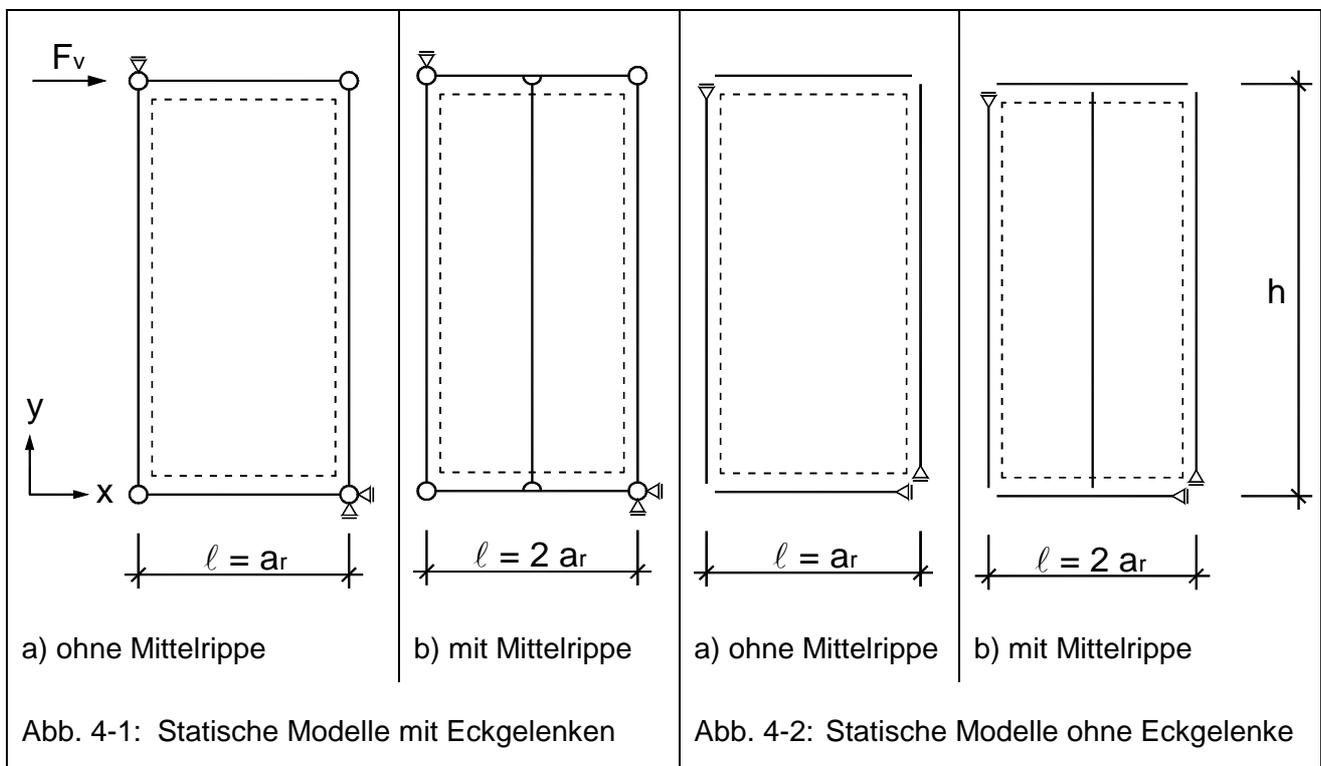
Die Iteration wird solange wiederholt, bis ein Konvergenzkriterium erfüllt ist.

Kapitel 4: Referenztafel – Numerische Berechnungen

4.1 Ziele

Ziel der folgenden Berechnungen ist es, grundsätzliche Aussagen über das Tragverhalten von Holztafeln mit beulgefährdeter Beplankung zu machen und dieses mit Tafeln, deren Beplankung nicht ausbeult, zu vergleichen. Zu diesem Zwecke werden drei voneinander unabhängige Parameter mit jeweils zwei Ausprägungen betrachtet, so dass $2^3 = 8$ Parameterkombinationen entstehen, vergl. Abb. 4-1 und Abb. 4-2. Die Parameter sind:

- Das statische Modell:
gelenkiger Anschluss der Rippen – kein Anschluss der Rippen (ideales Schubfeld)
- Die Anzahl der vertikalen Rippen:
ohne Mittelrippe - mit Mittelrippe
- Die Verformungseigenschaften der Beplankung:
beulende Beplankung - nicht beulende Beplankung (quasi - eben)



Die globale Lagerung der Referenztafeln erfolgt, anders als in der einschlägigen Literatur in Abb. 1-1 und Abb. 1-2 dargestellt, an der unteren rechten und der oberen linken Ecke, so dass zwei vertikale Druckauflager entstehen. Diese Lagerung wurde gewählt, um eine

Übereinstimmung mit der Lagerung der experimentellen Versuchskörper zu erhalten. Die Vorteile dieser Versuchskörperlagerung sind in Kapitel 5 ausführlich beschrieben.

Bei der nichtlinearen Beulberechnung wird die äußere Kraft F_V , wie in Kapitel 3.2 beschrieben, schrittweise bis zu einem Maximum gesteigert. Um das Tragverhalten der Tafel mit allen Verbundbauteilen beschreiben zu können, ist es nicht notwendig, die Ergebnisse aller Lastschritte detailliert auszuwerten und graphisch darzustellen. Zunächst wachsen die Beanspruchungen der Rippen sowie der Verbindungsmittel proportional zur äußeren Kraft F_V , wobei die Biegebeanspruchungen der Beplankung ausreichend klein sind, so dass zuerst der Lastschritt ausgewertet wird, bei dem gerade das erste Verbindungsmittel seine maximale Beanspruchbarkeit R erreicht hat. Dieser Lastschritt wird im Folgenden als elastische Traggrenze der Tafel bezeichnet, weil bis dahin keine Materialnichtlinearitäten aufgetreten sind.

Die plastische Traggrenze der Tafel ist dann erreicht, wenn alle Verbindungsmittel einer Rippe die maximale Beanspruchbarkeit R erfahren, so dass eine Steigerung der äußeren Kraft F_V nicht möglich ist.

4.2 Voruntersuchungen

In Voruntersuchungen wird geklärt, welche FE-Bausteine von ANSYS geeignet sind, um die gestellten Probleme abbilden zu können. Ferner muss untersucht werden, welcher Diskretisierungsgrad in Hinsicht auf Ergebnisqualität und Rechenaufwand vertretbar ist. Auch soll der Einfluss der Imperfektionsform und -größe auf das Berechnungsergebnis herausgearbeitet werden.

Im ersten Schritt werden lineare Beuluntersuchungen an den vier Modellen gemäß Tabelle 4-1 mit den FE-Bausteinen Shell63 und Shell93 vergleichend durchgeführt, siehe Abb. 3-5 und Abb. 3-6, um Aufschluss über eine sinnvolle Diskretisierung der Beplankung und damit der Tafel zu erhalten. An den Eckknoten der Schalenelemente sind die Verbindungsmittel angeschlossen, deren Steifigkeit entsprechend der Elementgröße linear angepasst ist, so dass sich vergleichbare Ergebnisse in Tabelle 4-1 für die Gesamtsteifigkeit der betrachteten Tafeln ergeben. Bei dieser Berechnungsreihe sind die Rippen gelenkig miteinander verbunden, um sicherzustellen, dass sich ein Gleichgewichtszustand einstellen kann. Auf Grund der Programmstruktur muss die Elementgröße der Beplankung ein

ganzzahliger Teiler des Rippenabstandes a_r sein.

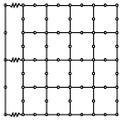
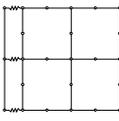
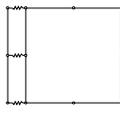
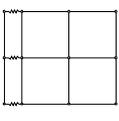
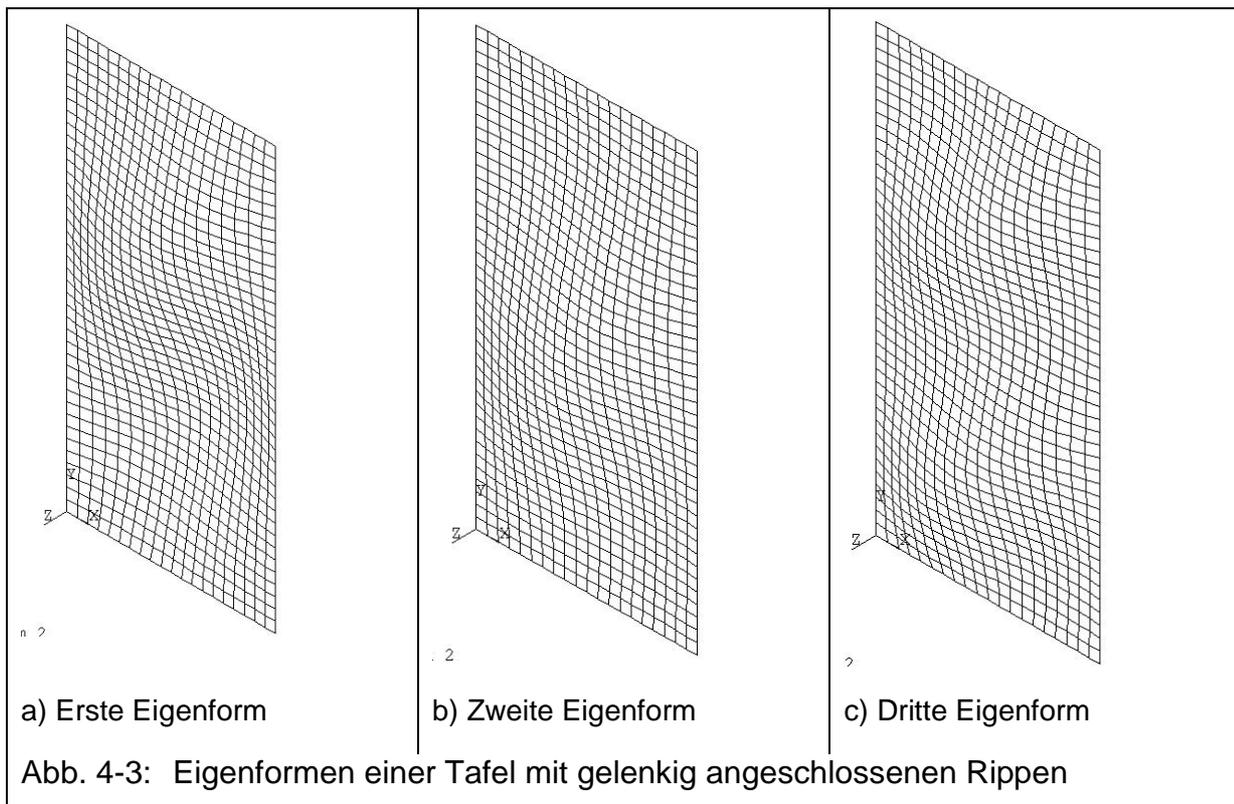
Diskretisierung				
	1	2	3	4
Elementtyp	Shell 93			Shell 63
Abmessungen [mm ²]	31,25 x 31,25	62,5 x 62,5	125 x 125	62,5 x 62,5
Anzahl der Schalenelemente	3.200	800	200	800
max. u [mm]	31,814	31,567	31,486	31,473

Tabelle 4-1: Vergleich unterschiedlicher Schalenelemente - lineare Beuluntersuchung

Die Auswertung dieser Voruntersuchung zeigt, dass das hochwertige 8-Knoten-Schalenelement (Shell93) mit quadratischen Ansatzfunktionen für die Verschiebungen in lokaler x- und y-Richtung gut geeignet ist, um eine anschauliche Darstellung der verformten Struktur in z-Richtung bei geringer Elementanzahl zu erhalten. Die Elementgröße wird mit $h \times b = 62,5 \times 62,5$ mm festgelegt. Eine feinere Diskretisierung erfordert einen zu großen Rechenaufwand, während eine gröbere zu numerischen Problemen bei stark gekrümmten Elementen und wenig anschaulichen Verformungsfiguren im gebeulten Zustand führt. Die 4-Knotenelemente liefern hinsichtlich der Schubsteifigkeit der Tafel gute Ergebnisse, jedoch kann die Verformung der Beplankung nicht hinreichend genau abgebildet werden, da deren vier Knoten möglichst in einer Ebene liegen sollen. Dies ist hier nicht gegeben, da die Beplankung vor der nichtlinearen Berechnung aus der Tafelebene eine Vorverformung erhält. Damit ist dieses Element nicht anwendbar.

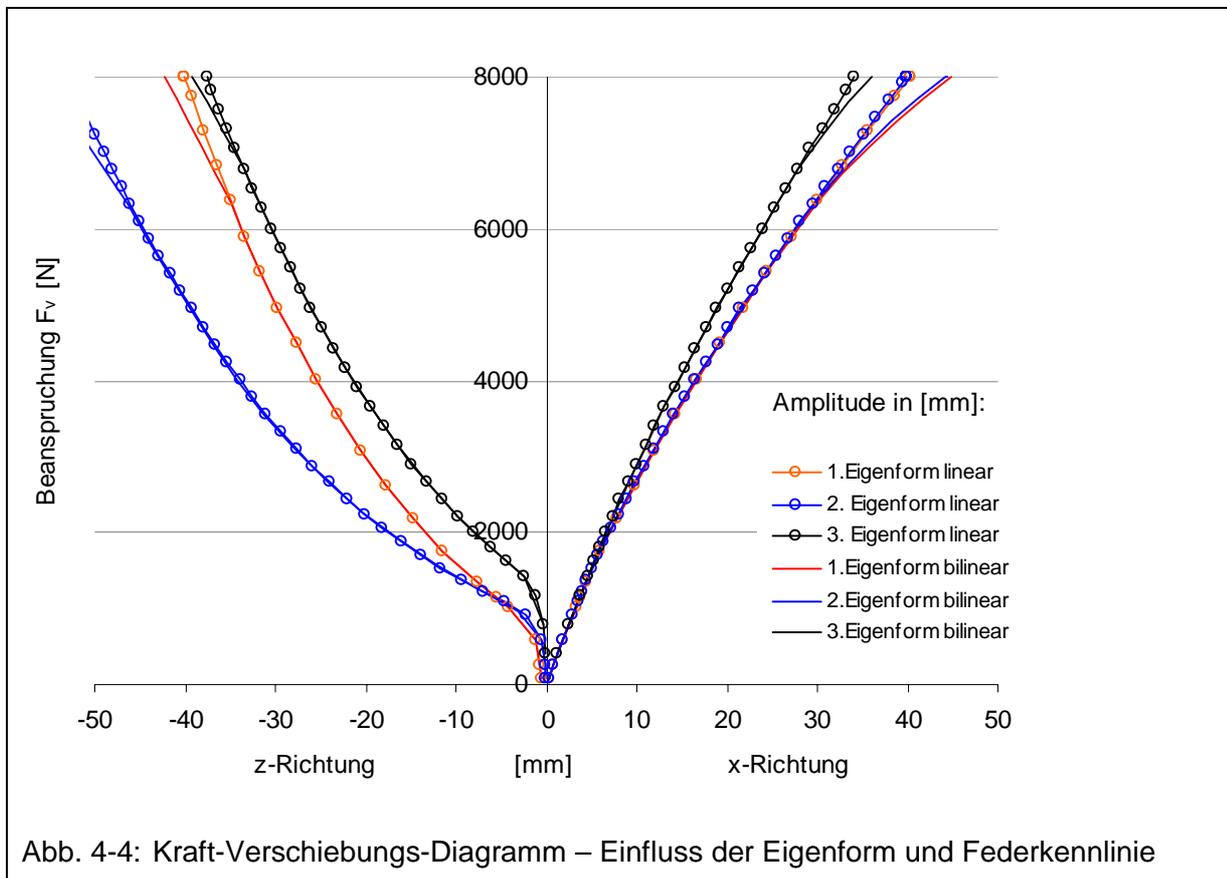
Im zweiten Schritt wird der Einfluss der Eigenform und der bilinearen Last-Verschiebungskurve der Verbindungsmittel auf das Tragverhalten der Tafel herausgearbeitet. Dazu werden, mit der in Kapitel 3.2 beschriebenen linearen Beulberechnung, die ersten drei Eigenformen der Beplankung bestimmt. Diese Eigenform wird jeweils als imperfekter Ausgangszustand auf die Tafel aufgeprägt und dann wird mit linearen sowie bilinearen Federn eine nichtlineare Beulberechnung durchgeführt, siehe Abb. 4-3.



In Abb. 4-4 ist in Abhängigkeit der äußeren Kraft F_V die maximale Verschiebung des jeweils maßgebenden Knotens in x - bzw. z -Richtung dargestellt. Die maximale Verschiebung u_{\max} in x -Richtung wird immer am linken Eckknoten der Kopfrippe berechnet, während die maximale Verschiebung w_{\max} in z -Richtung in Abhängigkeit der Beuleigenform an einem Knoten der Beplankung entsteht. Weil die Tafel vertikal starr gelagert ist, werden die Verschiebungen v in y -Richtung nicht betrachtet.

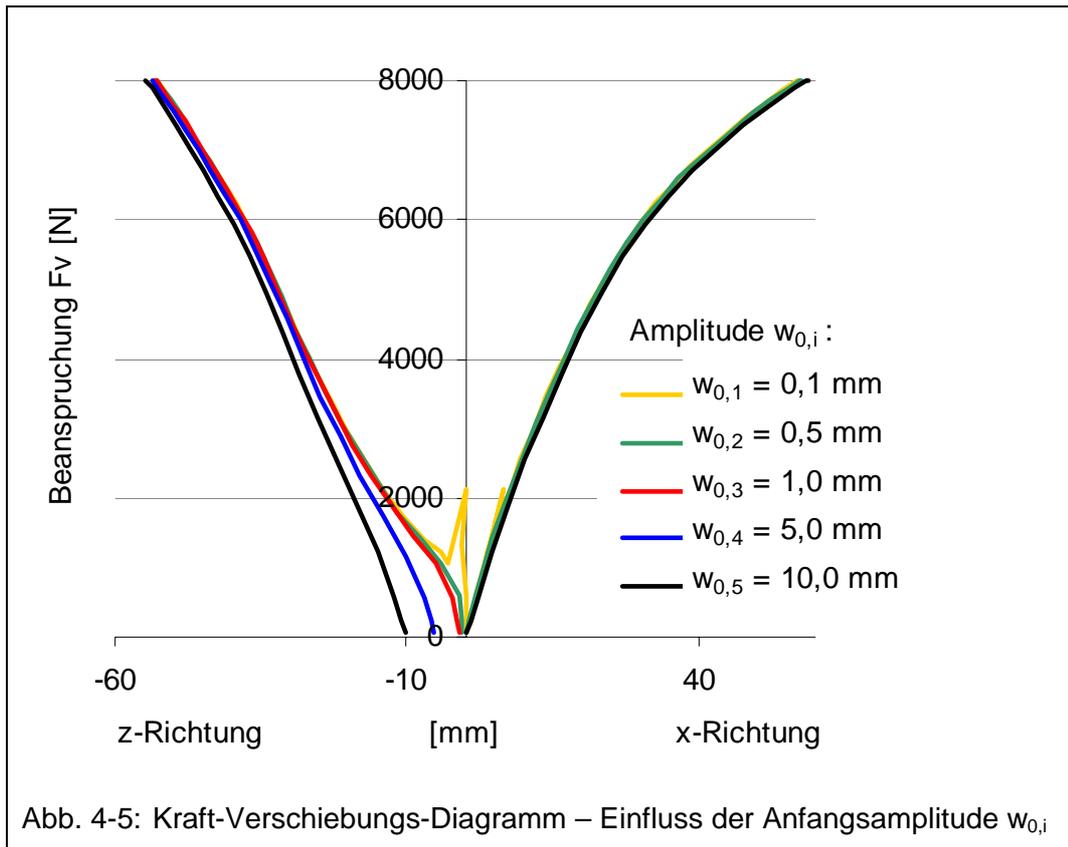
Erwartungsgemäß hat die Federkennlinie der Verbindungsmittel im elastischen Anfangszustand keinen Einfluss auf die Steifigkeit der Tafel in x -Richtung bzw. der Beplankung in z -Richtung. Erst wenn die ersten Federn die Tragfähigkeitsgrenze

$R_d = 500 \text{ N}$ erreicht haben, nimmt die jeweilige Tafelsteifigkeit ab, weil die ersten Federn den nahezu horizontalen Ast der Federkennlinie erreicht haben und sich plastisch verformen, siehe Abb. 3-7.



Die Betrachtung der Graphen in x-Richtung zeigt, dass sich eine hohe Eigenform positiv auf die Steifigkeit der Tafel auswirkt. Das kann in z-Richtung nicht ausnahmslos belegt werden, da sich die Graphen der ersten und zweiten Eigenform schneiden. Per Definition entsteht die erste Eigenform auf dem geringsten Beanspruchungsniveau. Die zweite Eigenform, bedingt durch die in Abb. 4-3b dargestellte zentrale, positive Halbwellen mit zwei kleinen negativen Halbwellen, zeigt eine absolut größere Verschiebung der Beplankung w in z-Richtung. Entscheidend für die Wahl der Eigenform sind aber nicht die Verformungen der Beplankung, sondern deren Spannungen. Diese sind bei der ersten Eigenform größer, so dass alle folgenden Untersuchungen an dieser durchgeführt werden.

Unter Beachtung der bereits gewonnenen Erkenntnisse wird im dritten Schritt der Einfluss der Anfangsamplitude $w_{0,i}$ der Imperfektion in z-Richtung auf das Tragverhalten der Tafel untersucht. Die Auswertung dieser fünf Berechnungen ist in Abb. 4-5 dargestellt.



Offensichtlich hat die Anfangsamplitude keinen signifikanten Einfluss auf die Steifigkeit der Tafel in x-Richtung. Bei der z-Verschiebung der Beplankung führen sehr kleine Anfangsamplituden ($a_1 = 0,1$ mm) offenbar zu numerischen Problemen, so dass sinnvolle Ergebnisse nur mit erheblichem Aufwand erzeugt werden können. Da alle Berechnungen auch in z-Richtung im Endzustand zu nahezu identischen Ergebnissen führen, wird die Anfangsamplitude mit $w_0 = w_{0,2} = 0,5$ mm festgelegt.

Aus den Ergebnissen dieser Voruntersuchungen wird das Grundmodell für alle weiteren Berechnungen festgelegt.

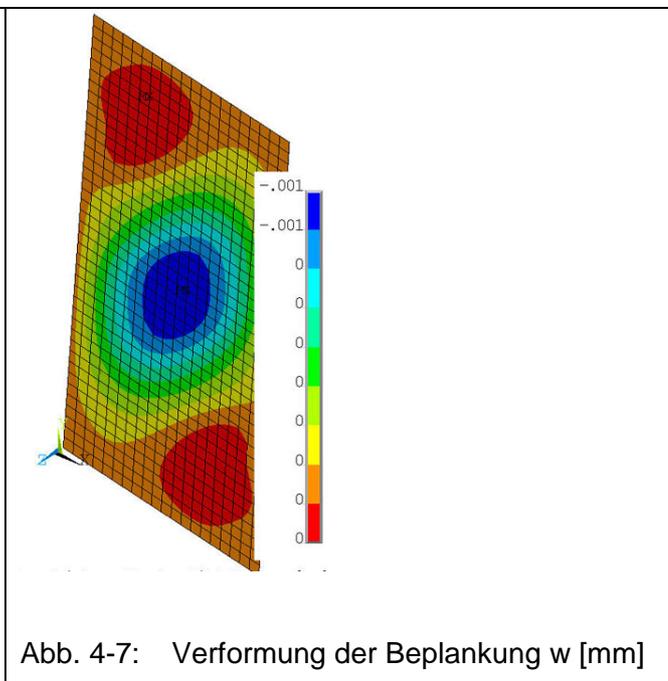
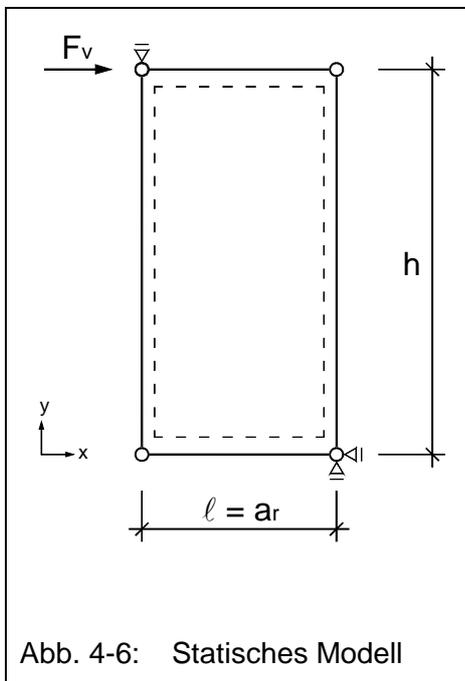
- Abbildung der Beplankung mit Shell93 – Elementen der Kantenlänge 62,5 mm.
- Erzeugung der imperfekten Struktur mit der ersten Eigenform der Beplankung.
- Festlegung der Imperfektionsamplitude $w_0 = 0,5$ mm.

Für die vergleichenden Untersuchungen mit der quasi - ebenen Beplankung wird die Imperfektionsamplitude $w_0 = 0,0001$ mm gewählt. Alle anderen Programmeinstellungen sind identisch, so dass der Einfluss des Beulens auf das Tafeltragverhalten deutlich wird.

4.3 Modellstudien mit quasi - ebener Beplankung

4.3.1 Mit Eckgelenken und ohne Mittelrippe

Um eine ideale, gelenkige Verbindung der Rippen untereinander abbilden und gegebenenfalls die Gelenkkräfte einfach auslesen zu können, werden die Rippen über zwei voneinander unabhängige, richtungstreue lineare Federn mit einer Steifigkeit $K = 150.000 \text{ N/mm}$ gekoppelt, vergl. Abb. 4-6. Die Verbindung der Rippen untereinander ist damit 300-mal steifer als ein Verbindungsmittel zwischen der Beplankung und den Rippen und kann als starr betrachtet werden. Wie Abb. 4-7 zeigt, bleibt die Beplankung auf Grund der Imperfektionsamplitude $w_0 = 0,0001 \text{ mm}$ quasi - eben.



Wegen der Verbindung der Rippen untereinander sind zwei voneinander unabhängige Kraftflüsse denkbar, um die Kraft F_v in die Beplankung einzuleiten. Wie in Abb. 4-8 und Abb. 4-9 zu erkennen ist, entstehen an den Kraftereinleitungsstellen jeder Rippe Normal- und Querkräfte. Die horizontale Kraft F_v wird offensichtlich in Abhängigkeit von der jeweiligen Steifigkeit über die Verbindungsmittel der zugehörigen Rippe in die Beplankung eingeleitet. Die Beanspruchungen aller Verbundbauteile werden auf dem Niveau der elastischen und plastischen Tragfähigkeit der Tafel ausgewertet.

Die Kraft F_v erzeugt in den Rippen im Wesentlichen Normalkräfte, so dass deren Biegetragfähigkeit von untergeordneter Bedeutung bleibt. Die Schnittkraftlinien haben

untereinander nicht im gleichen Maßstab, so dass die jeweilige Legende beachtet werden muss, damit der Einfluss der einzelnen Schnittgröße auf die Steifigkeit der Tafel beurteilt werden kann. Die Nachkommastellen in allen folgenden Abbildungen haben keinen technischen Wert, sondern sind zur besseren Unterscheidung der Abbildungen dargestellt.

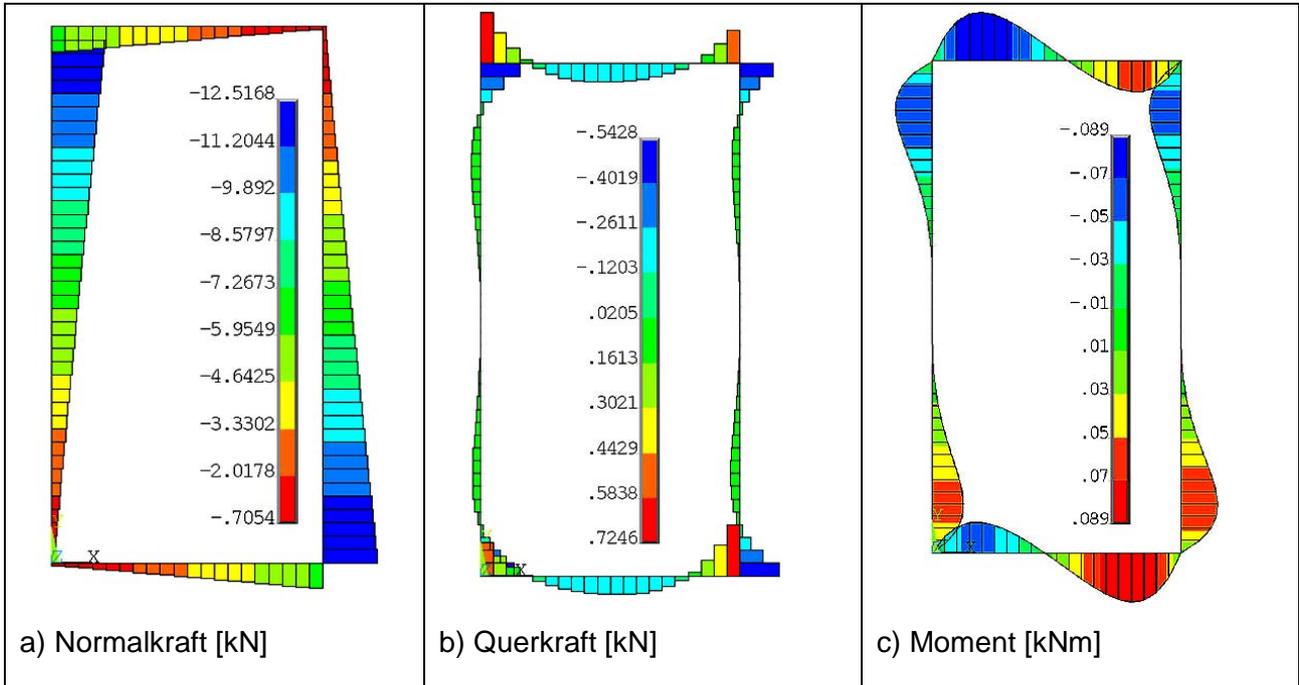


Abb. 4-8: Schnittgrößen der Rippen - elastische Tragfähigkeit

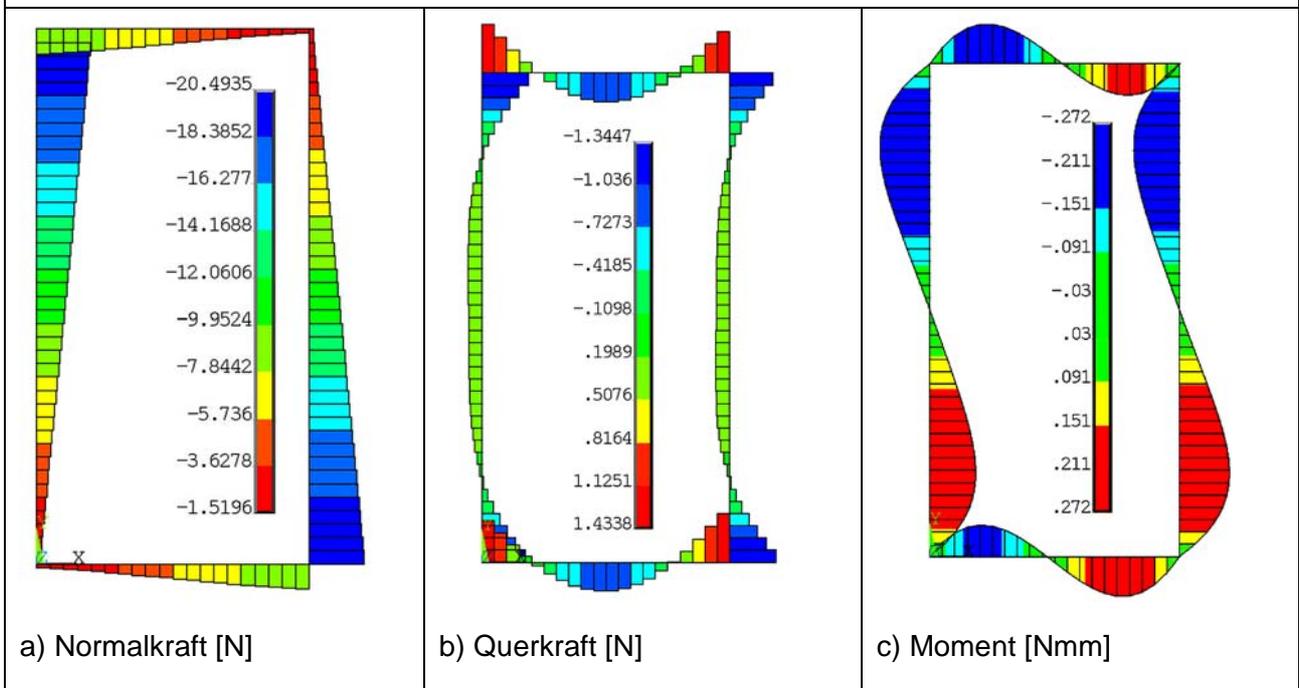


Abb. 4-9: Schnittgrößen der Rippen - plastische Tragfähigkeit

Der Vergleich der Abb. 4-8 mit Abb. 4-9 zeigt qualitativ sehr ähnliche Schnittkraftlinien auf

unterschiedlichem Beanspruchungsniveau. Da dieser Sachverhalt signifikant für alle Berechnungen mit nicht beulender Beplankung ist, wird auf die Darstellung des elastischen Grenzzustandes im Folgenden verzichtet.

In Abb. 4-10a und b ist die erste Hauptspannung der Beplankung im Grenzzustand der plastischen Tragfähigkeit an deren maßgebender Oberfläche dargestellt. In der Vektordarstellung sind unter 45° geneigte Druck- und Zugspannungen gleicher Größe zu erkennen. Die Beplankung weist im Wesentlichen Schubspannungen auf, vergl. Kapitel 2.3.2, die nur in den Ecken durch Spannungen infolge von Zwängungen überlagert werden. In den Ecken, die auf der Zugdiagonalen liegen, sind Spannungskonzentrationen zu erkennen. Da sich die Beplankung nicht in z-Richtung verschiebt, wie in Abb. 4-7 verdeutlicht wird, sind die Spannungen über die Beplankungsdicke t_1 konstant, so dass ein reiner Membranspannungszustand vorliegt.

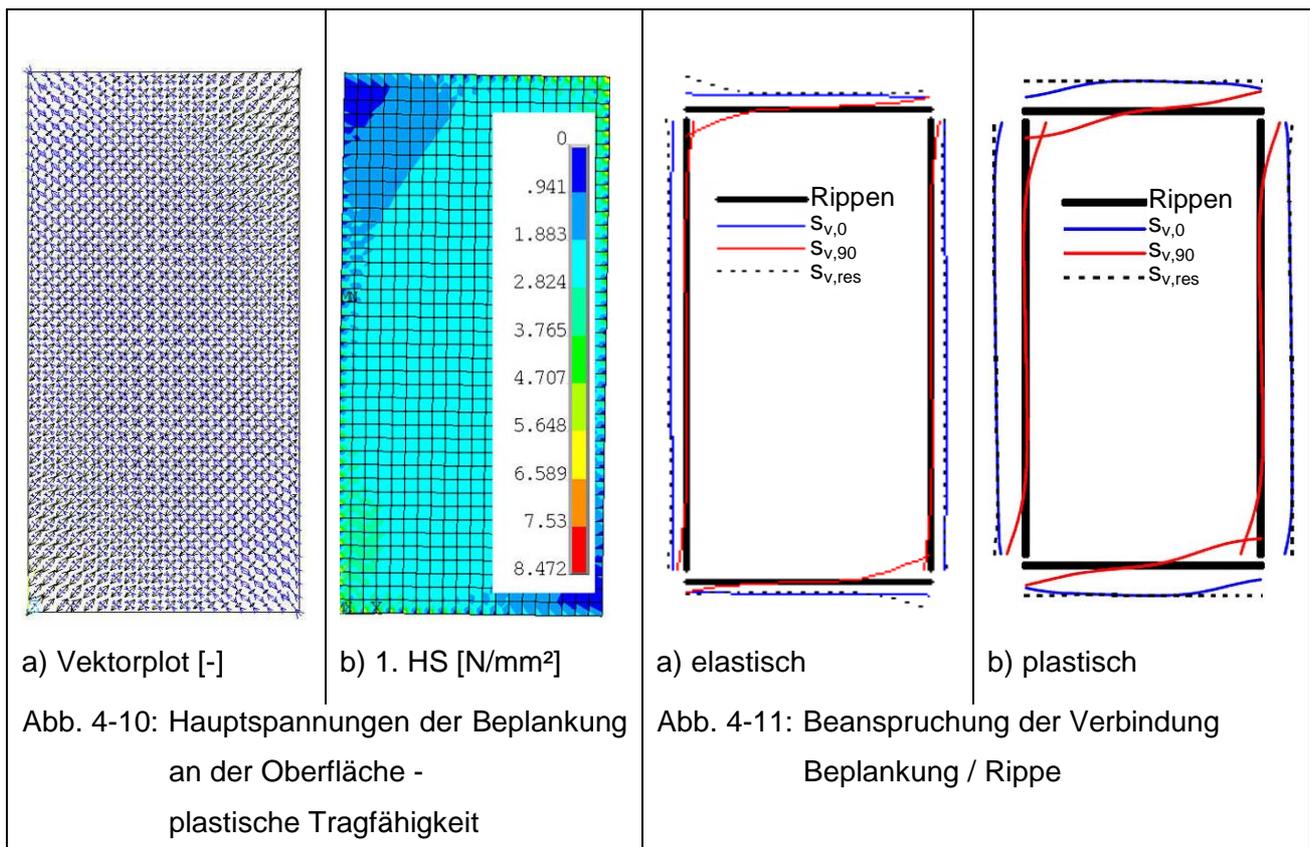


Abb. 4-11 zeigt die Beanspruchung der Verbindungsmittel auf dem elastischen und plastischen Beanspruchungsniveau. Über den Rippen werden die längenbezogenen Beanspruchungen der Beplankung $s_{v,0}$, $s_{v,90}$ und s_{res} aufgetragen. Diese werden aus den resultierenden Nagelkräften S_{res} , sowie den randparallelen Komponenten S_0 und den

senkrecht zum Rand wirkenden Komponenten S_{90} durch Division mit dem Verbindungsmittelabstand a_v berechnet.

Im elastischen Grenzzustand werden die Verbindungsmittel in den Lasteinleitungsecken der Tafel am stärksten beansprucht. Dort überlagert sich die an allen Rippen konstante parallele Kraftkomponente $S_{V,0}$ mit der senkrechten Kraftkomponente $S_{V,90}$. Deren vektorielle Addition ergibt die Traggrenze des Eckverbindungsmittels. Dieser nichtlineare Zusammenhang kann auch an den Normal- und Querkraftlinien der Rippen abgelesen werden.

Auf Grund ihrer ausreichend großen Duktilität verformen sich die Verbindungsmittel in den Ecken bei weiterer Laststeigerung F_v plastisch, so dass die benachbarten Verbindungsmittel aktiviert werden. Die plastische Traggrenze der Tafel ist erreicht, wenn sich alle Verbindungsmittel einer Rippe plastisch verformen. Dieser Zustand ist durch die Überlagerung des konstanten Schubflusses $s_{v,0}$ entlang den Rippen mit den unter 45° geneigten Verbindungsmittelbeanspruchungen in den Tafelecken gekennzeichnet.

4.3.2 Mit Eckgelenken und mit Mittelrippe

Das statische Modell aus Kapitel 4.3.1 wird im Folgenden um eine Mittelrippe ergänzt, die gemäß Abb. 4-12 gelenkig an die Kopf- bzw. Fußrippe angeschlossen ist.

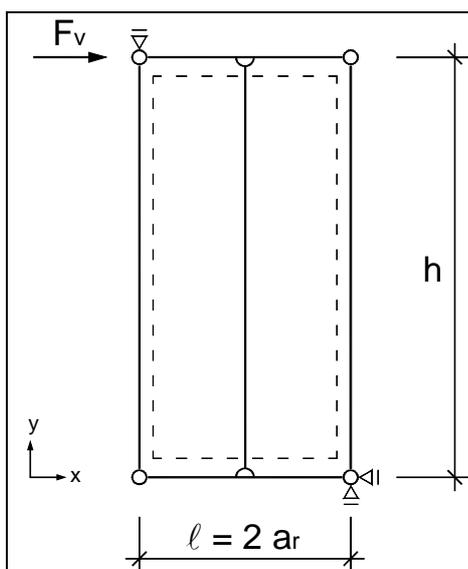


Abb. 4-12: Statisches Modell

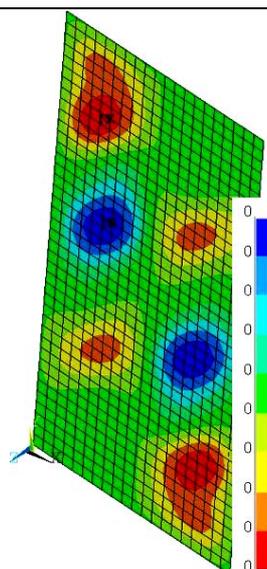
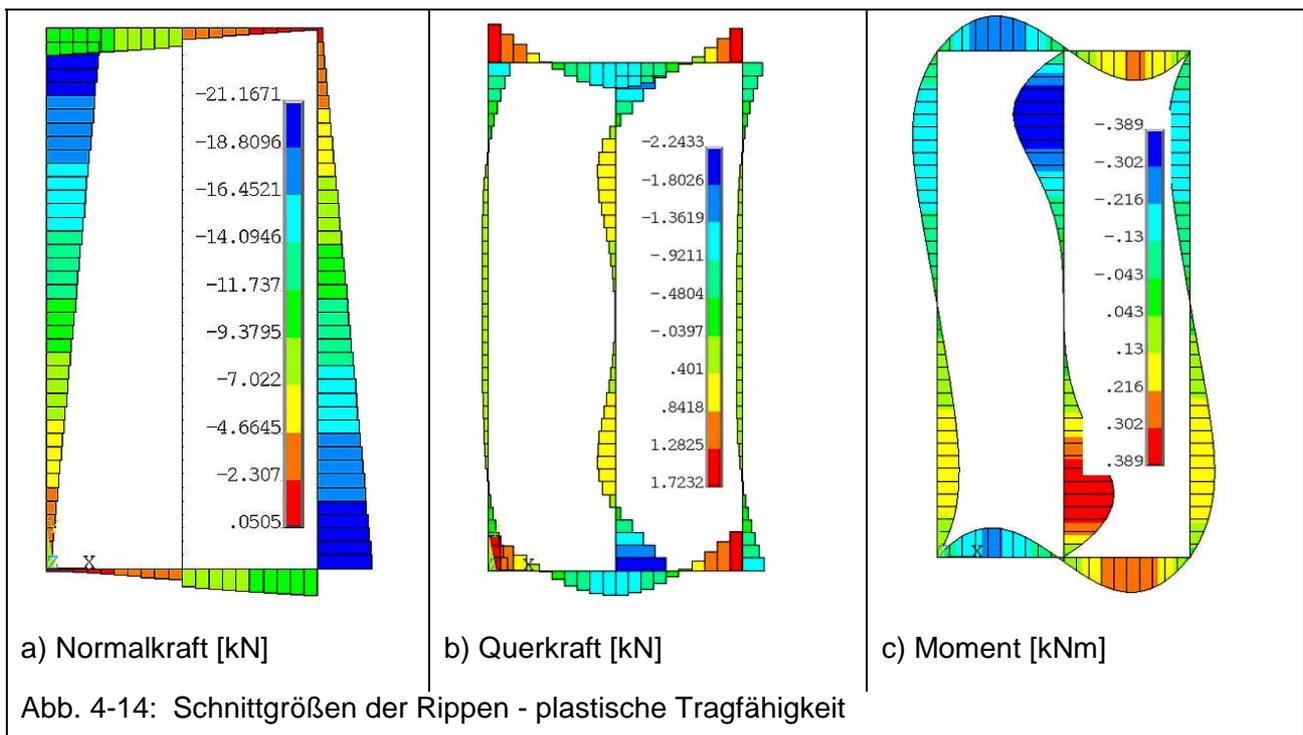


Abb. 4-13: Verformung der Beplankung w [mm]

Die Beplankung ist im Bereich der Mittelrippe nicht unterbrochen und dort mit dieser durch Federn verbunden. Dadurch wird die Verformung der Beplankung in z-Richtung, wie in Abb. 4-13 im Grenzzustand der plastischen Tragfähigkeit dargestellt, auf 0,00 mm reduziert.

Die Beanspruchungen der Rippen und der Beplankung werden ausschließlich auf dem Niveau der plastischen Tragfähigkeit der Tafel dargestellt. Der Vergleich der Abb. 4-14 mit Abb. 4-9 zeigt, dass die Schnittkraftlinien der Randrippen durch die Mittelrippe nicht signifikant beeinflusst werden. Die Mittelrippe selbst wird nicht durch Normalkräfte beansprucht, weil sie exakt in der Schwerachse der Tafel in y-Richtung verläuft, sondern durch Querkräfte und Biegemomente. Die Traglast dieser Tafel steigt um etwa 3% gegenüber der Tafel ohne Mittelrippe.



In Abb. 4-15a und b ist die erste Hauptspannung der Beplankung im Grenzzustand der plastischen Tragfähigkeit an deren Oberfläche dargestellt. Der in Kapitel 4.3.1 beschriebene Schubspannungszustand ist am Vektorausdruck abzulesen. Infolge der punktuellen Lasteinleitung an den Elementknoten entstehen schnell abklingende lokale Spannungsspitzen.

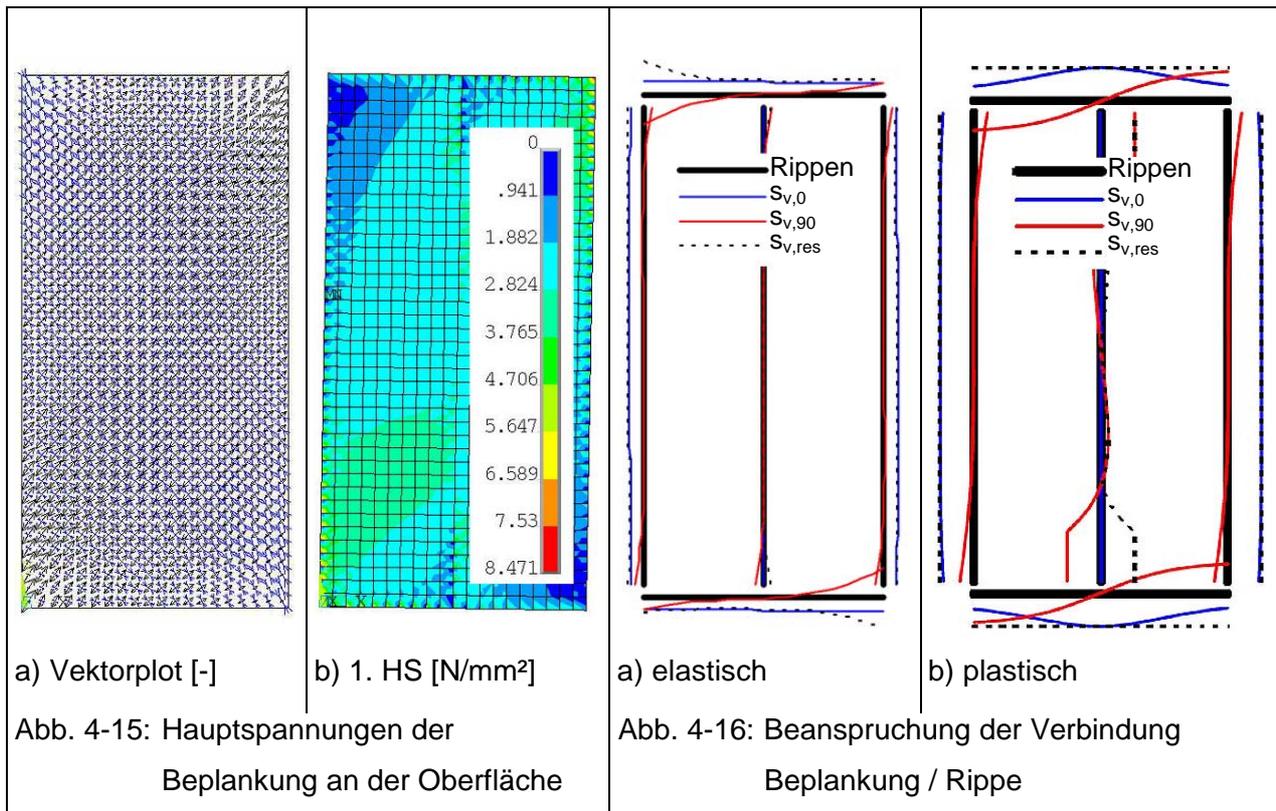
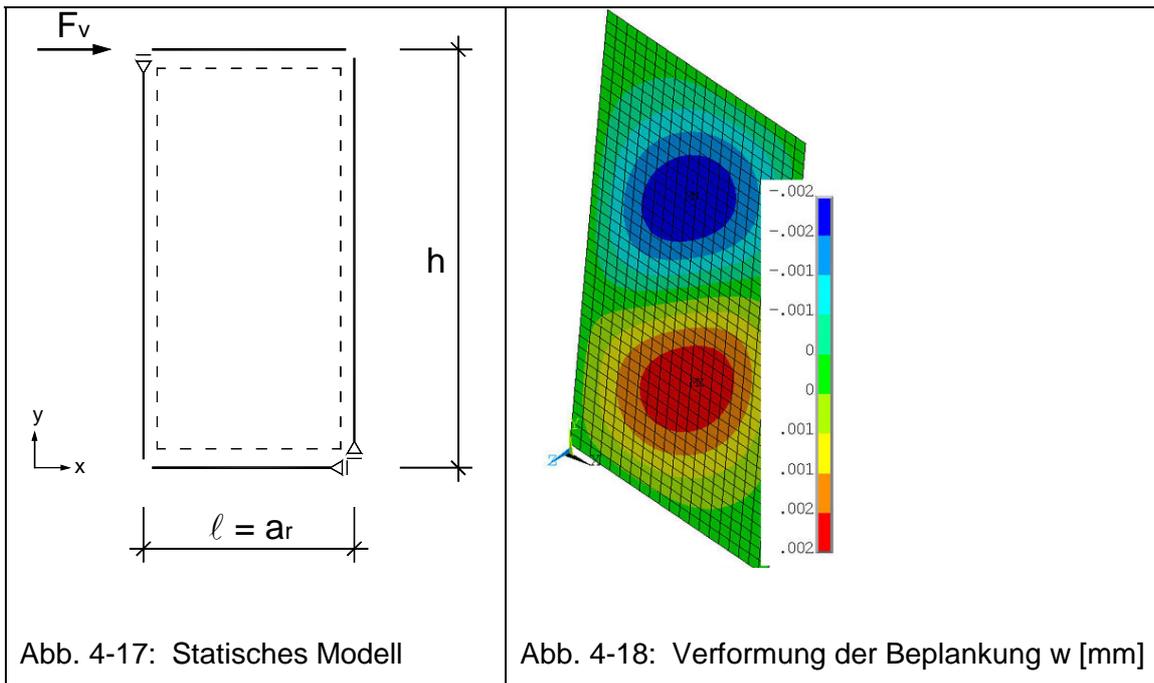


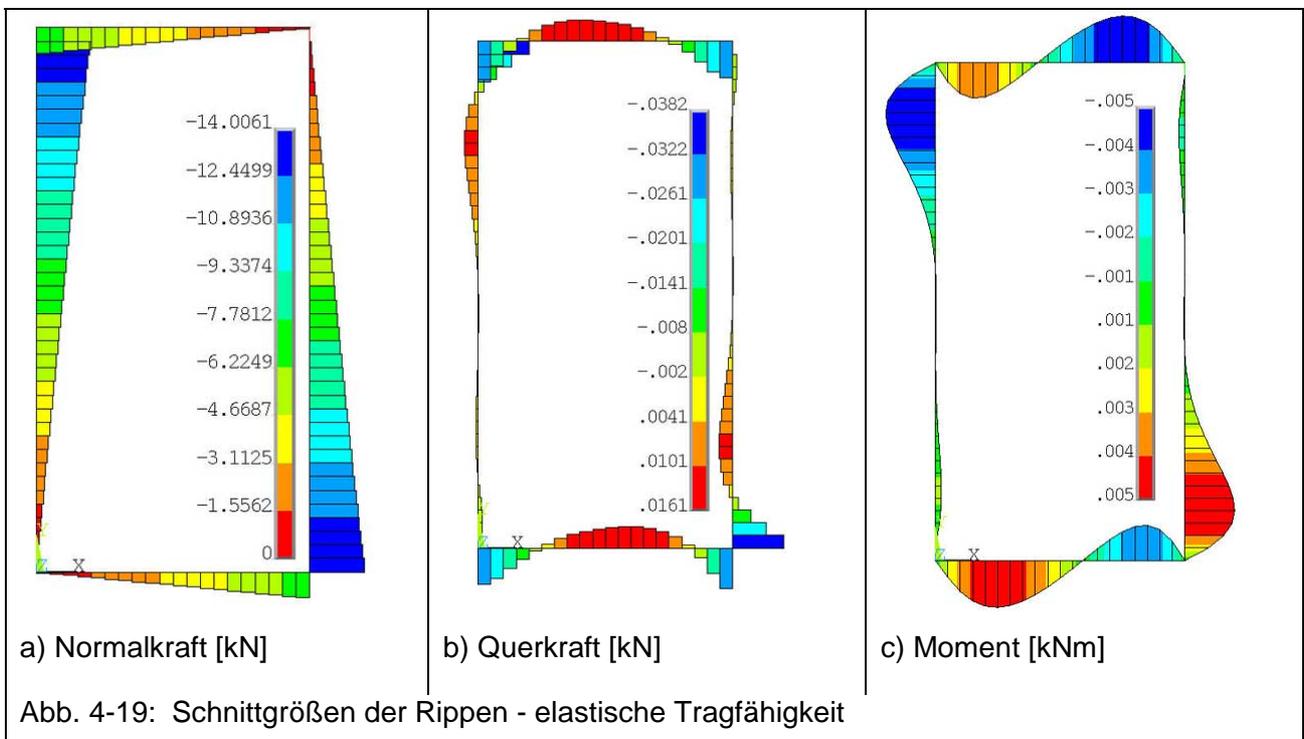
Abb. 4-16 zeigt die Beanspruchung der Verbindungsmittel auf beiden Beanspruchungsniveaus. Über den Rippen werden die längenbezogenen Beanspruchungen der Beplankung $s_{v,0}$, $s_{v,90}$ und s_{res} aufgetragen. Im elastischen Grenzzustand werden die Verbindungsmittel der Randrippen, wie in Kapitel 4.3.1 erläutert, beansprucht. Die Mittelrippe ist fast unbeansprucht. Den plastischen Grenzzustand kennzeichnen eine konstante, randparallele Verbindungsmittelkraft an den vertikalen Randrippen sowie eine ausgeprägte Beanspruchung der Verbindungsmittel der horizontalen Rippen senkrecht zu diesen. Analog zur Querkraftlinie in Abb. 4-14b werden die Verbindungsmittel an den Enden der Mittelrippen senkrecht zu dieser beansprucht.

4.3.3 Ohne Eckgelenke und ohne Mittelrippe – ideales Schubfeld

Werden die Rippen nicht miteinander verbunden, so muss genau unterschieden werden, welche Rippe der Tafelecke mit einem äußeren Lager versehen wird, um zutreffende Randbedingungen zu erzeugen, siehe Abb. 4-17. Über die Kopfrippe wird die äußere Kraft F_V in die Beplankung und von dort über die drei übrigen Rippen zu den Auflagern weitergeleitet. Die Rippen können sich in den Ecken unabhängig verschieben, so dass auch Durchdringungen der Bauteile möglich sind.

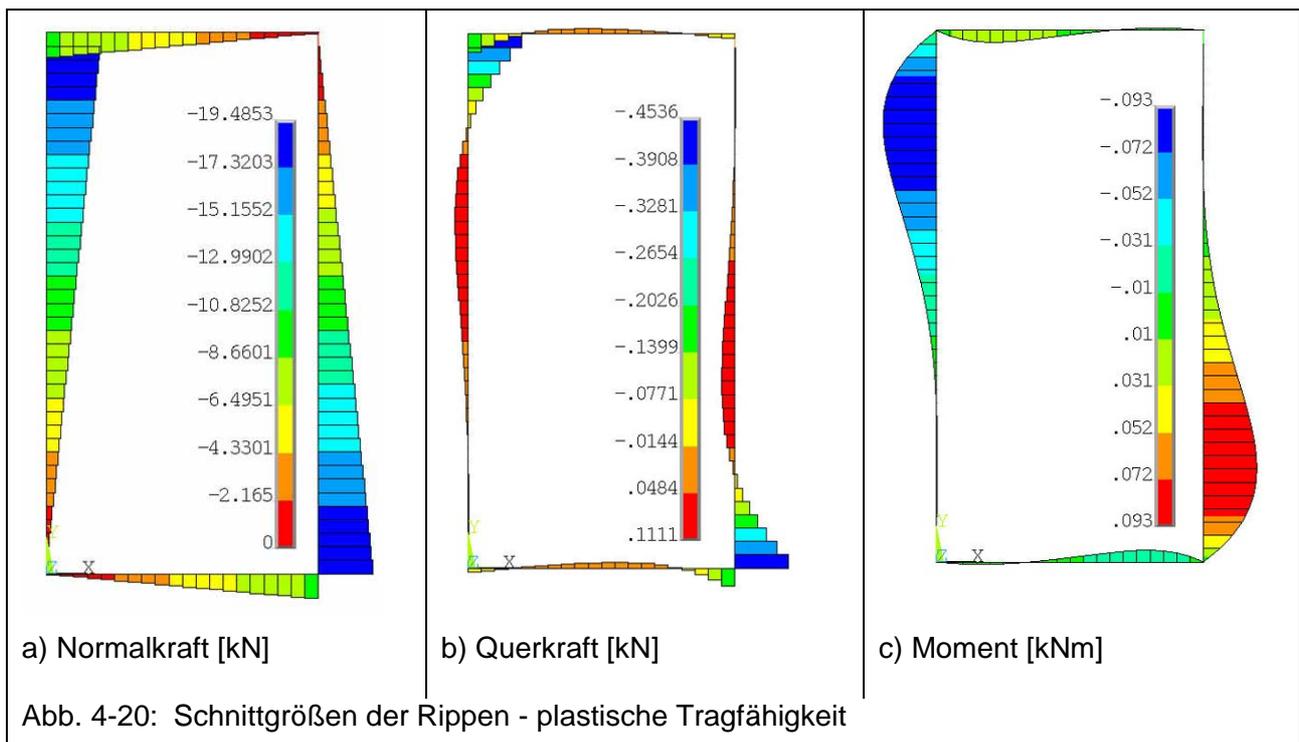


Die Beanspruchungen der Verbundbauteile werden auf dem Niveau der elastischen und plastischen Tragfähigkeit der Tafel ausgewertet.



Die Kraft F_v erzeugt in den Rippen fast ausschließlich Normalkräfte, so dass ihre Biegetragfähigkeit bedeutungslos ist. Die Schnittkraftlinien haben untereinander nicht den

gleichen Maßstab, so dass die jeweilige Legende beachtet werden muss, damit der Einfluss der einzelnen Schnittgrößen auf die Steifigkeit der Tafel beurteilt werden kann. Der Vergleich von Normalkraftlinien aus den Kapiteln 4.3.1 und 4.3.3 zeigt, dass die elastische Tragfähigkeit durch das Entfernen der Eckgelenke steigt, während die plastische Traggrenze sinkt. Dieser Zusammenhang wird durch das Betrachten der zugehörigen Verbindungsmittelbeanspruchungen verständlich. Beim idealen Schubfeld sind die Verbindungsmittelbeanspruchungen homogen verteilt und eine senkrechte Beanspruchung der Rippen ist aus Gleichgewichtsüberlegungen an der freigeschnittenen Kopfrippe nicht möglich, so dass die elastische Traggrenze steigt. Weil die Kräfte beim gelenkigen Abschluss der Rippen senkrecht zur linken Randrippe und parallel zur Kopfrippe in die Beplankung eingeleitet werden können, ist bei diesem Modell die plastische Traggrenze größer als beim idealen Schubfeld.



In Abb. 4-21a und b ist die erste Hauptspannung der Beplankung im Grenzzustand der plastischen Tragfähigkeit an deren Oberfläche dargestellt. Die Beplankung wird offensichtlich in idealer Weise durch Schubspannungen beansprucht. Nur in den Lasteinleitungspunkten sind lokale Störungen zu erkennen.

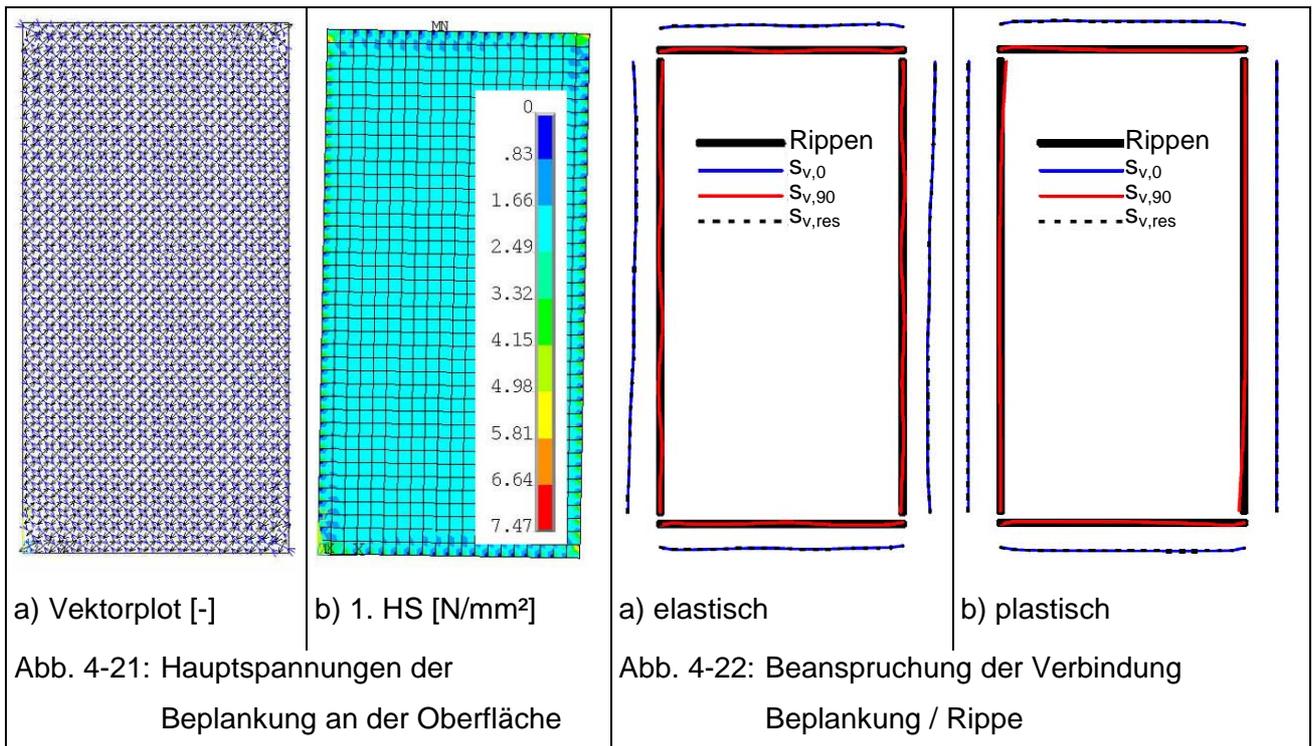
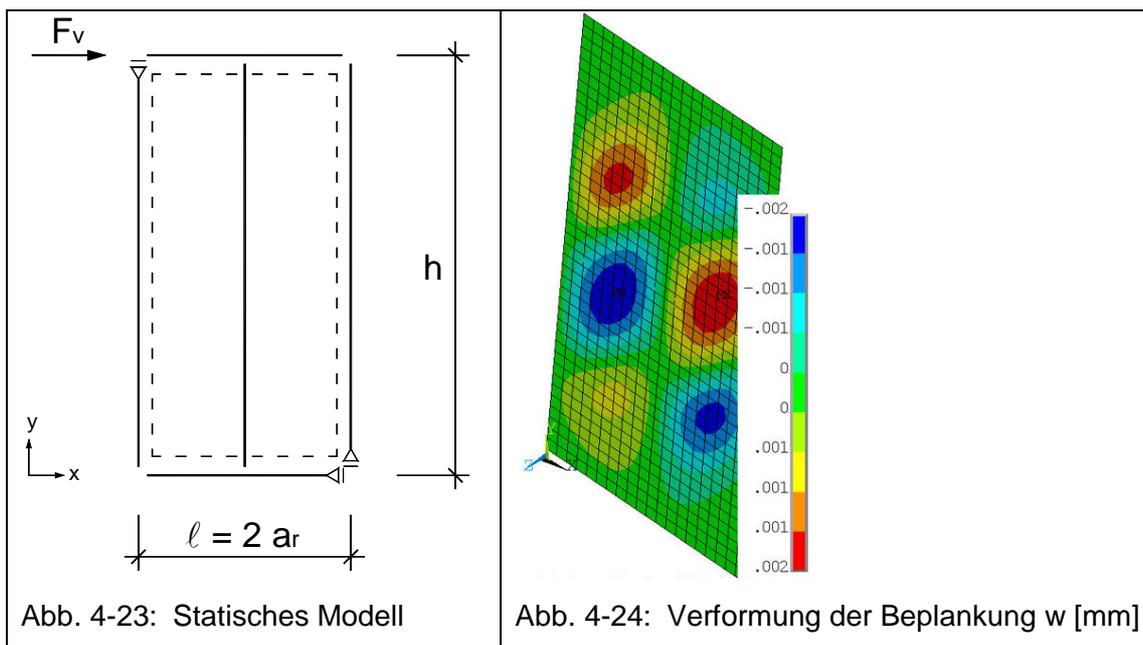


Abb. 4-22 zeigt die Beanspruchung der Verbindungsmittel im elastischen und im plastischen Grenzzustand. Alle Verbindungsmittel werden ausschließlich parallel zum Beplankungsrand mit $S_{v,0}$ beansprucht.

Auch im elastischen Grenzzustand sind die Verbindungsmittelbeanspruchungen nahezu identisch. Die Ecknägel werden nicht wie zunächst erwartet stärker beansprucht als die benachbarten Nägel, weil die Verbindungen im Holztafelbau im Vergleich zu der Dehnsteifigkeit der Rippen und der Schubsteifigkeit der Beplankung sehr weich sind. Anders als im Stahlbau werden bei geringen äußeren Einwirkungen die Verformungen fast ausschließlich von den Verbindungsmittel aufgenommen.

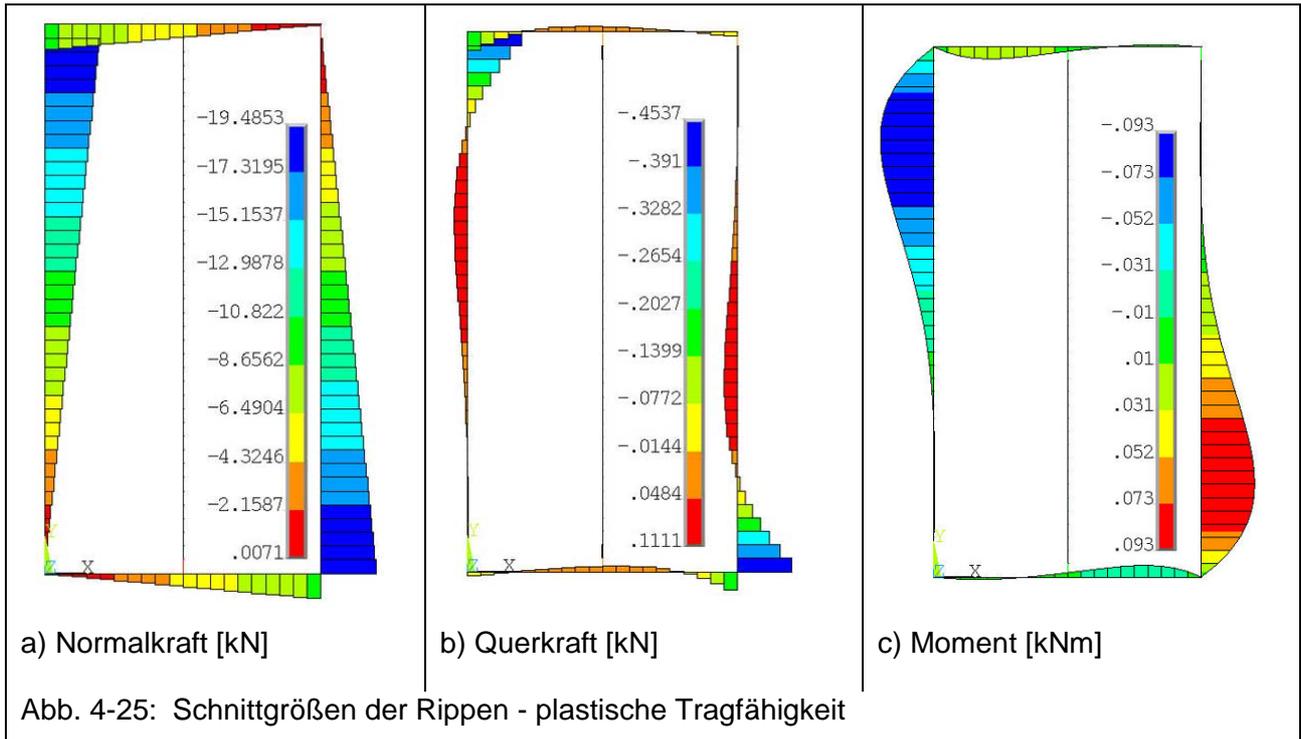
4.3.4 Ohne Eckgelenke und mit Mittelrippe

Das statische Modell aus Kapitel 4.3.3 wird im Folgenden um eine Mittelrippe ergänzt, die gemäß Abb. 4-12 nicht an die Kopf- bzw. Fußrippe angeschlossen ist. Die Beplankung ist im Bereich der Mittelrippe nicht unterbrochen und dort mit dieser durch Federn verbunden. Dadurch wird die Verformung der Beplankung in z-Richtung reduziert, wie in Abb. 4-24 im Grenzzustand der plastischen Tragfähigkeit dargestellt ist.

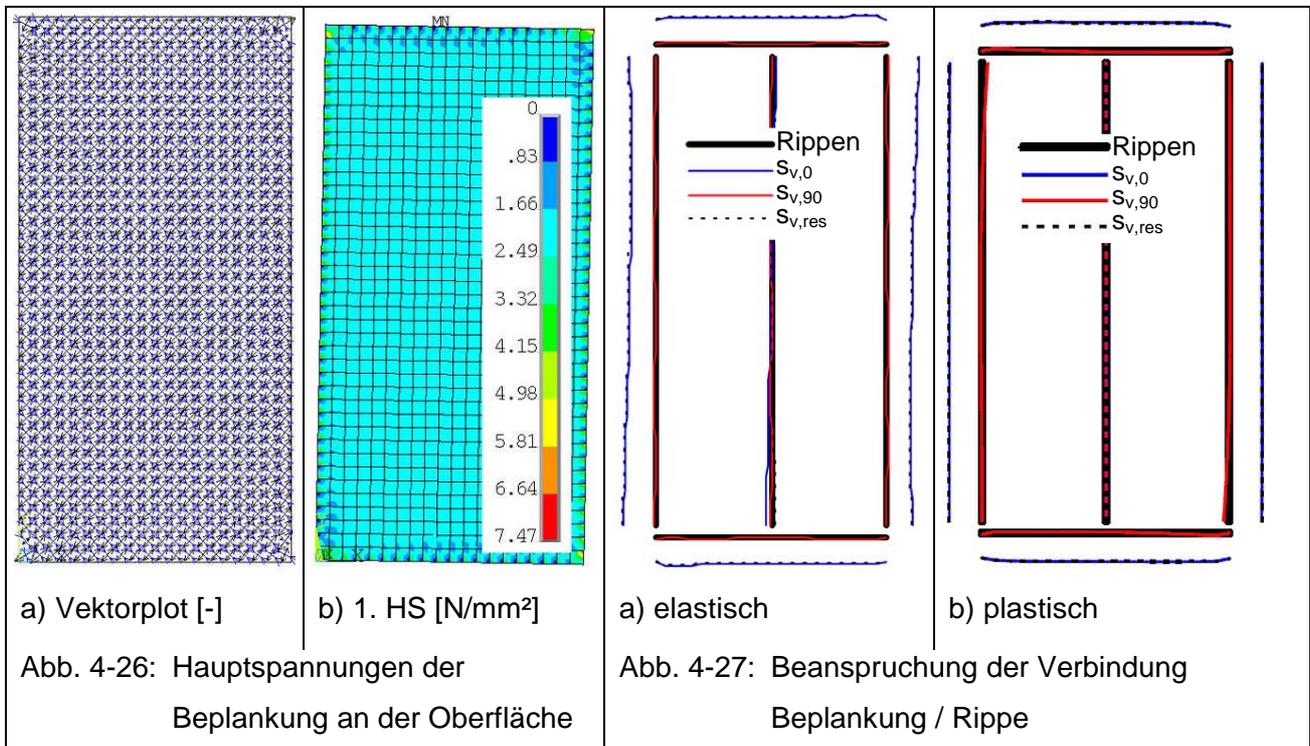


Die Beanspruchungen der Rippen und der Beplankung werden ausschließlich auf dem Niveau der plastischen Tragfähigkeit der Tafel dargestellt.

Der Vergleich der Abb. 4-25 mit Abb. 4-20 zeigt, dass die Schnittkraftlinien der Randrippen durch die Mittelrippe nicht beeinflusst werden. Die Mittelrippe selbst wird weder durch Normal- oder Querkkräfte noch durch Biegemomente beansprucht. Die Traglast dieser Tafel bleibt folglich gegenüber der Tafel ohne Mittelrippe unverändert.



Auch die Beanspruchung der Beplankung und die Verbindung zwischen der Beplankung und den Randrippen bleibt gegenüber 4.3.3 unverändert, wie ein Vergleich der Abbildungen Abb. 4-27 mit Abb. 4-22 zeigt.

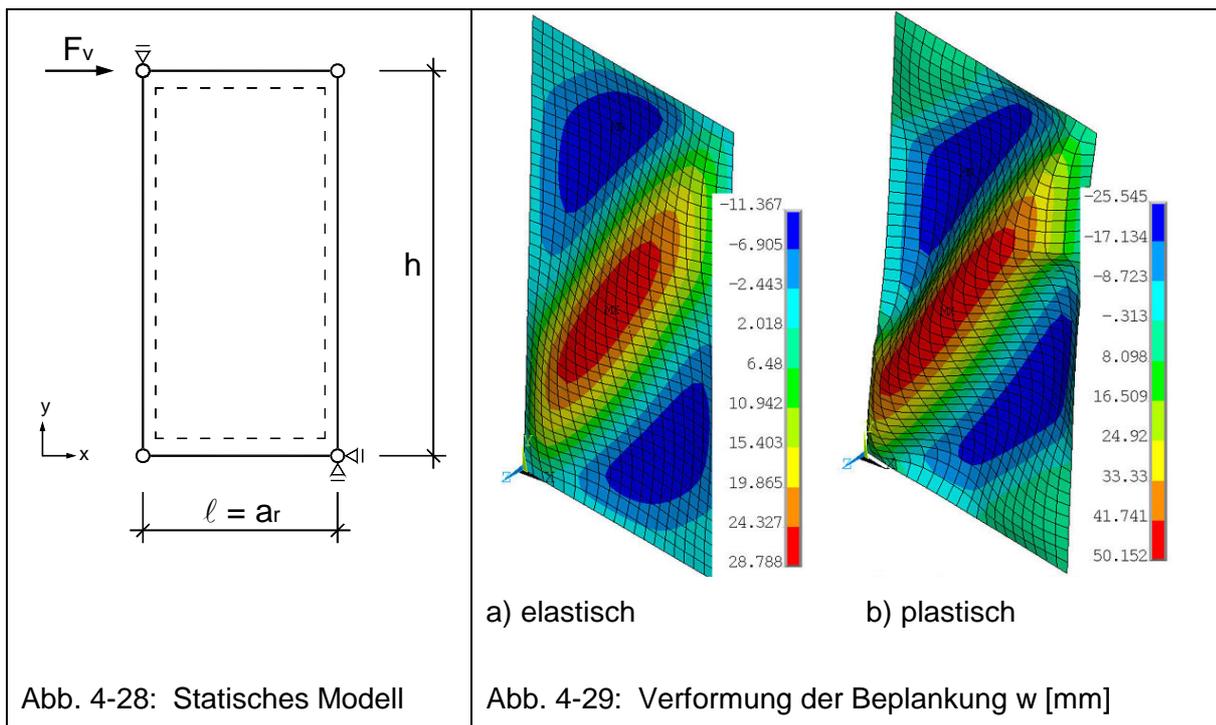


4.4 Modellstudien mit beulender Beplankung

In diesem Kapitel werden dieselben statischen Modelle wie in Kapitel 4.3 betrachtet, jedoch wird hier die Imperfektion der Beplankung auf $w_0 = 0,5$ mm eingestellt, vergl. Kapitel 4.2, so dass sich diese bei der nichtlinearen Beulberechnung in z-Richtung verformt. Alle anderen Programmeinstellungen bleiben unverändert.

4.4.1 Mit Eckgelenken und ohne Mittelrippe

Infolge der äußeren Kraft F_V ergibt sich bei dem hier betrachteten statischen Modell gemäß Abb. 4-28 die in Abb. 4-29 dargestellte Verformung der Beplankung. Eine zentrale positive Halbwellen in der Zugdiagonalen wird von zwei negativen Halbwellen in den Druckecken begrenzt. Offensichtlich ist die Beplankung entlang der Druckdiagonalen ausgeknickt. Der Vergleich der Bilder a und b verdeutlicht, dass sich die Beplankung bei einer Steigerung von F_V immer stärker faltet, so dass die lokalen Krümmungsradien stark sinken.



Im gebeulden Zustand der Beplankung entstehen infolge der Kraft F_V im Wesentlichen Normalkräfte in den Rippen, so dass ihre Biegetragfähigkeit von untergeordneter Bedeutung bleibt. Jedoch führt das Beulen der Beplankung offensichtlich zu einer nichtlinearen Normalkraftverteilung in den vertikalen Rippen im Grenzzustand der elastischen Tragfähigkeit, wie Abb. 4-30a verdeutlicht.

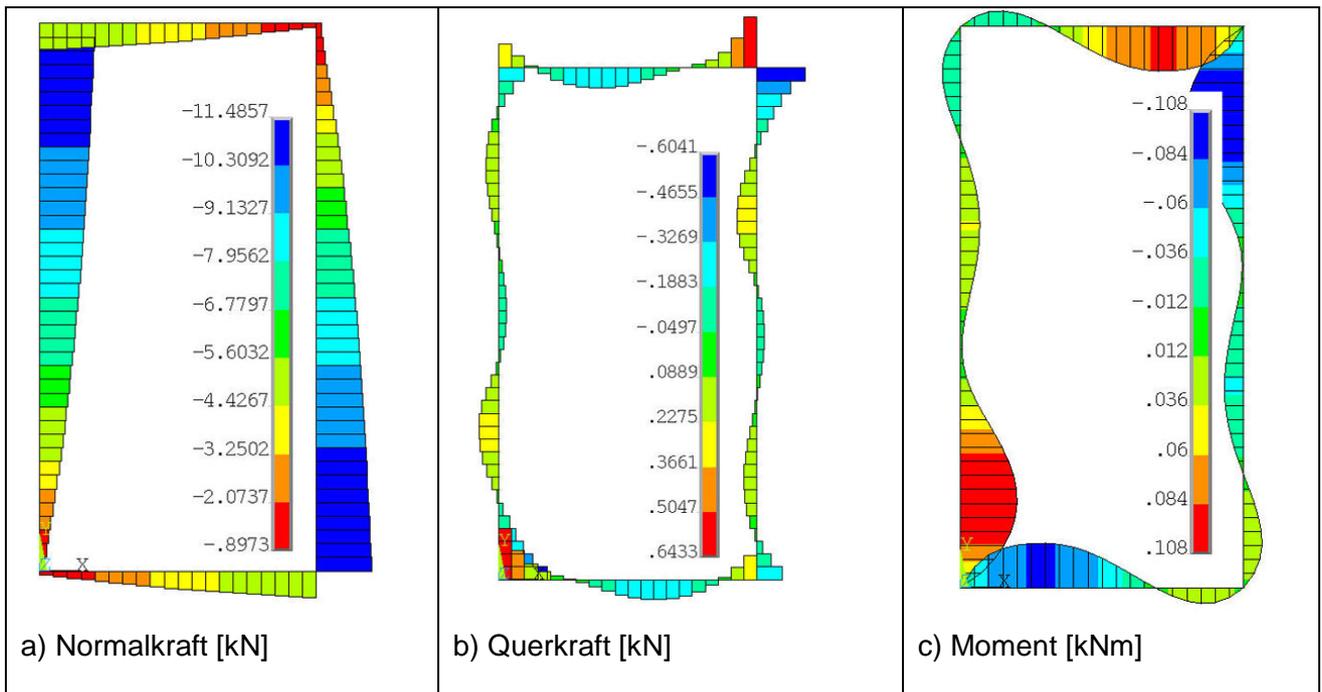


Abb. 4-30: Schnittgrößen der Rippen - elastische Tragfähigkeit

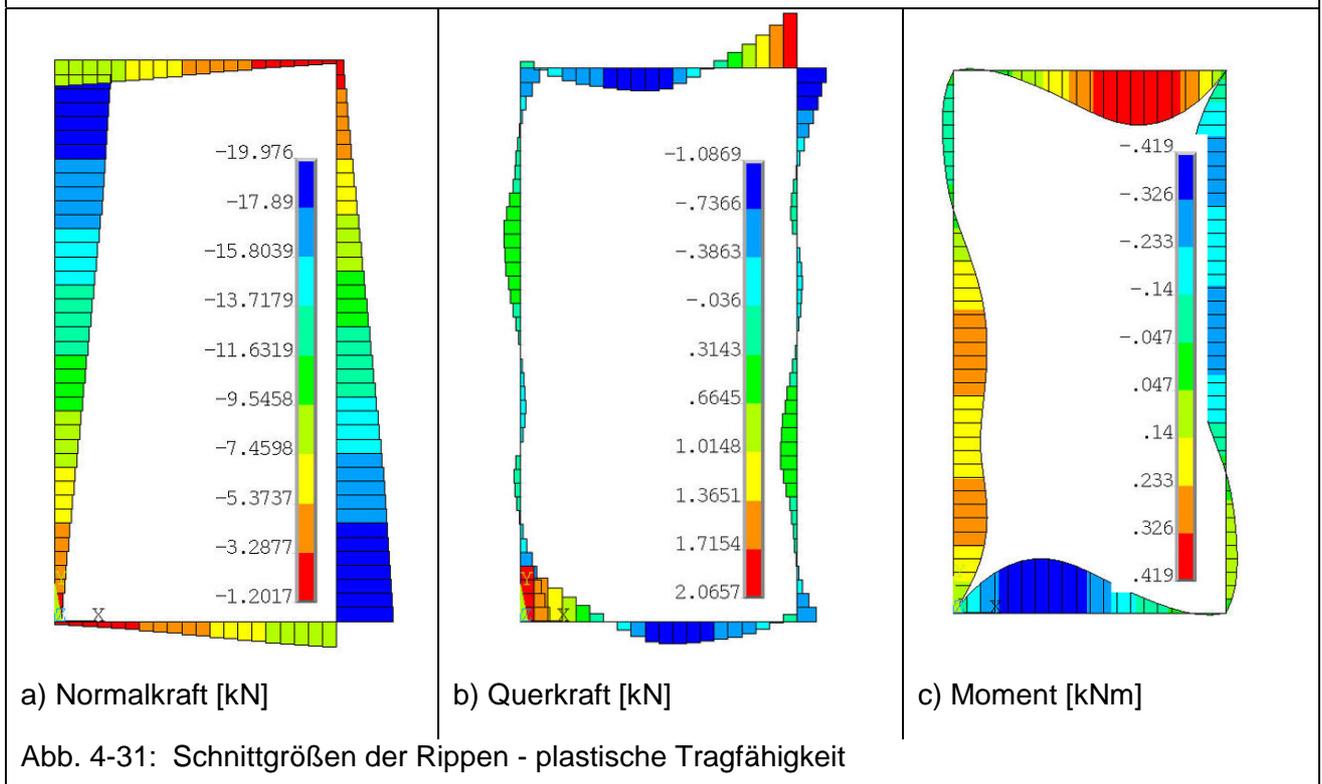
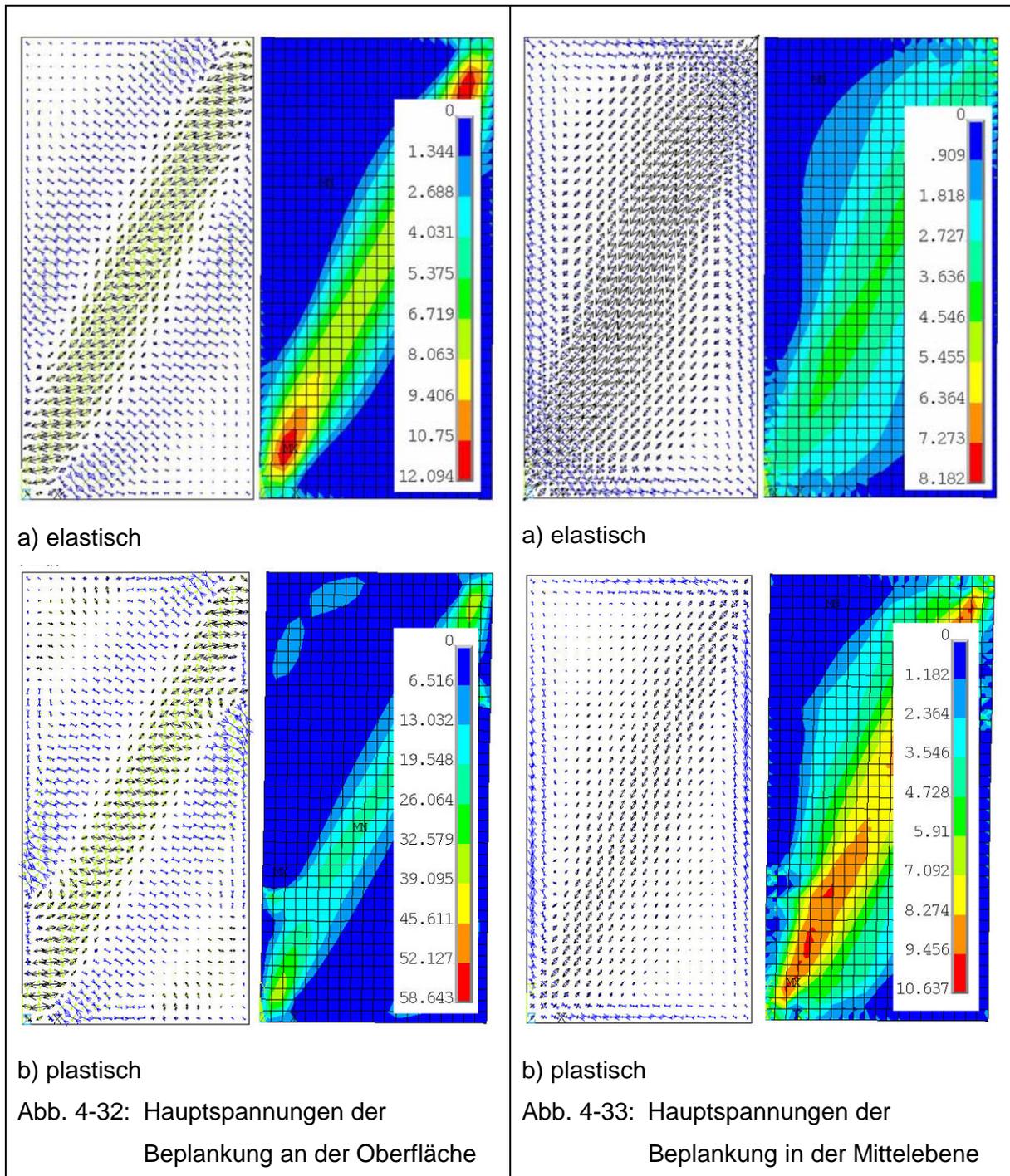


Abb. 4-31: Schnittgrößen der Rippen - plastische Tragfähigkeit

Im plastischen Grenzzustand der Tafel ist diese Nichtlinearität der Normalkraftlinie weniger stark ausgeprägt, weil die Beanspruchungen durch eine ausreichende Duktilität der Verbindungsmittel sowie einer ausreichenden Drucksteifigkeit des Beplankungsrandes gleichmäßig auf alle Verbindungsmittel verteilt werden. Die Querkräfte und die Momente in

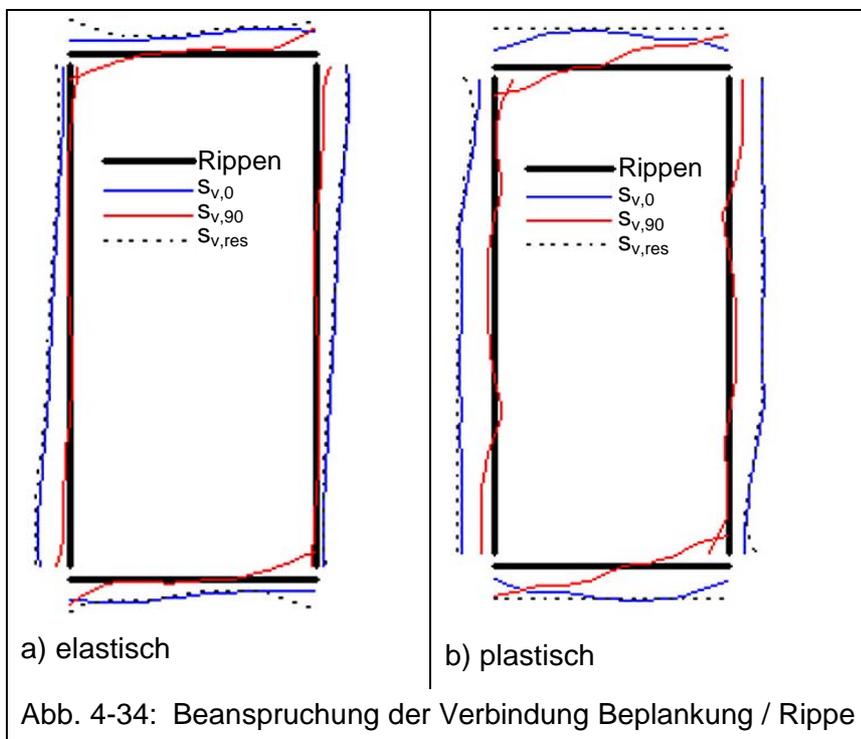
den Rippen sind, wie in Abb. 4-31b und c zu erkennen ist, von gleicher Größenordnung verglichen mit der Berechnung in Kapitel 4.3.1. Das Beulen der Beplankung führt bei den hier gewählten Material- und Geometrieigenschaften der Tafel nicht zu einer Erhöhung dieser beiden Schnittgrößen.



Wegen des Beulens der Beplankung entstehen zusätzlich zu den Membranbeanspruchungen aus dem ebenen Spannungszustand Biegebeanspruchungen,

so dass die Spannungen nicht mehr konstant über die Beplankungsdicke t verlaufen. Um das Tragverhalten der Beplankung beurteilen zu können, ist es deshalb erforderlich, die Spannungen in ihrer Mittelebene sowie an ihrer Oberfläche auszuwerten und zu vergleichen. In den Abb. 4-32 und Abb. 4-33 ist die erste Hauptspannung in diesen beiden Flächen und für beide Grenzzustände dargestellt. Die Spannungen in der Mittelebene im plastischen Grenzzustand sind gegenüber Kapitel 4.3.1 um 25% vergrößert, wobei Spannungskonzentrationen in der Zugdiagonalen der Abb. 4-33b zu erkennen sind. Wegen des Beulens entstehen an der Oberfläche der Beplankung 1,5-fache Randspannungen im elastischen Grenzzustand und 5,7-fache im plastischen Grenzzustand, vergl. auch Abb. 4-29.

Die vektorielle Darstellung der Hauptspannung in der Mittelebene in Abb. 4-33 zeigt einen Druckstreifen entlang des Beplankungsrandes, der nur im Bereich der Zugecken durch lokale Zugkräfte gestört wird. Offensichtlich wird das Zugfeld in der Beplankung durch den diskret gelagerten Beplankungsrand ins Gleichgewicht gesetzt, so dass die Verbindung im Wesentlichen parallel zum Rand beansprucht wird.



Die Beanspruchung der Verbindung in Abb. 4-34 zeigt analog zu den Normalkraftlinien in Abb. 4-30a und Abb. 4-31a einen nicht konstanten Schubfluss $s_{v,0}$, der, ausgehend vom Maximalwert in den Zugecken der Tafel, im elastischen Grenzzustand linear abnimmt. Im

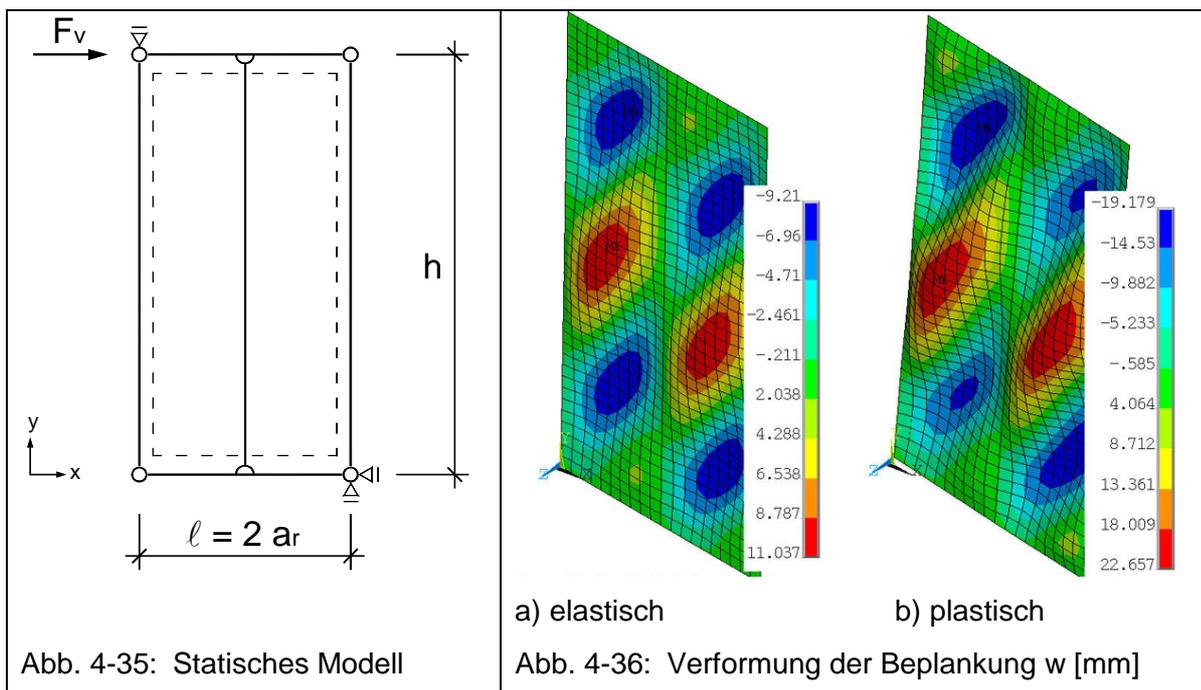
plastischen Grenzzustand ist ein konstanter Schubfluss $s_{v,0}$ entlang der vertikalen Rippen zu erkennen, der im Bereich der Druckecke linear abnimmt. Die Verbindungsmittel in der Tafelecke werden senkrecht zum Rand beansprucht.

Damit ist das Tragverhalten von Holztafeln mit einreihigen, metallischen Verbindungsmitteln im gebeulten Zustand grundsätzlich verschieden von gebeulten Leichtbauträgern unter Schubbeanspruchung im Stahl- und Flugzeugbau. Dort werden die flächigen Bauteile in die stützenden Gurte eingeschweißt oder vernietet, so dass eine starre bzw. sehr steife Verbindung entsteht und die Gurte zusätzlich beansprucht werden, vergl. Kuhn (1952/1 und 1952/2). Dagegen entkoppelt die weiche Holzwerkstoff-Holz-Verbindung die Beplankung von der Rippe, so dass der gestützte Beplankungsrand diese Aussteifung leisten muss.

Die elastische Traggrenze dieser Tafel ist ca. 8% und die plastische Traggrenze ca. 2,5% geringer als bei der Tafel aus Kapitel 4.3.1. Beide Grenzzustände der Tragfähigkeit sind über die Beanspruchung der Verbindungsmittel definiert. Wegen des Beulens der Beplankung werden die Verbindungsmittel der horizontalen Rippen stärker senkrecht zu diesen beansprucht. Da sich die Tragfähigkeit eines Verbindungsmittels aus der vektoriellen Addition von $S_{v,0}$ und $S_{v,90}$ ergibt und die Tragfähigkeit der gesamten Tafel aus der Summe aller $S_{v,0}$ einer horizontalen Rippe berechnet wird, verringern sich bei vergrößertem $S_{v,90}$ die beiden Traggrenzen der Tafel gegenüber denen aus Kapitel 4.3.1.

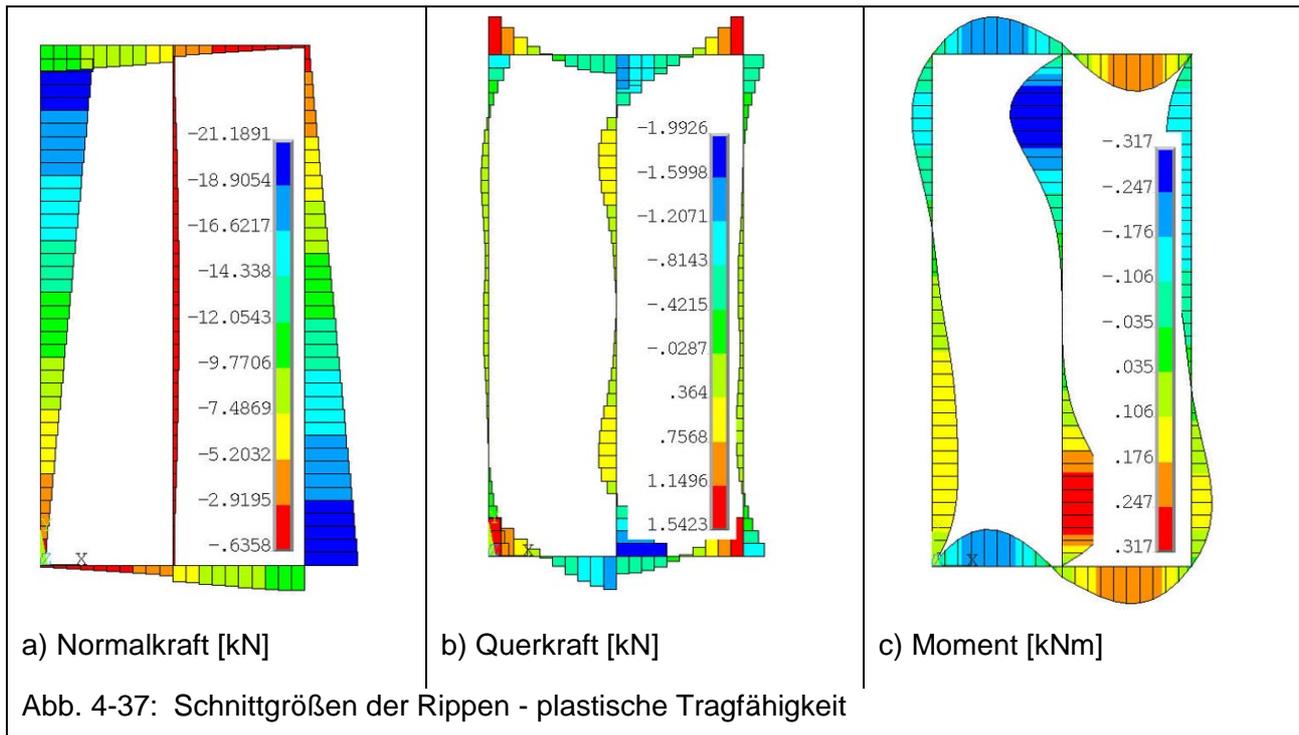
4.4.2 Mit Eckgelenken und mit Mittelrippe

Infolge der äußeren Kraft F_V ergibt sich bei dem hier betrachteten statischen Modell gemäß Abb. 4-35 die in Abb. 4-36 dargestellte Verformung der Beplankung. Durch die Generierung der Mittelrippe entstehen zwei Beulfelder mit einer zentralen, positiven Halbwellen sowie je eine negative Halbwellen an den horizontalen Rippen. Gegenüber Kapitel 4.4.2. ist die maximale Verschiebung w_{\max} der Beplankung in z-Richtung auf 39% im elastischen und 44% im plastischen Grenz Zustand reduziert.



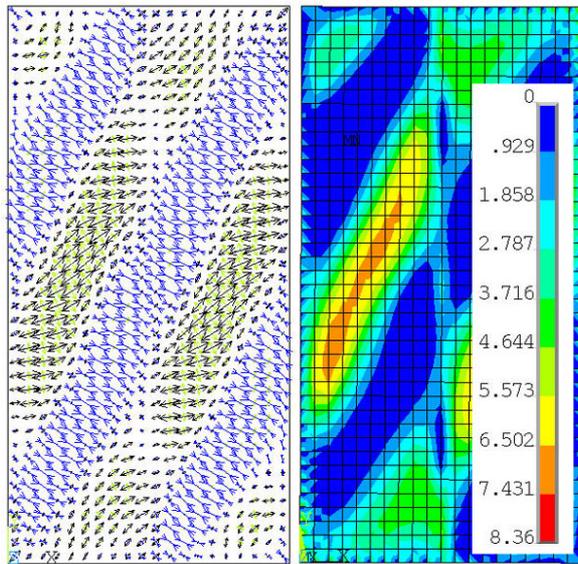
Der Verlauf der Schnittgrößen wird in diesem und den folgenden zwei Kapiteln nur im plastischen Grenz Zustand dargestellt, weil aus der Gegenüberstellung der beiden Grenz Zustände, verglichen mit Kapitel 4.4.1, keine neuen Erkenntnisse gewonnen werden können.

Die Randrippen werden gemäß Abb. 4-37a linear durch Normalkräfte beansprucht, während die Mittelrippe eine zu vernachlässigende Druckbeanspruchung erfährt. Die Querkräfte und die Momente sind von untergeordneter Bedeutung für die Tragfähigkeit der Rippen.

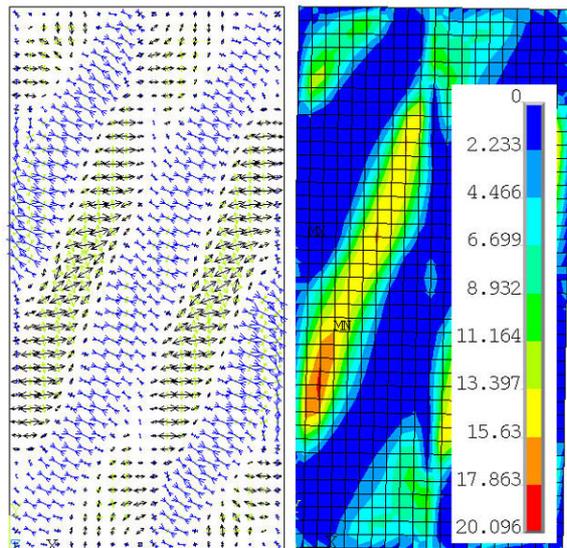


Der Vergleich von Abb. 4-38 mit Abb. 4-32 verdeutlicht den Einfluss der Mittelrippe auf die Spannungsverteilung in der Beplankung. Auf Grund der Halbierung der Feldbreite a_r sinken die maximalen Hauptspannungen im elastischen Grenzzustand um ca. 31% an der Oberfläche und um ca. 3,5% in der Mittelebene. Durch den Einbau der Mittelrippe ist die Verteilung der Hauptspannungen homogener. Im elastischen Grenzzustand entsteht die maximale Spannung an der Lasteinleitung in der Zugecke und nicht infolge der Krümmung der Beplankung im Beulfeld.

Im plastischen Grenzzustand wird die maximale Hauptspannung an der Oberfläche, verglichen mit Kapitel 4.4.1, um ca. 66% und in der Mittelebene um ca. 19% reduziert. Die maximale Beanspruchung an der Oberfläche beträgt 20,01 N/mm², vergl. Kapitel 5. Die vektorielle Darstellung der Hauptspannung in der Mittelebene in Abb. 4-39 zeigt analog zum vorherigen Kapitel einen Druckstreifen entlang des Beplankungsrandes, der nur im Bereich der Zugecken durch lokale Zugkräfte gestört wird.

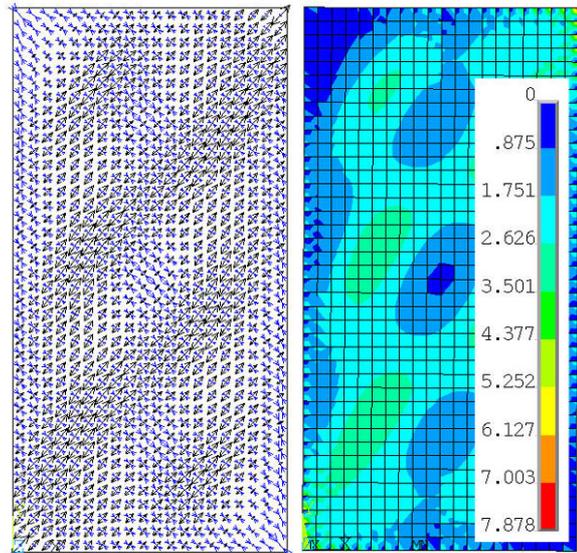


a) elastisch

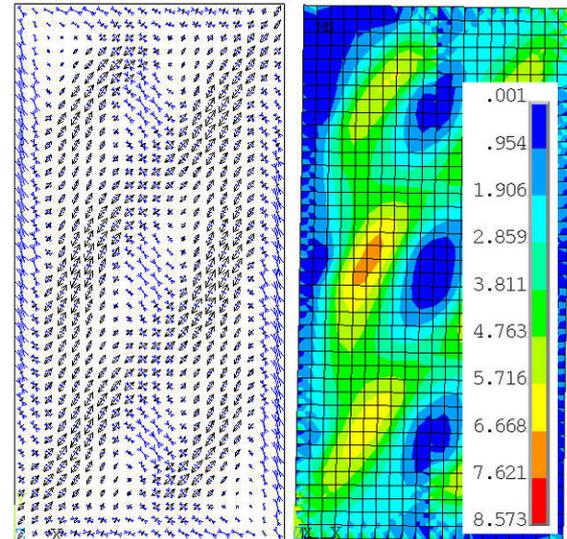


b) plastisch

Abb. 4-38: Hauptspannungen der Beplankung an der Oberfläche



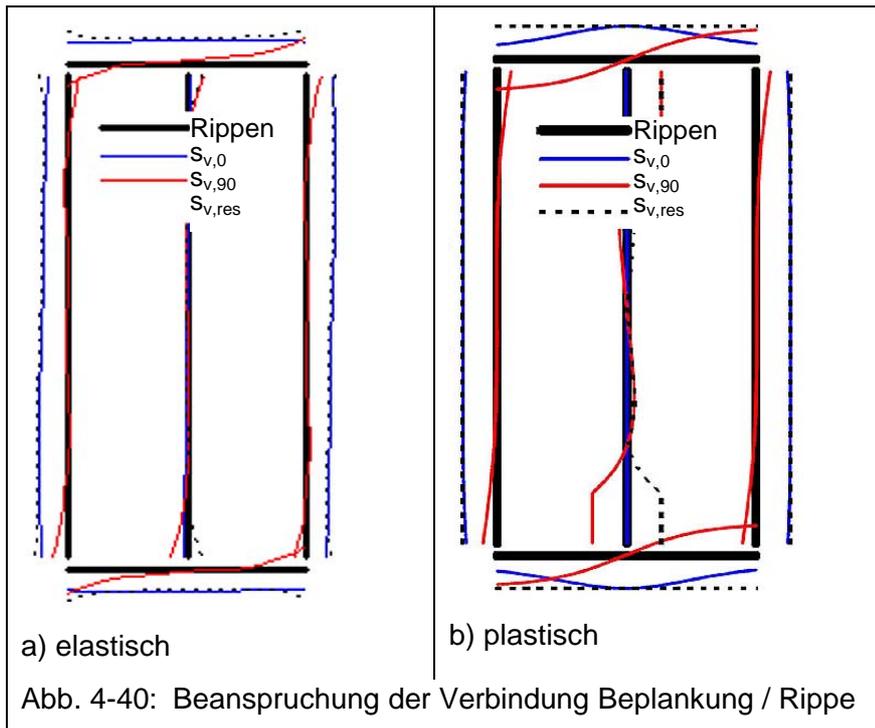
a) elastisch



b) plastisch

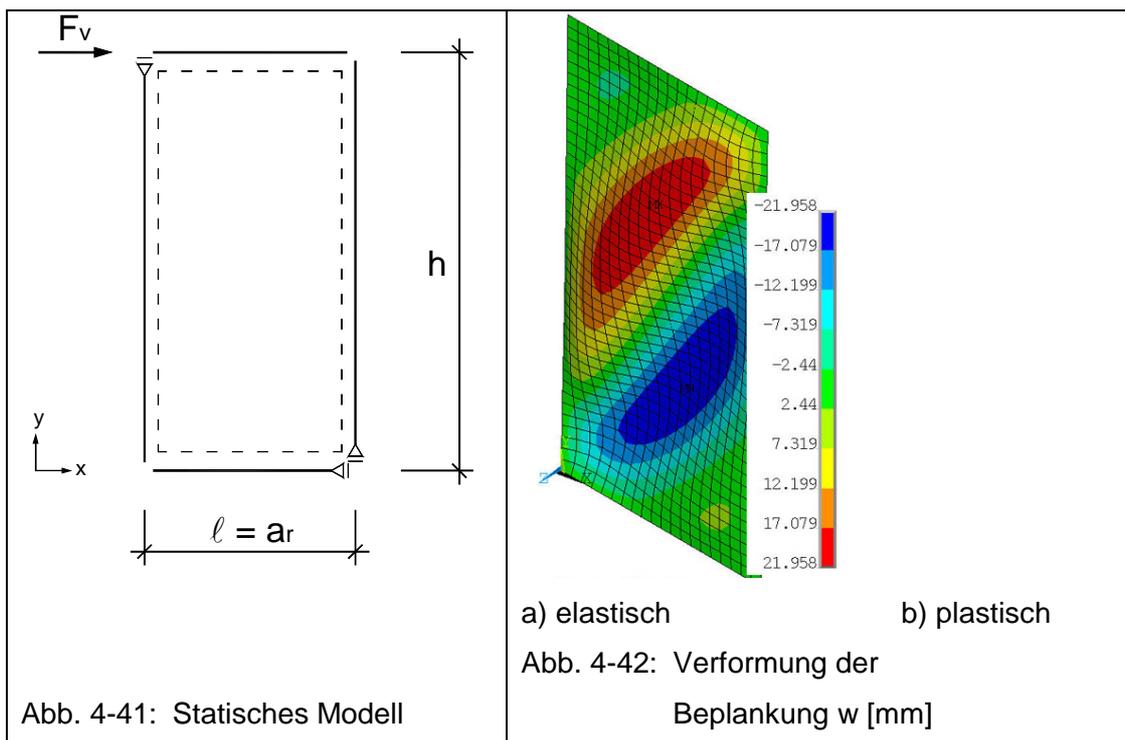
Abb. 4-39: Hauptspannungen der Beplankung in der Mittelebene

Abb. 4-40 zeigt, dass die Verbindungsmittel der vertikalen Randrippen konstant durch den parallelen Schubfluss $s_{v,0}$ beansprucht werden und nur an deren Enden senkrechte Kräfte $S_{V,90}$ entstehen. Im plastischen Grenzzustand sind die Verbindungsmittelbeanspruchungen identisch mit denen aus Kapitel 4.3.2. Das Beulen der Beplankung beeinflusst bei den gewählten Steifigkeitsverhältnissen der Verbundbauteile offensichtlich nicht die Richtung des Verbindungsmittelkraftvektors.



4.4.3 Ohne Eckgelenke und ohne Mittelrippe – ideales Schubfeld

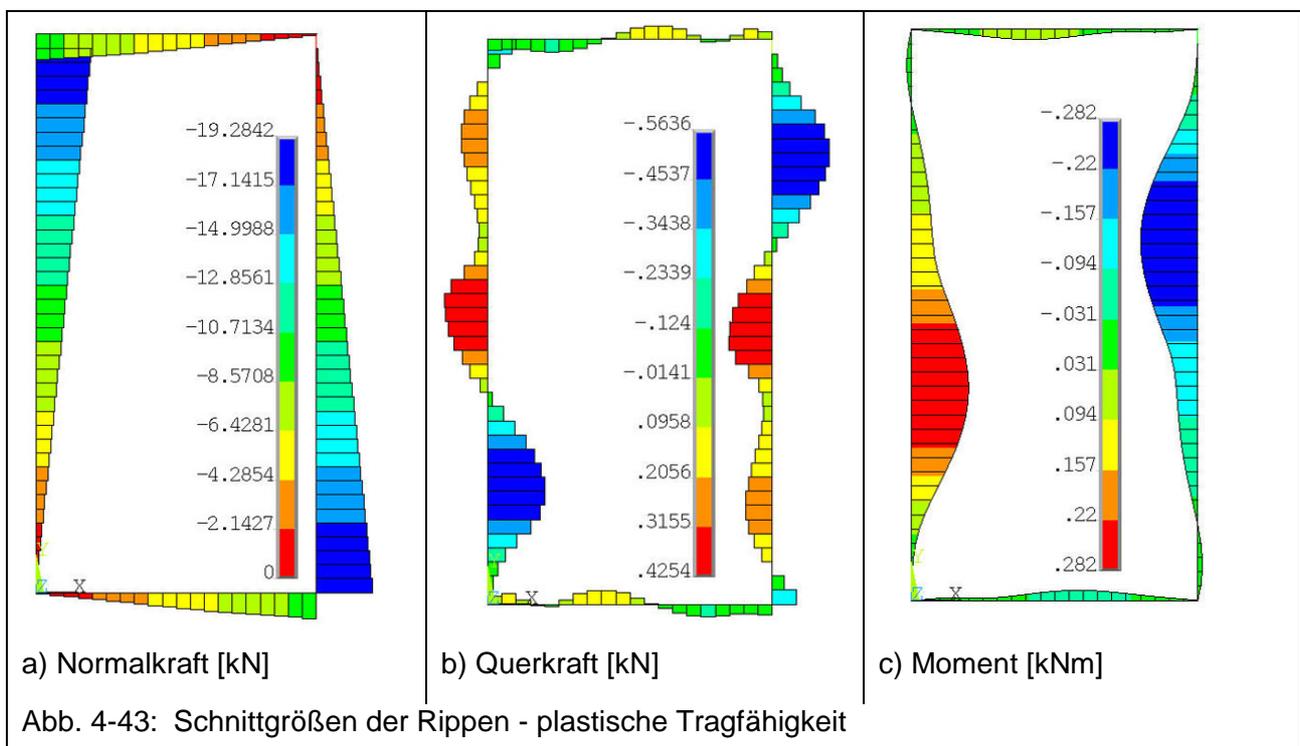
Grundsätzlich ist festzustellen, dass bei Tafeln mit den in Kapitel 3.1 definierten Randbedingungen, deren Beplankung unter der äußeren Kraft F_v beult, keine Verbindung der Rippen untereinander erforderlich ist, um einen statischen Gleichgewichtszustand in der Tafel zu erhalten.



Infolge der äußeren Kraft F_V ergeben sich bei dem hier betrachteten statischen Modell gemäß Abb. 4-41, wie in Abb. 4-42 dargestellt, eine negative Halbwellenform in der unteren Tafelhälfte sowie eine positive Halbwellenform in der oberen Tafelhälfte.

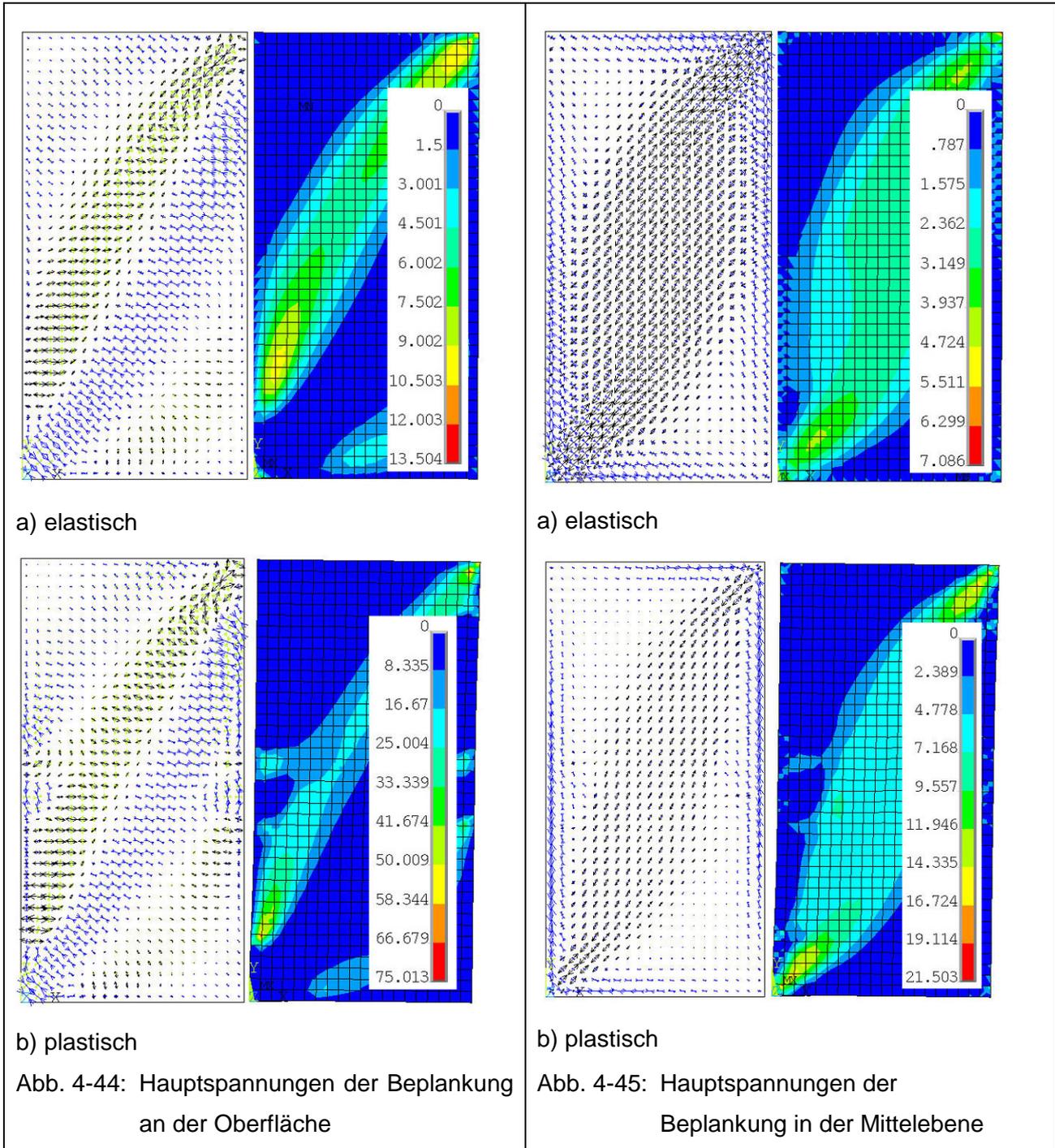
Die Verbindung der Rippen untereinander hat, wie der Vergleich mit Abb. 4-29 zeigt, einen Einfluss auf die erste Beuleigenform der Beplankung. Die maximalen Verschiebungen w_{\max} der Beplankung sind in beiden Grenzzuständen geringer als in Kapitel 4.4.1. Das hat zwei Ursachen. Zum einen ist hier die äußere Kraft F_V bei beiden Grenzzuständen geringer und zum anderen sind die Beulformen verschieden.

Der Vergleich der Schnittgrößen der Rippen aus Abb. 4-43 mit Abb. 4-19 zeigt einen identischen Verlauf der Normalkräfte im Zustand der plastischen Tragfähigkeit, aber einen qualitativ veränderten Verlauf der anderen beiden Schnittgrößen. Da diese aber auf Grund ihrer Dimension von untergeordneter Bedeutung sind, ist ein detaillierter Vergleich nicht erforderlich.



Im Grenzzustand der elastischen Tragfähigkeit beträgt die maximale Hauptspannung an der Beplankungsoberfläche gemäß Abb. 4-44 $\sigma_{\max,el} = 13,5 \text{ N/mm}^2$, so dass zu diesem Zeitpunkt nicht von einem Bruch der Beplankung auszugehen ist, vergl. Kapitel 5

„Experimentelle Untersuchungen“. Bei einer weiteren Steigerung von F_V wächst die Hauptspannung an der Beplankungsoberfläche bis auf ein Maximum $\sigma_{\max,pl} = 75,0 \text{ N/mm}^2$ an, einen Wert, der das 5%-Fraktile der experimentell ermittelten Biegebruchspannung um ein Vielfaches überschreitet. Der Bruch der Beplankung ist somit sehr wahrscheinlich.

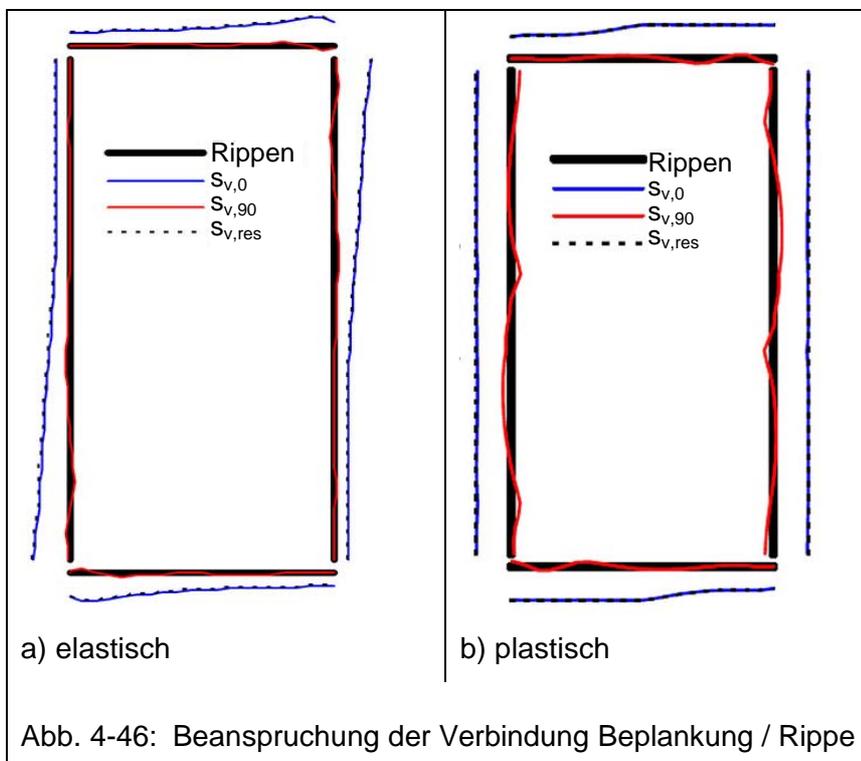


Die vektoriellen Darstellungen der Hauptspannungen in der Mittelebene der Beplankung in Abb. 4-45 verdeutlichen anschaulich das Tragverhalten der Beplankung. Infolge der

äußeren Beanspruchung F_V entsteht in der Beplankung ein Zugfeld, das sich nicht bis zu ihrem Rand ausprägt, sondern durch einen umlaufenden Druckstreifen am Beplankungsrand ins Gleichgewicht gesetzt wird. Die Verbindung der Rippen untereinander führt zu einer Einschnürung des Zugfeldes und damit zu Spannungskonzentrationen in der Zugecke im elastischen Grenzzustand, wie der Vergleich mit Abb. 4-33 zeigt.

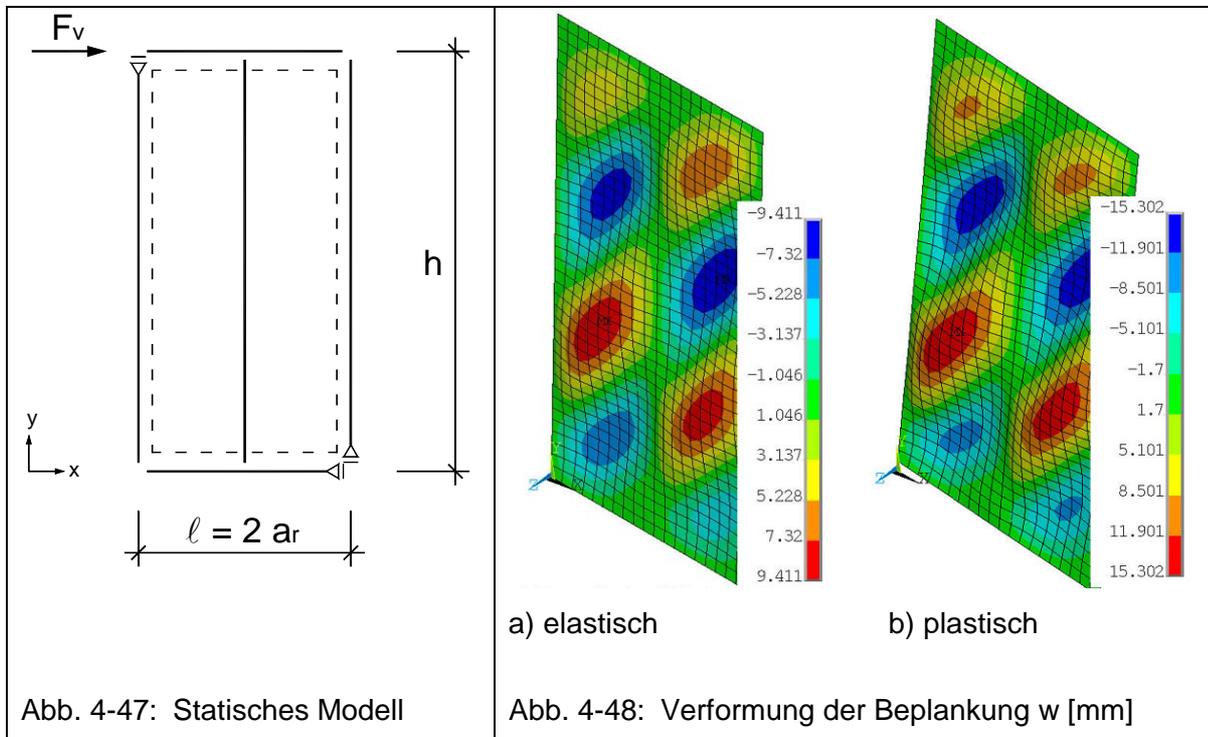
Die Verbindungsmittelbeanspruchung in Abb. 4-46 ist im elastischen und plastischen Grenzzustand in fast idealer Weise randparallel. Aus dem nichtlinearen Schubfluss $s_{v,0,el}$ im elastischen Grenzzustand wird infolge der Duktilität der Verbindungsmittel im plastischen Grenzzustand der konstante Schubfluss $s_{v,0}$.

Die Verbindung der Rippen untereinander und nicht das Beulen der Beplankung hat einen signifikanten Einfluss auf die Richtung der Verbindungsmittelkräfte $S_{V,res}$, wie der Vergleich der Ergebnisse aus den Kapiteln 4.3.1, 4.3.3 und 4.4.1 mit den hier dargestellten Beanspruchungen der Verbindung deutlich zeigt.



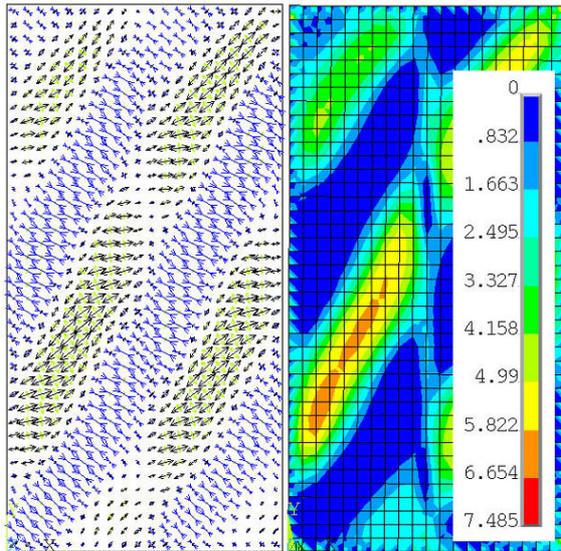
4.4.4 Ohne Eckgelenke und mit Mittelrippe

Durch die Mittelrippe verändert sich die Beulfigur, so dass sich in jedem Feld eine Vollwelle mit zwei flankierenden Halbwellen einstellt, siehe Abb. 4-47 und Abb. 4-48.

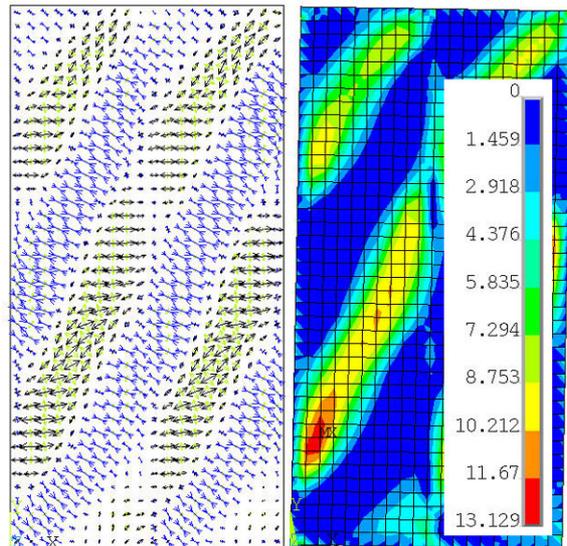


Auf die Darstellung der Schnittgrößen der Rippen wird hier verzichtet, weil diese indirekt aus der Verbindungsmittelbeanspruchung in Abb. 4-51 abgeleitet werden können und sich zudem nicht signifikant von der Darstellung in Kapitel 4.4.3 unterscheiden. Interessant ist hingegen der Einfluss der Mittelrippe auf die Hauptspannungsverteilung und deren Maxima an der Oberfläche sowie in der Mittelebene der Beplankung.

Grundsätzlich werden die Hauptspannungen in der Beplankung durch den Einbau der Mittelrippe nachhaltig reduziert, vergl. Kapitel 4.4.3, so dass sich im Grenzzustand der elastischen Tragfähigkeit die maximale Hauptspannung um ca. 7% in deren Mittelebene und um ca. 45% an deren Oberfläche verringert. Die maximale Hauptspannung im plastischen Grenzzustand beträgt $\sigma_{\max,pl} = 13,1 \text{ N/mm}^2$ an der Oberfläche und somit nur noch ca. 17% verglichen mit der Berechnung ohne Mittelrippe. Zudem wird die maximale Hauptspannung in der Mittelebene auf ca. 39% verringert.

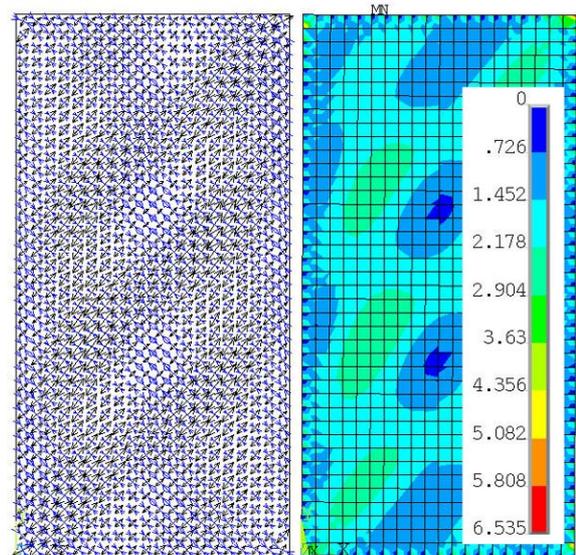


a) elastisch

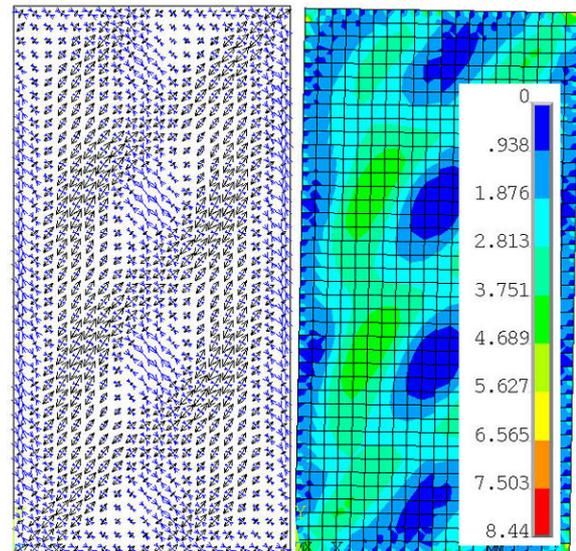


b) plastisch

Abb. 4-49: Hauptspannungen der Beplankung an der Oberfläche



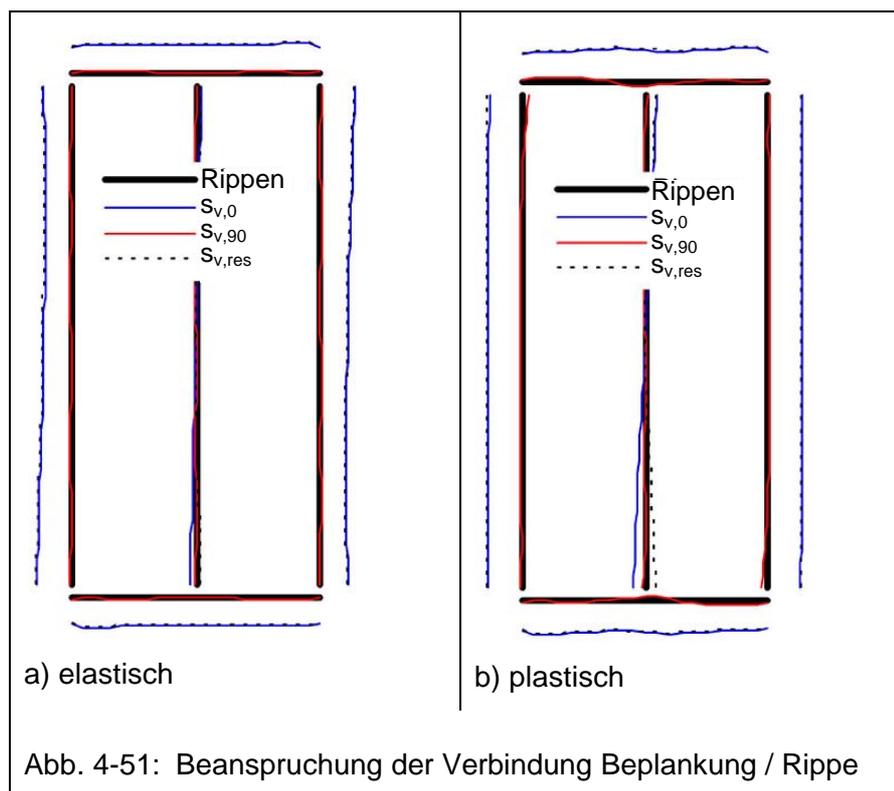
a) elastisch



b) plastisch

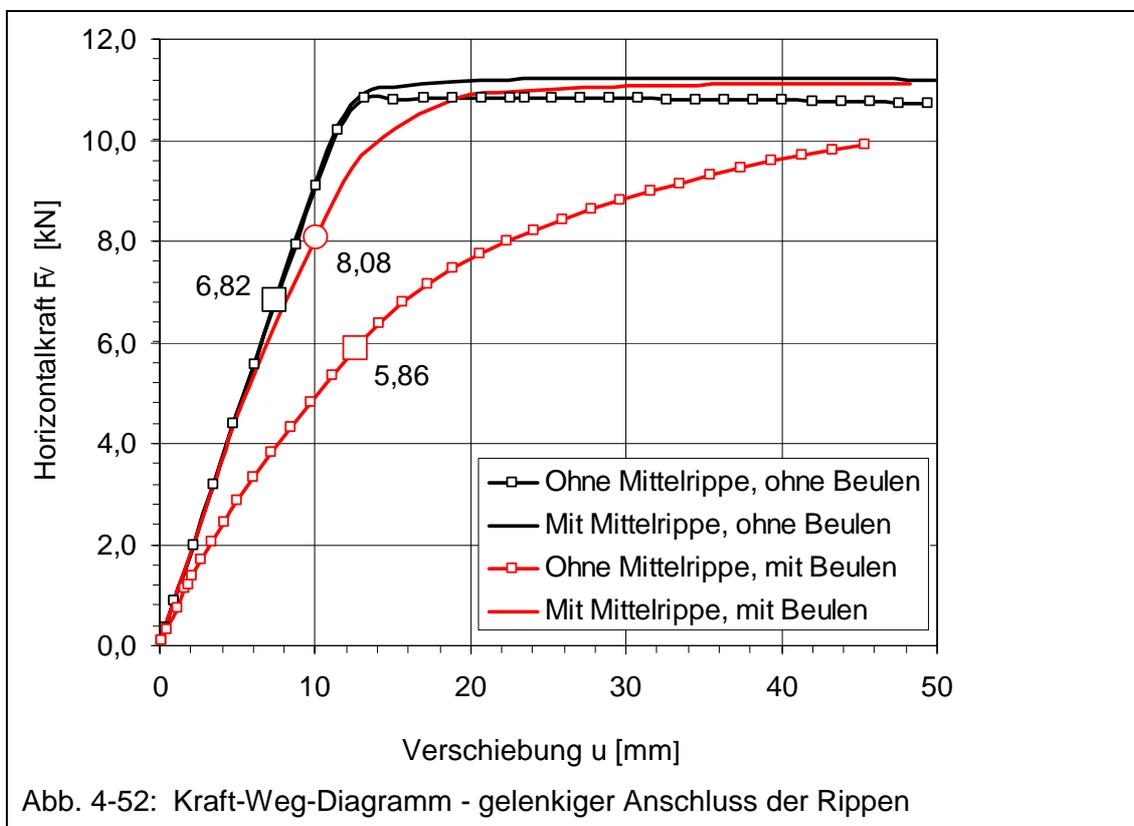
Abb. 4-50: Hauptspannungen der Beplankung in der Mittelebene

Die Verbindungsmittel werden in beiden Grenzzuständen in idealer Weise randparallel mit $s_{v,0}$ beansprucht, wie Abb. 4-51 verdeutlicht. Die Nichtlinearität im elastischen Grenzzustand ist nicht so stark ausgeprägt wie in Kapitel 4.4.3.



4.5 Vergleich der Tragfähigkeiten und Steifigkeiten

Die Ergebnisse aus den Kapiteln 4.3 und 4.4 werden im Folgenden hinsichtlich der Tragfähigkeit und Steifigkeit anhand von drei Kraft-Weg-Diagrammen verglichen. Der elastische Grenzzustand ist jeweils durch vergrößerte Symbole mit der zugehörigen äußeren Kraft F_V gekennzeichnet. Da die Tafeltragfähigkeit durch das elastisch-plastische Tragverhalten der Verbindungsmittel begrenzt wird, ergibt sich unter Beachtung der Tafelgeometrie eine überschlägige Tafeltragfähigkeit nach der Schubfeldtheorie von $X = (\ell / a_v) R = (1250 / 62,5) \times 500 = 10.000 \text{ N}$.



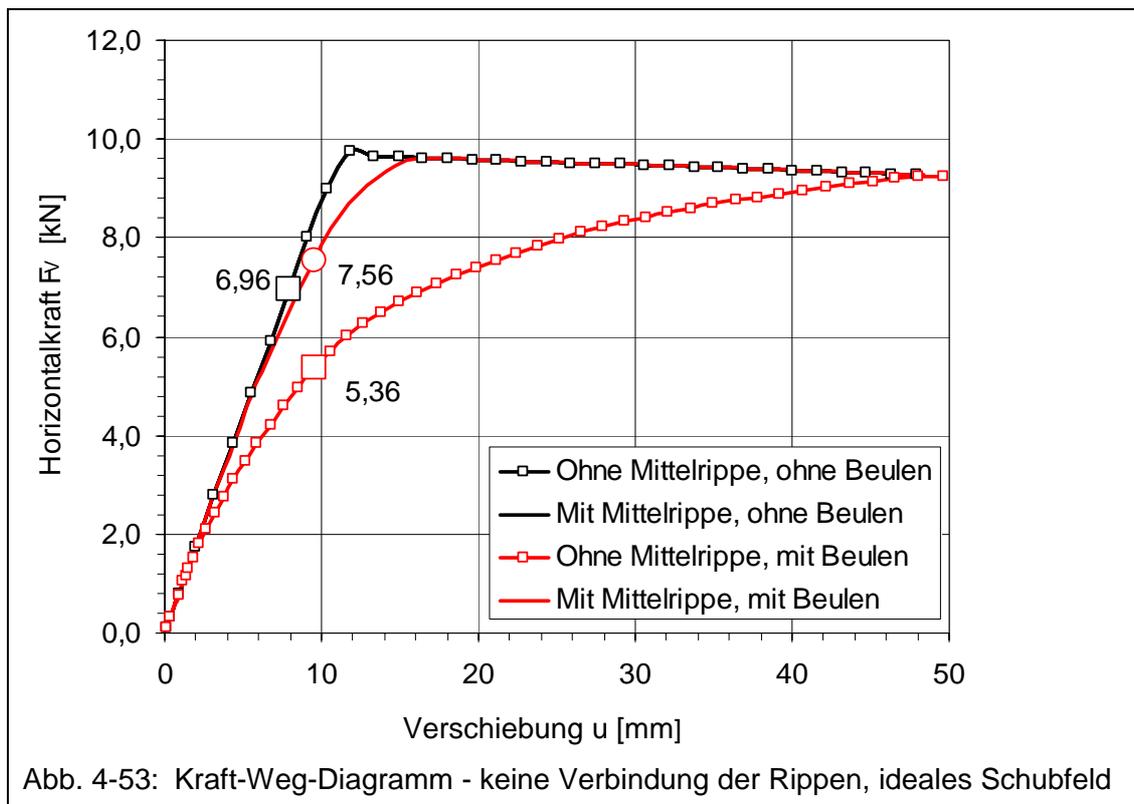
Wie Abb. 4-52 zeigt, wird diese Tragfähigkeitsgrenze bei den vier Modellen mit gelenkiger Verbindung der Rippen überschritten. Dieser Zusammenhang ist durch zwei voneinander unabhängige Tragmechanismen erklärbar:

- Durch die in Kapitel 4.3.1 beschriebene Lasteinleitung in die Beplankung werden die ecknahen Verbindungsmittel unter 45° zum Beplankungsrand beansprucht. Da die Tragfähigkeit der Verbindungsmittel R bei ausreichendem Randabstand und isotropem Material unabhängig von der Krafrichtung ist, kann die Tragfähigkeit der

Tafel auf $X_{\max,1} = \sqrt{2} \cdot n \cdot R$ anwachsen.

- Über die ersten und letzten Verbindungsmittel der Mittelrippe werden Querkräfte in die Beplankung eingeleitet.

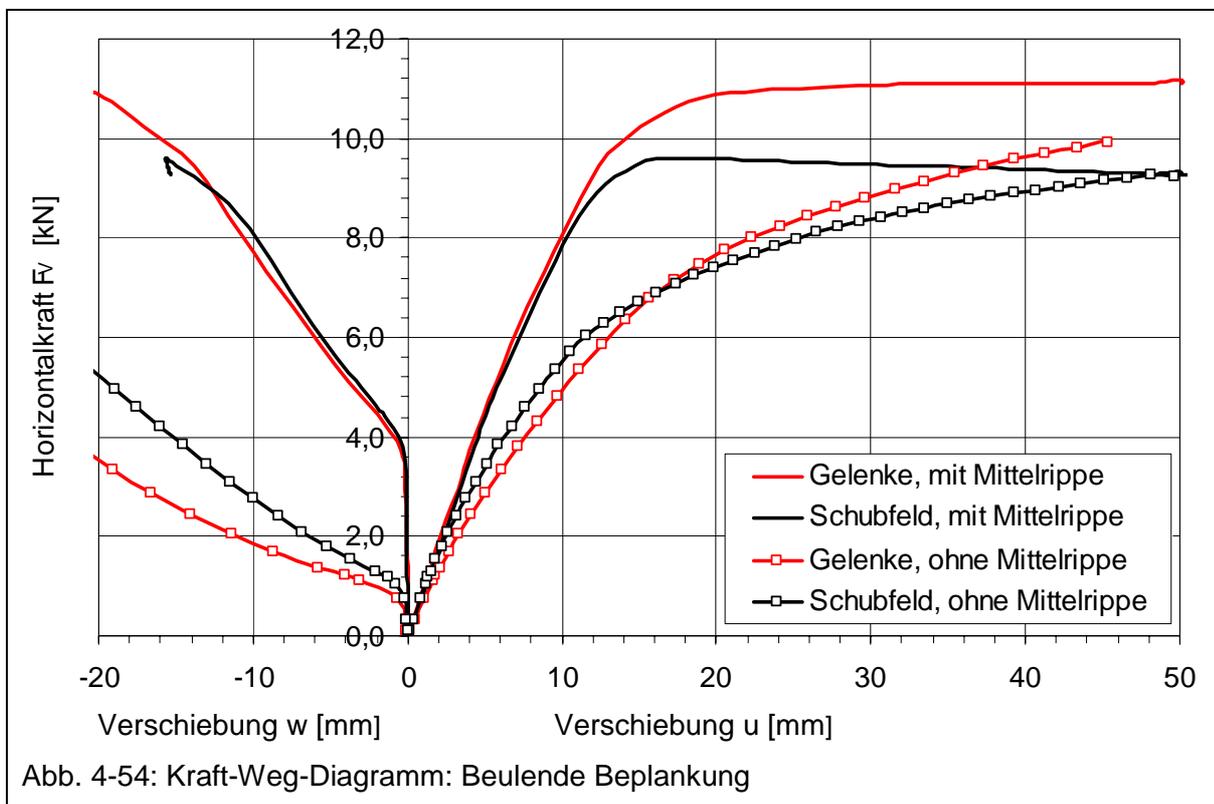
Der Graph ohne Beulen und ohne Mittelrippe verdeutlicht den Einfluss der nicht ausschließlich randparallelen Beanspruchung der Verbindungsmittel auf die Tragfähigkeit der Tafel. Aus der Differenz zur Berechnung ohne Beulen aber mit Mittelrippe lässt sich deren Einfluss ablesen. Diese beiden Tragfähigkeiten stellen jeweils obere Schranken für die zugehörigen Tafeln mit beulender Beplankung dar. Das Beulen der Beplankung führt nicht zu einem Tragfähigkeitsabfall der Tafel, wenn ein Bruch der Beplankung ausgeschlossen werden kann. Wegen des Beulens der Beplankung sinkt die Steifigkeit der Tafel in x-Richtung signifikant, insbesondere wenn keine Mittelrippe vorhanden ist. Bei Tafeln mit Mittelrippe unterscheiden sich diese Steifigkeiten bis zur elastischen Tragfähigkeitsgrenze lediglich um 15%.



Sind die Rippen nicht miteinander verbunden, siehe Abb. 4-53, so kann die theoretische Tragfähigkeitsgrenze X nicht erreicht werden, weil aus baupraktischen Gründen der Ecknagel immer der horizontalen Rippe zugewiesen ist. Damit ist immer auf dieser Rippe

ein Nagel zu viel und auf der vertikalen Rippe ein Nagel zu wenig vorhanden, so dass letztere die plastische Grenztragfähigkeit bestimmt. Im vorliegenden Fall ist $X_{\max,2} = 39 / 40 \times 10.000 = 9.750 \text{ N}$. Weil die Mittelrippe die Tragfähigkeit $X_{\max,2}$ der Tafel nicht beeinflusst, sind die beiden Graphen mit quasi - ebener Beplankung deckungsgleich. Wegen des Beulens wird die Tafel analog zu Abb. 4-52 in x-Richtung weicher.

Der Einfluss des statischen Modells auf die Tragfähigkeit und Steifigkeit der Tafel ist in Abb. 4-54 aufgezeigt, indem für die vier Berechnungen mit beulender Beplankung die Verschiebungen in x- und in z-Richtung dargestellt sind. Das Beulen der Beplankung ist im Wesentlichen von der Größe des einzelnen Beulfeldes und nicht von der Verbindung der Rippen abhängig. Die Steifigkeit der Tafel in x-Richtung wird durch das statische Modell nicht signifikant beeinflusst. Lediglich deren Tragfähigkeit unterscheidet sich, wie zuvor erläutert. Durch die gelenkige Verbindung der Rippen kann die Tragfähigkeit der Tafel um ca. 15% gesteigert werden. Zu beachten ist, dass dann die Gelenke entsprechend zu konstruieren und zu bemessen sind, wobei die Verbindungsmittel planmäßig senkrecht zum Beplankungsrand beansprucht werden, so dass vergrößerte Randabstände gefordert werden müssen.



Kapitel 5: Experimentelle Untersuchungen

Die numerischen Ergebnisse aus Kapitel 4 werden durch experimentelle Untersuchungen verifiziert. Diese Untersuchungen sind am Labor für Holztechnik (LHT) in Hildesheim durchgeführt und detailliert bei Kessel / Sandau-Wietfeldt (2003) veröffentlicht.

5.1 Beplankungswerkstoff - Materialversuche

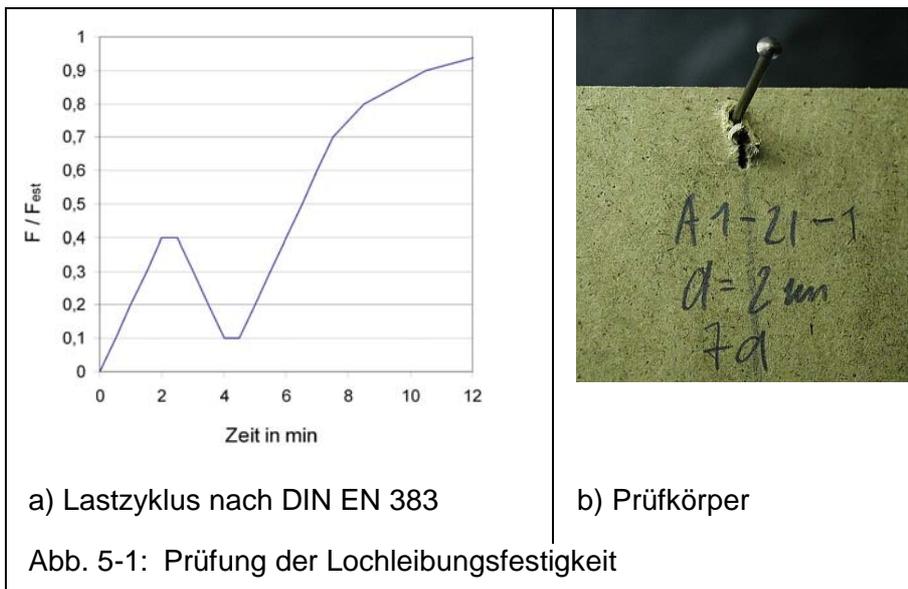
Wie die numerischen Voruntersuchungen aus Kapitel 4.2 gezeigt haben, wird die 4,0 mm dicke Beplankung infolge der äußeren Kraft F_V im gebeulten Zustand in einem erheblichen Maß durch Biege- und Normalspannungen beansprucht. Von allen Holzwerkstoffplatten, die derzeit aus industrieller Produktion auf dem Markt verfügbar sind, besitzt die Hartfaserplatte HFH die homogenste Werkstoffstruktur und auf Grund ihrer Dichte von 900 bis 1050 kg/m³ eine große Steifigkeit und Festigkeit, so dass sie als der ideale Holzwerkstoff für die zuvor beschriebene Anwendung erscheint. Da dieser Werkstoff derzeit vornehmlich in der Möbelindustrie eingesetzt wird, sind aus der einschlägigen Literatur wenig gesicherte, mechanische Materialeigenschaften bekannt oder nicht veröffentlicht, z.B. FMPA (1999). Um für die numerischen Berechnungen in Kapitel 4.3ff. zutreffende Materialparameter zu erhalten, wurden Zug-, Biege-, Lochleibungs- und Verbindungsprüfungen in Anlehnung an die jeweilige DIN EN durchgeführt. Durch Materialversuche senkrecht und quer zur Produktionsrichtung der Platte wurde zudem überprüft, ob dieser Werkstoff in den numerischen Untersuchungen mit hinreichend genauer Näherung als isotroper Werkstoff abgebildet werden kann. Die durchgeführten Untersuchungen haben orientierenden Charakter und sind nicht als Werkstoffprüfungen im Sinne von Zulassungen zu verstehen.

5.1.1 Lochleibungsprüfungen

Die Lochleibungsprüfungen wurden gemäß DIN EN 383 durchgeführt. In Abb. 5-1a ist der verwendete Lastzyklus mit einem definierten Vorlastzyklus bis auf 40% der geschätzten Bruchkraft F_{est} dargestellt, um die Einflüsse des versuchsbedingten Schlupfes zu minimieren. Abb. 5-1b zeigt exemplarisch den Versuchskörper einer Lochleibungsprüfung, bei dem ein Stahlstift mit der Dicke $d_1 = 2,0$ mm senkrecht zum Beplankungsrand gezogen wird.

Bei den Untersuchungen wurden folgende Parameter variiert:

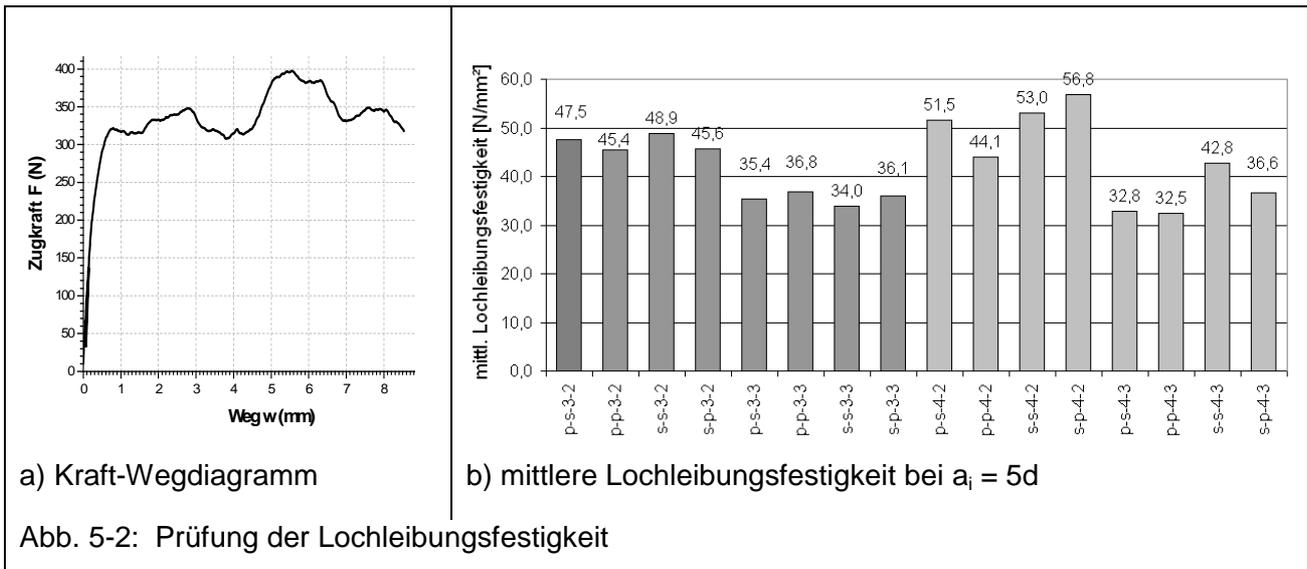
- Prüfrichtung parallel (p) und senkrecht (s) zum Werkstoffrand
- Prüfrichtung parallel (p) und senkrecht (s) zur Herstellungsrichtung
- Werkstoffdicke $t_1 = 3,0$ mm und $t_2 = 4,0$ mm
- Verbindungsmitteldicke $d_1 = 2,0$ mm und $d_2 = 3,0$ mm
- Randabstand $a_i = 2d$; $5d$; $7d$ und $20d$



In Abb. 5-2a ist das zugehörige Kraft-Wegdiagramm mit dem duktilen Lochleibungsversagen der HFH-Platte bei der Beanspruchung senkrecht zum Werkstoffrand gezeigt. Zunächst ist ein linearer Kraft-Wegverlauf bis ca. 300 N zu erkennen, dem ein ausgeprägtes Fließplateau mit 8,0 mm Bruchweg folgt. Dieses Werkstoffverhalten ist signifikant bei allen durchgeführten Prüfparameterkombinationen. Lediglich bei den Versuchen senkrecht zum Werkstoffrand mit einem Randabstand $a_{2,t} = 2d$ ist das Versagen der Probe spröde.

Die Mittelwerte aller untersuchten Prüfserien mit einem Randabstand $a_i = 5d$ sind in Abb. 5-2b zusammengestellt. Die Prüfserienkürzel beschreiben in aufsteigender Abfolge die Orientierung zum Werkstoffrand, die Orientierung zur Produktionsrichtung, die Werkstoffdicke t_i und die Verbindungsmitteldicke d_i . Die größte Lochleibungsfestigkeit $f_{h,max} = 56,8$ N/mm² wird bei der Kombination senkrecht zum Plattenrand und parallel zur Produktionsrichtung bei der Werkstoffdicke $t_2 = 4,0$ mm und einem

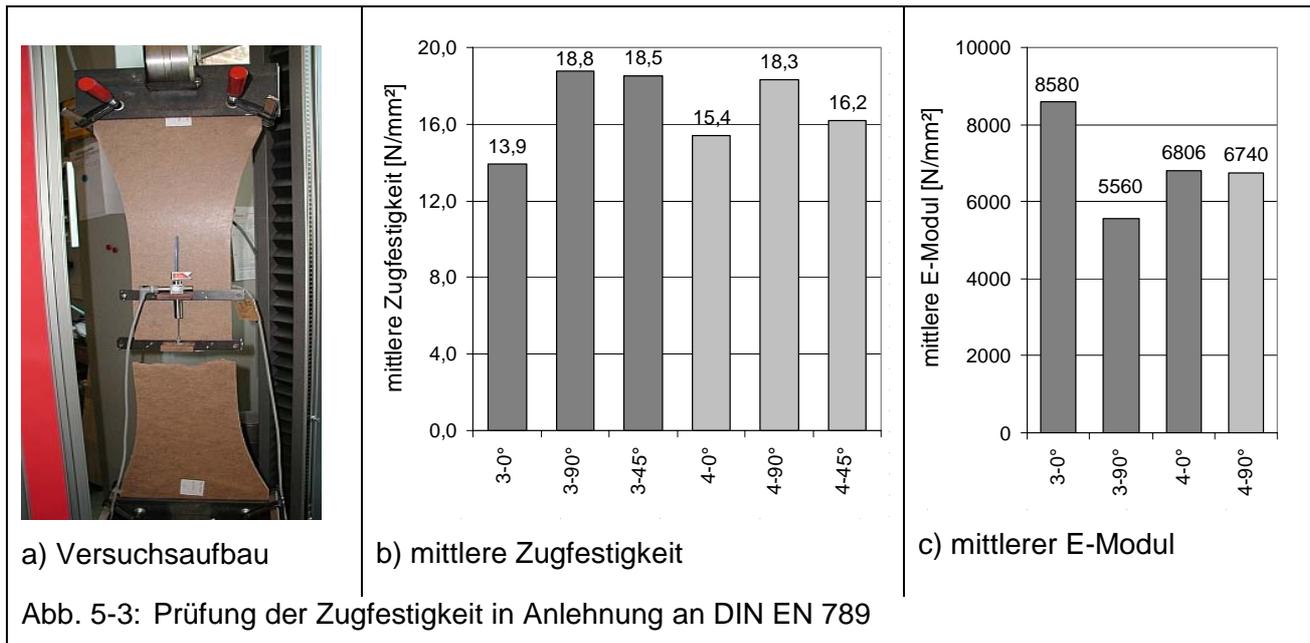
Verbindungsmitteldurchmesser $d_1 = 2$ mm gemessen. Ein signifikanter Einfluss der Fertigungsrichtung und der Orientierung zum Werkstoffrand auf die Lochleibungstragfähigkeit ist für $a_i = 5d$ nicht erkennbar, so dass die Isotropievermutung bestärkt wird. Den größten Einfluss auf die Lochleibungsfestigkeit hat die Dicke des Verbindungsmittels; je dünner das Verbindungsmittel, desto höher die Lochleibungsfestigkeit.



5.1.2 Zugprüfungen

Die Zugprüfungen wurden abweichend von DIN EN 789 mit dem Lastzyklus gemäß Abb. 5-1a durchgeführt, um damit durch die Vorbelastung auf 40% der geschätzten Bruchkraft F_{est} die Einflüsse des Schlupfes ausschließen zu können. Der Versuchsaufbau ist in Abb. 5-3a dargestellt. Der in DIN EN 789 definierte Zugknochen ist über Bolzenverbindungen steif in die Prüfmaschine eingespannt.

Der Werkstoff wurde parallel (0°), senkrecht (90°) und unter einem Winkel von 45° zur Produktionsrichtung geprüft, um deren Einfluss auf die Zugfestigkeit zu ermitteln. Eine Prüferie umfasste fünf Prüfkörper, deren Mittelwerte der Zugfestigkeit in Abb. 5-3b sowie des E-Moduls in Abb. 5-3c dargestellt sind.

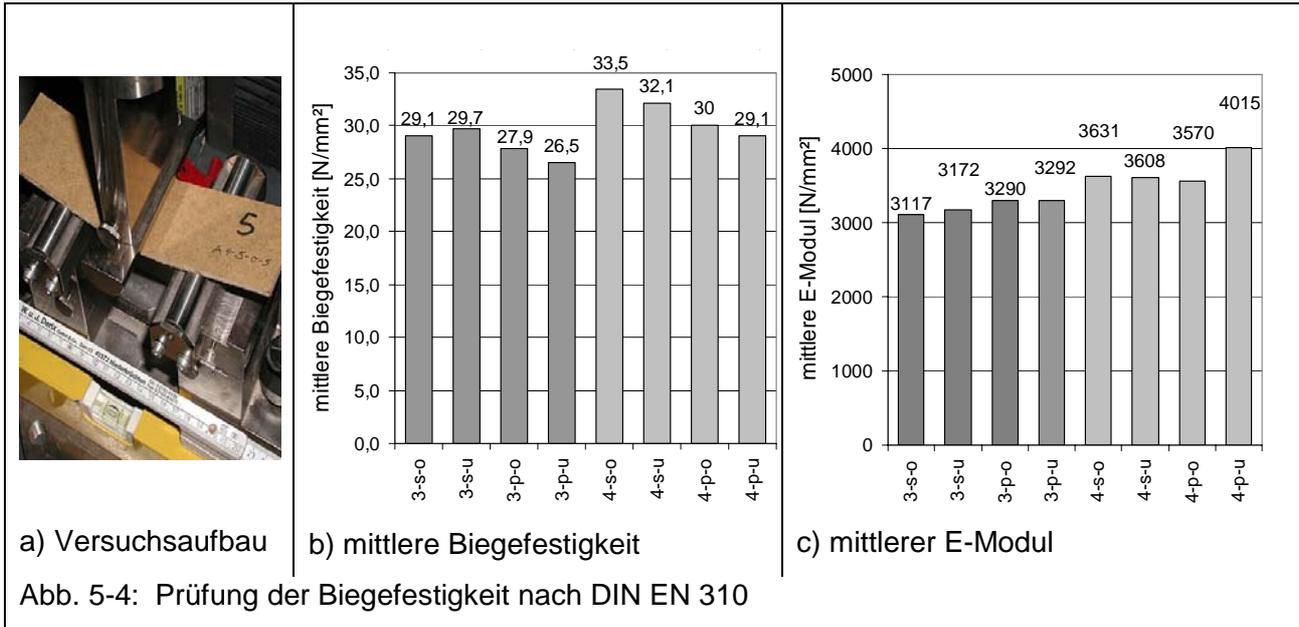


Bei den Prüfungen senkrecht zur Produktionsrichtung werden mittlere Zugspannungen von 18,3 N/mm² bei den 3,0 mm und 18,8 N/mm² bei den 4,0 mm dicken Platten im Bruchzustand gemessen. Werden die Prüfkörper parallel zur Produktionsrichtung aus der Platte geschnitten, so beträgt die mittlere Zugspannung im Bruchzustand 13,9 bzw. 15,4 N/mm². Die Produktionsrichtung beeinflusst somit die Zugfestigkeit der HFH-Platte bis zu ca. 25%. Bei allen durchgeführten Prüfungen wird ein sprödes Zugversagen der Prüfkörper bei einer maximalen Verformung von 1,0 mm beobachtet.

5.1.3 Biegeprüfungen

Die Biegeprüfungen wurden gemäß DIN EN 310 durchgeführt. Der Versuchsaufbau des Drei-Punkt-Biegeversuches ist in Abb. 5-4a dargestellt. Da die HFH-Platten auf Grund des Fertigungsprozesses eine glatt gewalzte Oberseite und eine infolge des Siebabdrucks strukturierte Unterseite haben, wurde bei den Biegeprüfungen zusätzlich die Orientierung des Versuchskörpers in der Prüfmaschine untersucht. Bei der Prüfung wurden folgende Parameter variiert:

- Werkstoffdicke $t_1 = 3,0$ mm und $t_2 = 4,0$ mm
- Prüfrichtung parallel (p) und senkrecht (s) zur Produktionsrichtung
- Lage der glatten Seite in der Zugzone (u) oder der Druckzone (o)



Die mittleren Biegebruchspannungen variieren, wie Abb. 5-4b zeigt, von 26,5 N/mm² bis 29,7 N/mm² bei den 3,0 mm dicken Platten, wobei die Biegefestigkeit senkrecht zur Produktionsrichtung bis zu 10% größer ist als parallel zu dieser. Bei den Prüfungen mit der 4,0 mm dicken Platte werden mittlere Biegebruchspannungen zwischen 29,1 N/mm² und 33,5 N/mm² gemessen. Auch hier sind die Biegefestigkeiten senkrecht zur Produktionsrichtung bis zu 10% größer als parallel zu dieser. Zudem werden ca. 5% größere Biegefestigkeiten gemessen, wenn die profilierte Seite der Platte in der Biegezugzone liegt.

Der mittlere E-Modul der Platten mit $t_1 = 3,0$ mm ist immer kleiner als der zugehörige Wert der dickeren Platten, von 3117 N/mm² bis 3292 N/mm² bei $t_1 = 3,0$ mm und 3608 N/mm² bis 4015 N/mm² bei $t_2 = 4,0$ mm.

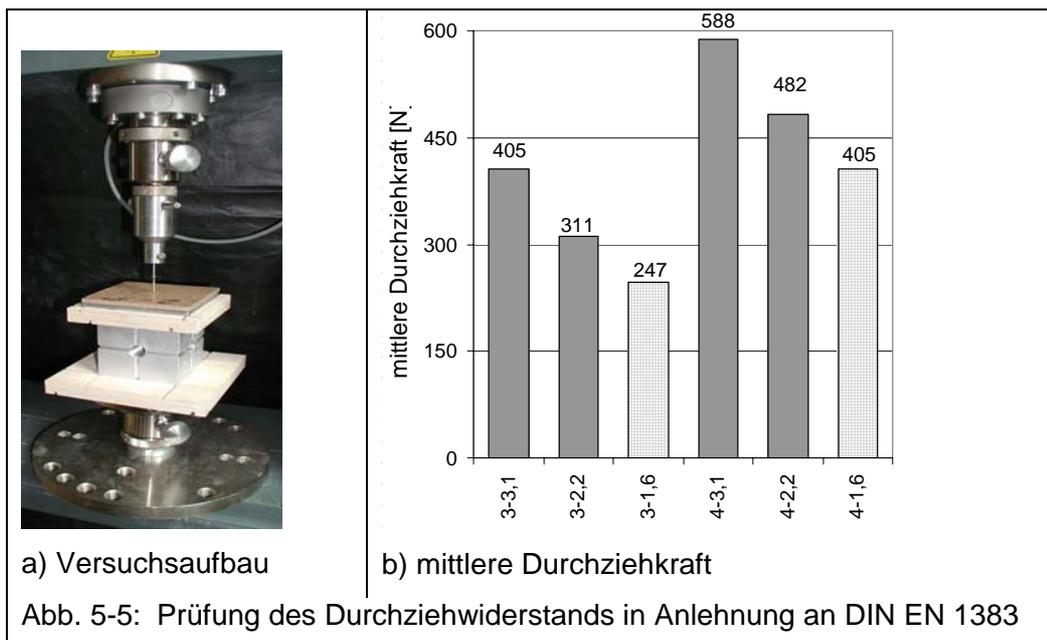
5.1.4 Prüfung des Durchziehwidestands

Zusätzlich zu den Lochleibungsprüfungen wurde der Durchziehwidestand der Verbindungsmittel durch den Holzwerkstoff untersucht, weil Vorversuche gezeigt haben, dass insbesondere die Klammern bei den Tafelschubversuchen durch die HFH-Platte gezogen werden, vergl. Abb. 5-17b. Diese Prüfungen wurden in Anlehnung an die DIN EN 1383 durchgeführt. Abb. 5-5a zeigt die Prüfaufbauten mit eingebautem Prüfkörper. Zur Ermittlung des Kopfdurchziehwidestandes wurden die Nagelköpfe durch die Hartfaserplatte gedrückt und die Klammerrücken durch die Hartfaserplatte gezogen. Eine

Prüfserie umfasst fünf einzelne Prüfungen, wobei die folgenden Prüfparameter variiert wurden:

- Werkstoffdicke $t_1 = 3,0$ mm und $t_2 = 4,0$ mm
- Nageldurchmesser $d_1 = 3,1$ mm und $d_2 = 2,2$ mm;
Klammerdurchmesser je Schaft $d_3 = 1,6$ mm

Die quadratischen Prüfkörper hatten eine Kantenlänge von $a = 100$ mm bei den Versuchen mit Nägeln und von $a = 80$ mm bei den Versuchen mit Klammern. Alle Verbindungsmittel wurden von der glatten Seite der Holzwerkstoffplatte eingetrieben. Die Klammerunterseite lag auf der Hartfaserplatte auf und war nicht, wie in DIN 1052 gefordert, bündig im Holzwerkstoff versenkt.



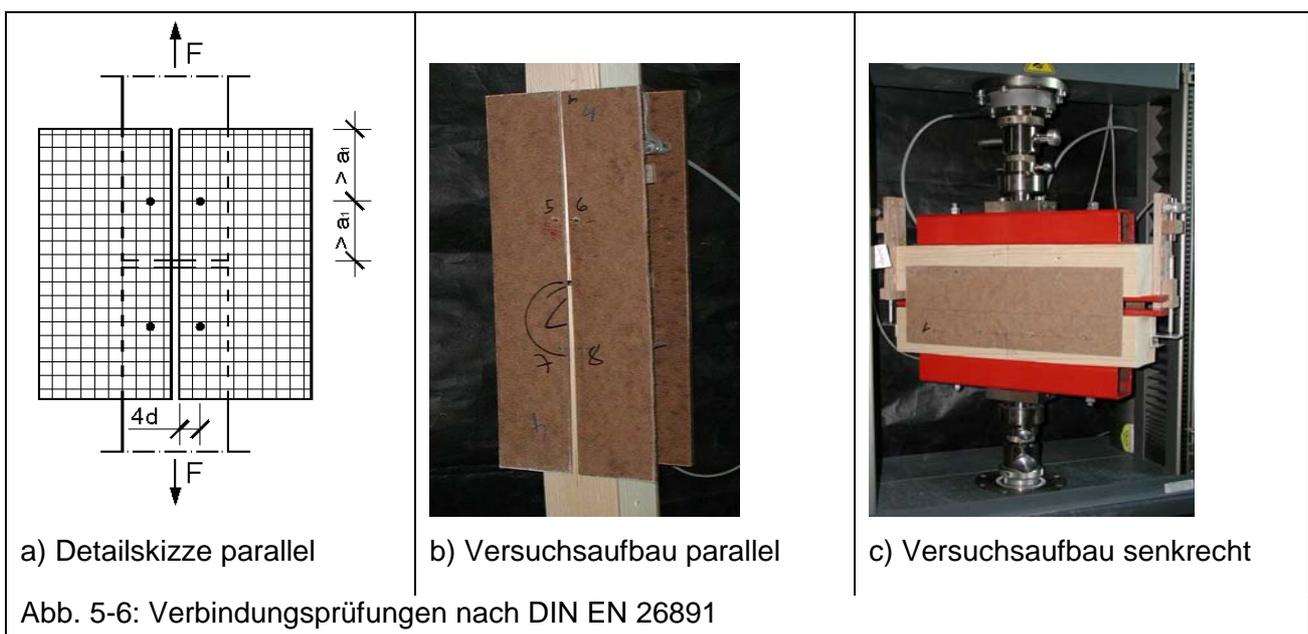
Die Auswertung der Prüfergebnisse ist in Abb. 5-5b dargestellt. Die drei linken Balken zeigen die mittlere Durchziehkraft durch die Platten der Dicke $t_1 = 3,0$ mm. Es ist offensichtlich, dass dem schlanken Klammerrücken der geringste Durchzieh Widerstand R_{ax} entgegengestellt wird. Da mit dem Verbindungsmitteldurchmesser auch der Kopfdurchmesser wächst, leistet die HFH-Platte beim Durchdrücken des 3,1 mm starken Nagels den größten Widerstand. Analoges ist bei der HFH-Platte mit $t_2 = 4,0$ mm zu beobachten. Der Durchzieh Widerstand R_{ax} der Verbindungsmittel wächst überproportional zur Dicke der HFH-Platte, beim Nagel mit $d_1 = 3,1$ mm um 45%, beim Nagel mit

$d_2 = 2,2 \text{ mm}$ um 55% und bei den Klammern mit $d_3 = 1,6 \text{ mm}$ um 63%.

5.2 Verbindungsprüfungen

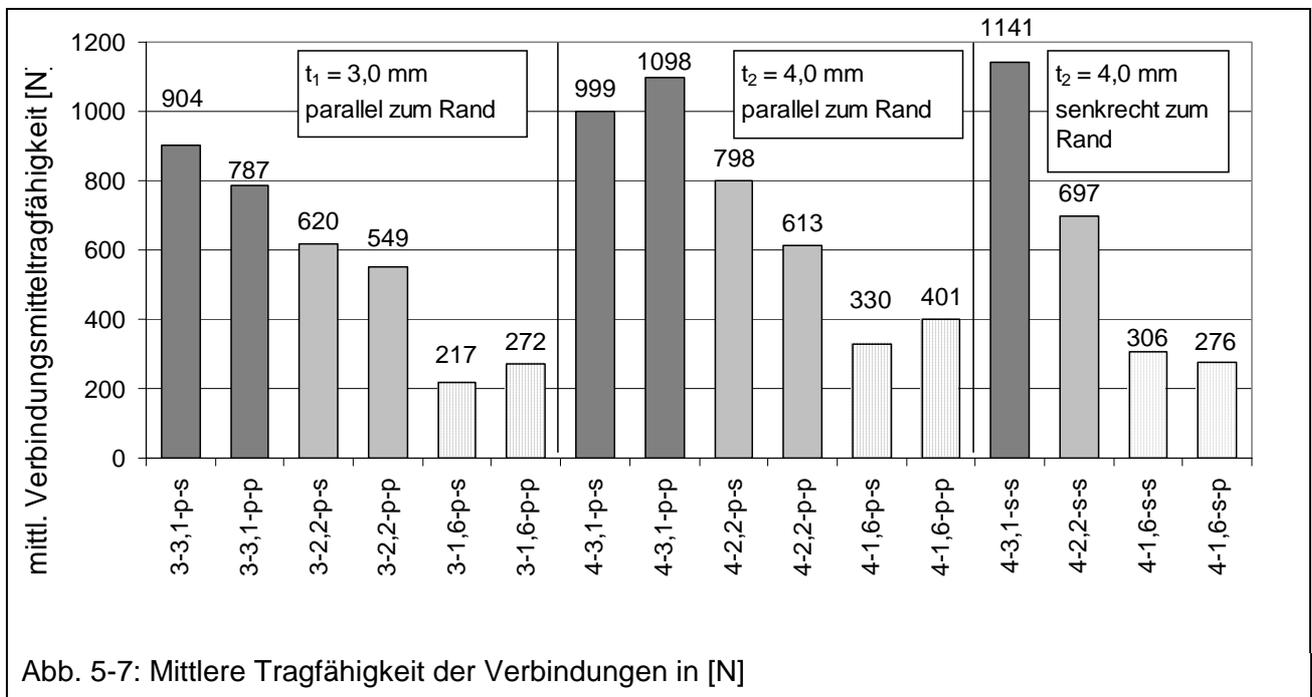
Um die zutreffenden Tragfähigkeiten und Steifigkeiten der HFH-Holz-Verbindung für die numerischen Untersuchungen zu erhalten, wurden Verbindungsprüfungen nach DIN EN 26891 durchgeführt. Dazu wurden die organischen Bauteile der Prüfkörper in der Klimakammer bei 20°C und 65% relativer Luftfeuchte über einen Zeitraum von mindestens vier Wochen gelagert. Als Verbindungsmittel wurden Klammern mit der Drahtdicke $d_n = 1,6 \text{ mm}$ und Länge $\ell_n = 45 \text{ mm}$ sowie runde Drahtnägel 22×45 und 31×70 nach DIN 1151 verwendet. Grundsätzlich ist anzumerken, dass die Klammer auf Grund der geringeren Produktionskosten gegenüber dem Nagel das von der Industrie bevorzugte Verbindungsmittel bei der Tafelproduktion ist, so dass ihr Tragverhalten hier detaillierter untersucht wird. Eine Serie besteht aus fünf Prüfkörpern, wobei die folgenden Parameter variiert werden:

- Werkstoffdicke $t_1 = 3,0 \text{ mm}$ und $t_2 = 4,0 \text{ mm}$
- Nageldurchmesser $d_1 = 3,1 \text{ mm}$ und $d_2 = 2,2 \text{ mm}$;
Klammerdurchmesser je Schaft $d_3 = 1,6 \text{ mm}$
- Lastrichtung parallel (p) und senkrecht (s) zum Rand
- Prüfrichtung parallel (p) und senkrecht (s) zur Herstellungsrichtung



In Abb. 5-6 ist der Versuchsaufbau der Verbindungsprüfung nach DIN EN 26891 dargestellt. Die Abbildungen a und b zeigen die Versuchsanordnung der Prüfung parallel zum Werkstoffrand, bei der die äußere Kraft zentrisch in die Rippe eingeleitet und über jeweils ein Verbindungsmittel in die vier HFH-Plattenstreifen weitergeleitet wird. Die Verbindungsmittel sind symmetrisch zur Schwerachse der Rippen angeordnet, um planmäßige Exzentrizitäten zu vermeiden. Der Verbindungsmittelabstand zum Plattenrand beträgt jeweils $4d$, gemessen von der Schwerachse des Verbindungsmittels bzw. der Mitte des Klammerrückens. Die Klammern sind um 45° zur Holzfaser verdreht angeordnet. Die geprüften Randabstände $a_{2,c}$ sind damit kleiner als in DIN 1052: 2004-08 mit $a_{2,c} = 5d$ gefordert, so dass in den durchgeführten Versuchen Tragfähigkeiten gemessen werden, die als untere Schranke der Verbindungstragfähigkeit betrachtet werden können.

In Abbildung c ist der symmetrische Versuchsaufbau für die Prüfungen senkrecht zum Werkstoffrand dargestellt. Die beiden HFH-Plattenstreifen sind mit jeweils vier dicken Verbindungsmitteln an der unteren Rippe und mit jeweils zwei zu prüfenden Verbindungsmitteln an der oberen Rippe angeschlossen.

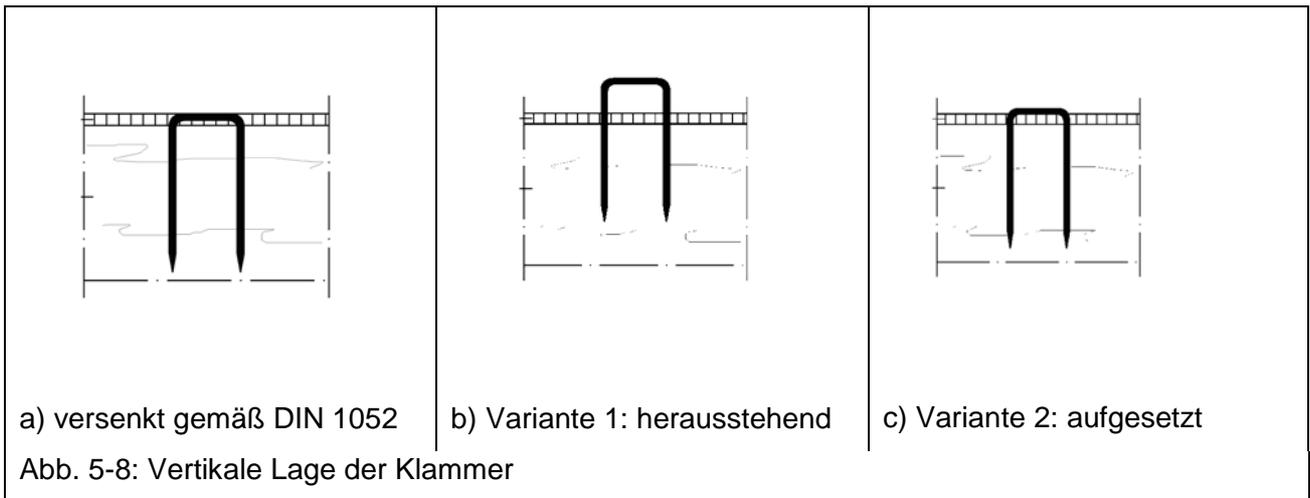


In Abb. 5-7 ist der Mittelwert der jeweiligen Prüferie dargestellt. Bei den 3,0 mm dicken Platten werden nur Verbindungen parallel zum Rand untersucht, weil die mittleren Tragfähigkeiten der Klammerverbindungen senkrecht zur Produktionsrichtung 217 N bzw.

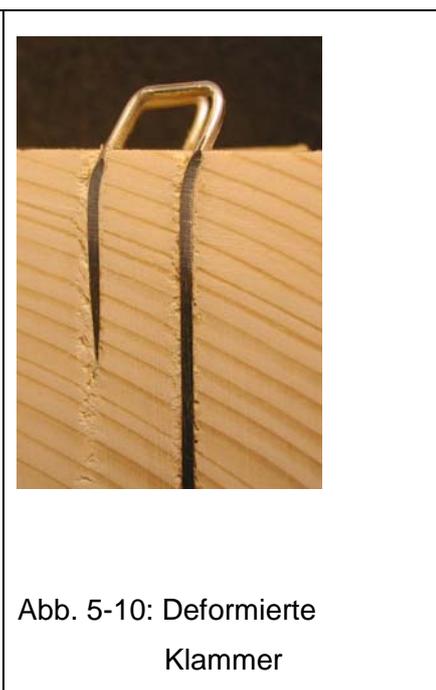
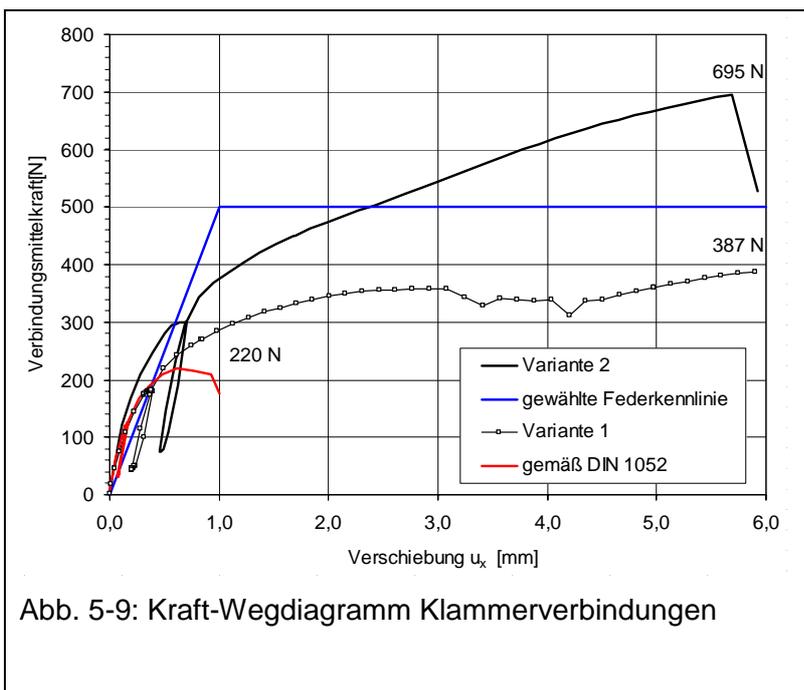
parallel zur Produktionsrichtung 272 N betragen haben. Diese Tragfähigkeiten sind für die geplante Anwendung als zu gering einzuschätzen, so dass auf die Prüfung der Verbindung senkrecht zum Rand verzichtet wird. Die mittlere Tragfähigkeit der Nagelverbindungen ist mit 902 N bis zu 4,2-mal höher ($d_1 = 3,1$ mm) als die der Klammerverbindungen.

Die Gegenüberstellung der Verbindungsprüfungen mit $t_2 = 4,0$ mm mit den zuvor beschriebenen zeigt, dass die Tragfähigkeit der Klammerverbindungen im Gegensatz zu den Nagelverbindungen überproportional zum Zuwachs der Beplankungsdicke auf 330 N senkrecht zur Produktionsrichtung bzw. auf 401 N parallel zur Produktionsrichtung steigt. Dieser Sachverhalt legt die Vermutung nahe, dass durch die in DIN 1052 geforderte und in Abb. 5-8a dargestellte Verbindungsausführung, bei der der Klammerrücken bündig in der Beplankung versenkt werden muss, keine ausreichende Krafteinleitung in die Beplankung bei den hier betrachteten Plattendicken erreicht werden kann. Wie der maßstäbliche Schnitt durch die Verbindung verdeutlicht, ist die Beplankung durch das Eintreiben der Klammer zu ca. 50% vorgeschädigt. Da die Klammer das bevorzugte Verbindungsmittel im Holztafelbau ist, wird deren Tragverhalten im Folgenden genauer untersucht, um eine zuverlässigere und deutlich tragfähigere Verbindung zu entwickeln.

Dazu wurden Verbindungsprüfungen parallel zum Rand an zwei Konstruktionsvarianten durchgeführt, die in Abb. 5-8b und c dargestellt sind. Bei der ersten Variante steht ein Teil der Klammerschenkel aus der HFH-Platte heraus, so dass in idealer Weise nur Scherkräfte entsprechend dem von Johansen (1949) beschriebenen Modell übertragen werden, da der Klammerrücken den Holzwerkstoff nicht berührt. Als zweite Variante werden Verbindungen geprüft, bei denen der Klammerrücken bündig auf der Beplankung aufliegt. Beide Konstruktionsvarianten werden zuverlässig mit Hilfe eines mechanischen Einschlagtiefenbegrenzers, der fest am Klammerschussgerät montiert ist, hergestellt.



Neben der vergrößerten Tragfähigkeit ist eine ausreichende Steifigkeit und duktilen Versagen der Verbindung wichtig, damit sie für tragende und aussteifende Zwecke im Holztafelbau eingesetzt werden kann.



In Abb. 5-9 sind die Kraft-Wegdiagramme der DIN-gemäßen Konstruktion aus Versuch 3-1,6-p-s, der beiden zugehörigen Varianten sowie der in Kapitel 3.1.3 beschriebenen Federkennlinie dargestellt. Während die normgerechte Konstruktion bei 220 N spröde bei einem Deformationsweg von 1,0 mm versagt, zeigt sich bei den untersuchten Varianten ein duktiler Verbindungsbruch infolge Durchziehen des Klammerrückens durch den Werkstoff bei 387 N (Variante 1) bzw. 695 N (Variante 2). Durch das Auflegen des

Klammerrückens auf die Beplankung (Variante 2) kann die Tragfähigkeit um ca. 80% gegenüber der Variante 1 gesteigert werden, weil im verformten Zustand der Verbindungsmittelschäfte zusätzlich Kräfte in Schafrichtung der Klammer übertragen werden, vergl. Abb. 5-10. Dabei sinkt die Steifigkeit der Verbindung signifikant, so dass zu prüfen ist, in welchem Umfang diese Tragfähigkeitssteigerung bei der Bemessung von Tafeln berücksichtigt werden kann.

5.3 Tafelprüfungen

5.3.1 Voruntersuchungen

Auf der Grundlage der Verbindungsprüfungen und unter Berücksichtigung der in Abb. 5-9 dargestellten Zusammenhänge wurden Vorversuche durchgeführt, bevor der endgültige Prüfplan der Wandtafeln zusammengestellt wurde. Der Versuchsaufbau und die Versuchsdurchführung sind in Kapitel 5.3.2 beschrieben, wobei die Tafelabmessungen der Vorversuche auf Grund des verfügbaren Plattenwerkstoffes abweichend mit $\ell \times h = 1030 \times 2480 \text{ mm}^2$ gewählt wurden.

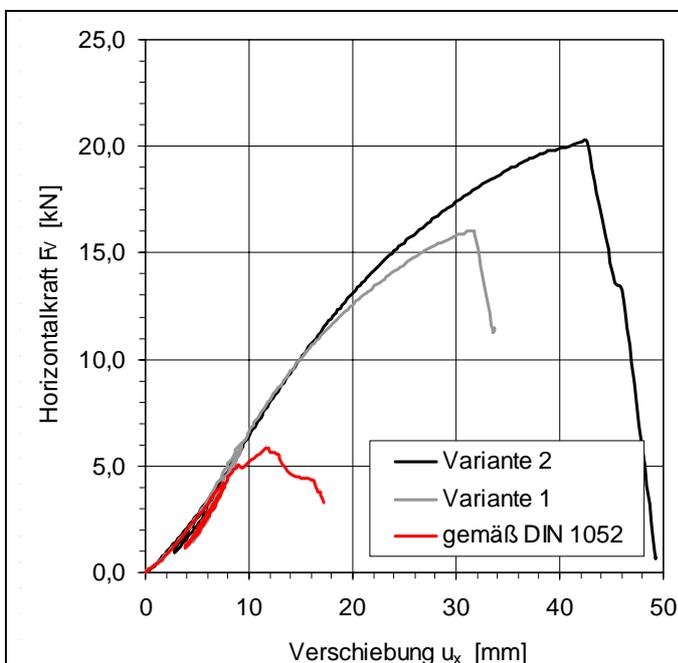


Abb. 5-11: Kraft-Wegdiagramm der Tafelprüfungen - Vorversuche



a) gemäß DIN 1052



b) Variante 2

Abb. 5-12: Ausführungsvarianten der Verbindung vor der Prüfung

Die drei Kraft-Weggraphen in Abb. 5-11 verdeutlichen den Einfluss der Verbindungsausführung auf die Tragfähigkeit der Tafel. Da die Beplankung durch das

Versenken des Klammerrückens stark vorgeschädigt ist, wie Abb. 5-12a zeigt, sinkt deren Tragfähigkeit gegenüber der Variante 2 auf $X_{\text{DIN 1052}} \approx \frac{1}{4} X_{\text{Variante 2}}$.

Die Verbindung gemäß Variante 1 aus Abb. 5-8 ist ausschließlich von akademischem Interesse, weil hier nur Scherkräfte übertragen werden können. Wie die Tafelkonstruktion in Abb. 0-2 zeigt, müssen gegebenenfalls weitere Bauteilschichten an die Beplankung angeschlossen werden, was bei herausstehendem Klammerrücken nicht mit der geforderten Steifigkeit und Genauigkeit ausgeführt werden kann. Deswegen wird diese Verbindung bei den Tafelversuchen nicht weiter betrachtet.

5.3.2 Versuchsaufbau, Versuchsdurchführung und Prüfplan

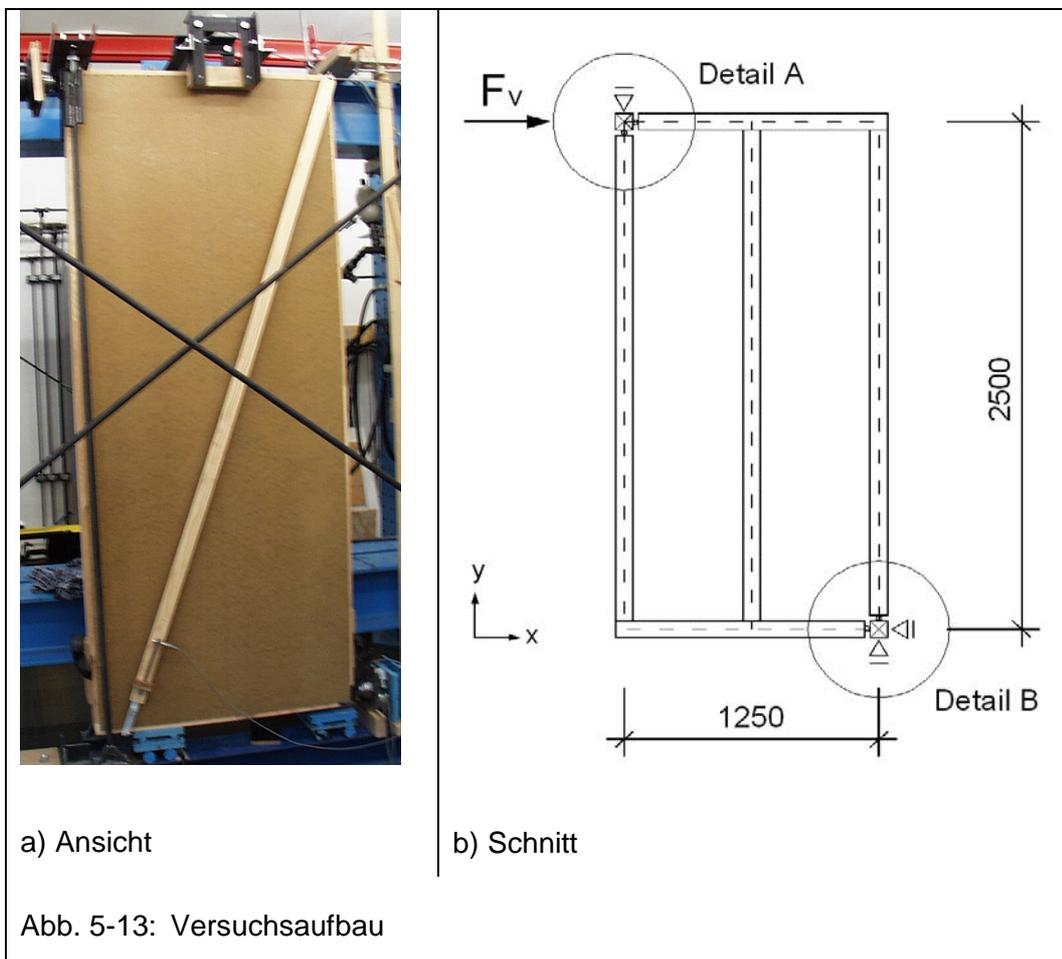
Im Folgenden sind der Versuchsaufbau und die Versuchsdurchführung der Tafelprüfungen stichpunktartig beschrieben. Zudem sind im Sinne dieser Arbeit relevante Auszüge aus dem Prüfplan dargestellt.

Alle geprüften Tafeln bestehen aus folgenden Verbundbauteilen:

- Beidseitig, symmetrisch verklammerte HFH-Platten mit den Werkstoffdicken $t_1 = 3,0 \text{ mm}$ und $t_2 = 4,0 \text{ mm}$.
- Rippen aus keilverzinktem Konstruktionsvollholz (Kiefer) gemäß DIN 4074-S10 mit den Querschnittsabmessungen $50 \text{ mm} \times 140 \text{ mm}$ und einer Länge $l_1 = 2485 \text{ mm}$ und einer stichpunktartig gemessenen, relativen Holzfeuchte von 10% bis 12%.
- Klammerverbindung mit dem Drahtdurchmesser $d_n = 1,6 \text{ mm}$ und der Schaftlänge $l_n = 45 \text{ mm}$, die mit einem Randabstand von $4d = 6,4 \text{ mm}$ zum Beplankungsrand verbaut wurden

Bei der Einzelfertigung der Prüfkörper im Labor für Holztechnik LHT wurden die rechtwinklig ausgerichteten Rippen mit Winkeln und Schrauben fixiert, bis die erste Beplankung vollständig mit den Holzrippen verklammert war. Anschließend wurde die Tafel gewendet und die Fixierungen wurde entfernt, so dass die zweite Beplankung symmetrisch zur Ersten eingebaut werden konnte. Die Klammern wurden entgegen der Anforderung aus DIN 1052: 2004-08 mit Hilfe eines am Gerät installierten Einschlagtiefenbegrenzers so eingetrieben, dass eine Vorschädigung der

Plattenoberfläche durch den Klammerrücken weitgehend ausgeschlossen werden konnte, vergl. Abb. 5-12b. Die Klammern wurden um 30° gegenüber der Faserrichtung der Rippen verdreht eingetrieben. Der Verbindungsmittelabstand zum Plattenrand wurde gemäß der DIN 1052: 2004-08 auf die Mitte des Klammerrückens bezogen und umlaufend mit dem 4-fachen Durchmesser des Klammerstiftes ($4d = 6,4 \text{ mm}$) ausgeführt. Die Abstände der Verbindungsmittelreihen von Gurt zu Gurt betragen vertikal $h = 2500 \text{ mm}$ und horizontal $\ell = 1250 \text{ mm}$ und entsprechen somit denen der Referenztafel aus Kapitel 4, siehe Abb. 5-13b.



Mit dem in Abb. 5-13 dargestellten Versuchsaufbau soll ausschließlich das Tragverhalten der Tafel und nicht deren Anschluss an flankierende Bauteile analysiert werden. Um den Einfluss der Lagerung auf die Tragfähigkeit und Steifigkeit der Tafel zu minimieren, wurde das in der einschlägigen Literatur gebräuchliche Zugaufleger in der linken unteren Tafelcke durch ein Druckaufleger in der linken oberen Ecke ersetzt. Da bei dem Druckaufleger die Lagerreaktionen durch Kontaktpressung an die Unterkonstruktion

abgegeben werden, sind diese deutlich steifer als Zugauflager, bei denen Metallwinkel über stiftförmige Verbindungsmittel exzentrisch an die vertikalen Rippen angeschlossen werden, siehe zur Kammer (2006). Mit diesem Versuchsaufbau können die Berechnungsergebnisse aus Kapitel 4 verifiziert werden.

Abb. 5-13a zeigt den Prüfstand mit der Stahlverspannung im Vordergrund, der Messdiagonalen und dem Versuchskörper im Hintergrund. Durch die in den Auflagerecken eingebauten Stahlwürfel mit Gleitschicht zur vertikalen Rippe, siehe Detail A und B in Abb. 5-14, wird die horizontale Aktionskraft F_v ausschließlich in die horizontalen Rippen eingeleitet. Ein Gelenk im statischen Sinn kann sich somit in diesen Ecken nicht einstellen.

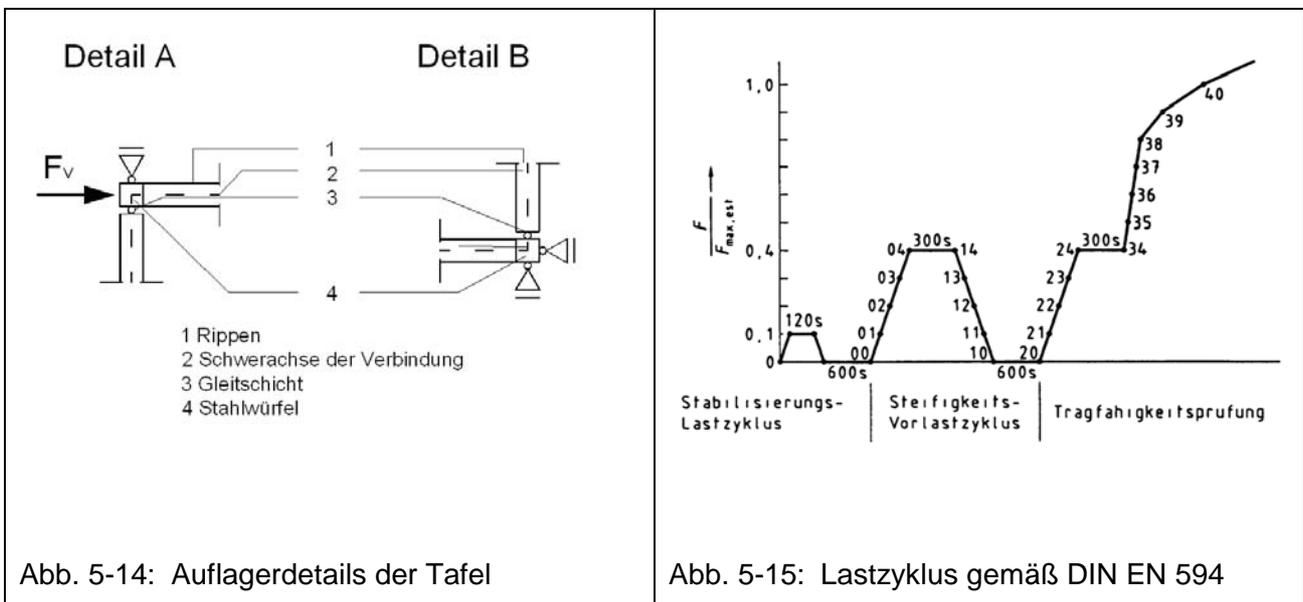


Abb. 5-14: Auflagerdetails der Tafel

Abb. 5-15: Lastzyklus gemäß DIN EN 594

Die Prüfungen zur Bestimmung der Tragfähigkeit und Steifigkeit von Wandtafeln mit beidseitiger Beplankung wurden in Anlehnung an DIN EN 594, „Holzbauwerke, Prüfverfahren, Wandscheiben-Tragfähigkeit und Steifigkeit von Wänden in Holztafelbauart“, durchgeführt. Die geschätzte Bruchkraft F_{est} wurde aus den Voruntersuchungen abgeleitet. Der Lastzyklus ist in Abb. 5-15 dargestellt, wobei der Stabilisierungs-Lastzyklus nicht durchgeführt wurde. Der Steifigkeits-Vorlastzyklus und die Tragfähigkeitsprüfung wurden mit einer konstanten Vorschubgeschwindigkeit von 2,5 mm je Minute bis auf $0,4 \times F_{max,est}$ gefahren. Anschließend wurde die Vorschubgeschwindigkeit auf 4 mm je Minute bis zum Versagen der Tafel weiter gesteigert.

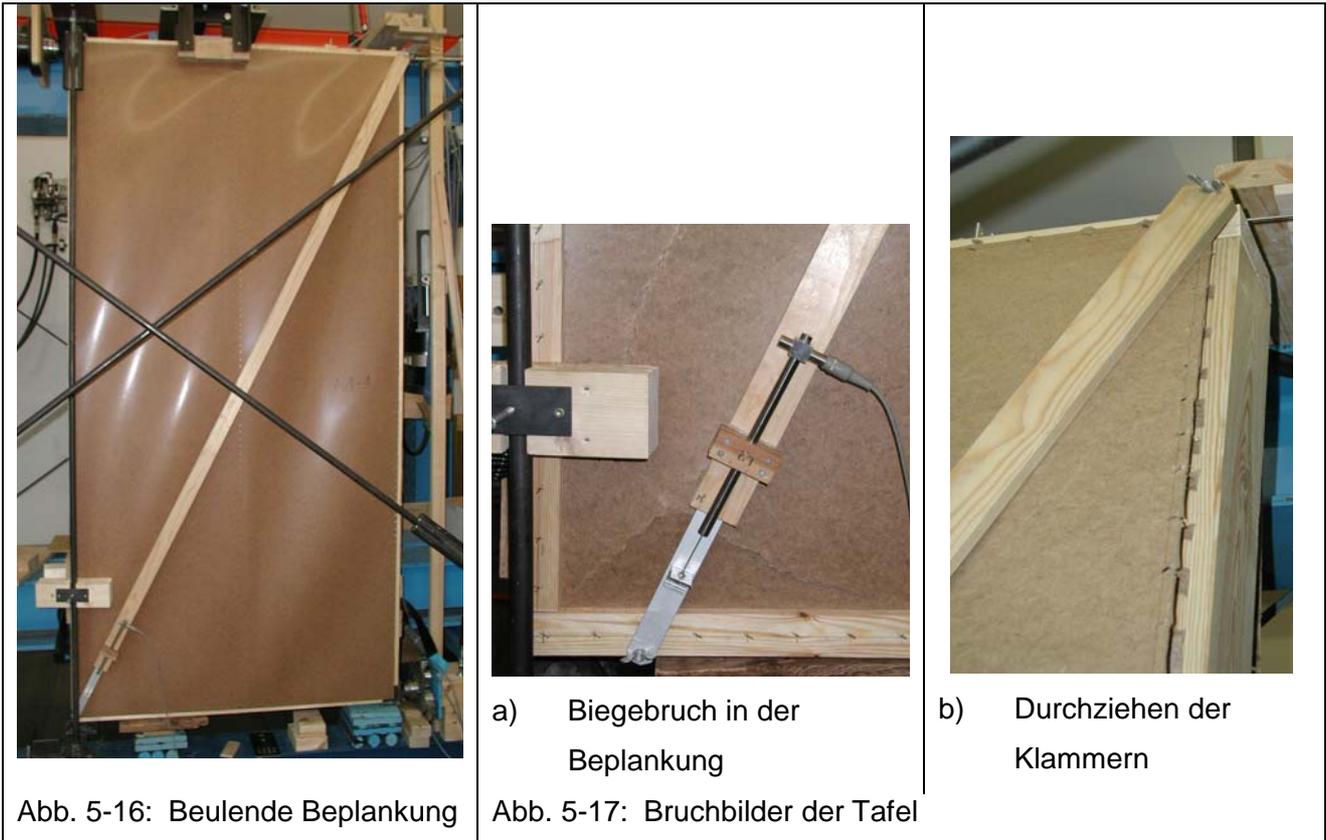
Prüfserie	Beplankungsdicke t_i [mm]	Verbindungsmittelabstand a_v [mm]	Verstärkung	Anzahl der Prüfkörper
1	3	30	-	5
2	4	30	-	5
3	4	55	-	3
4	4	55	vertikal	3
5	4	55	vertikal und horizontal	1
13	3	90	-	3

Tabelle 5-1: Prüfplan

In Tabelle 5-1 ist der Prüfplan aufgezeigt. Neben der Beplankungsdicke t_i wurde der Verbindungsmittelabstand a_v variiert. Zudem wurden bei der Prüfserie 4 die vertikalen Verbindungen und bei dem Prüfkörper 5 alle Verbindungen mit einer Konterlatte hinterlegt, siehe Abb. 5-17a. Diese Verbindungsmittel wurden in einem Arbeitsgang durch beide Bauteile (Konterlatte und HFH-Platte) geschossen und in der Konterlatte bündig versenkt.

5.3.3 Ergebnisdarstellung

Die äußere Kraft F_v wird von der Kopfrippe über die Verbindungsmittel in die Hartfaserplatten weitergeleitet. Daraus resultiert für die Klammern eine primäre Beanspruchung rechtwinklig und eine sekundäre in Richtung der Schäfte, so dass die Hartfaserplatte eine Beanspruchung in ihrer Ebene erfährt. Die senkrechten Komponenten heben sich auf Grund der Tafelsymmetrie offensichtlich auf, weil ein Verwinden der Tafel aus der x-y-Ebene nicht beobachtet wurde, siehe Kapitel 5.2. Auf Grund der sehr geringen Biegesteifigkeit der Hartfaserplatte beult die Beplankung vor dem Erreichen der Bruchlast. Das Beulmuster ist in Abb. 5-16 deutlich zu erkennen.

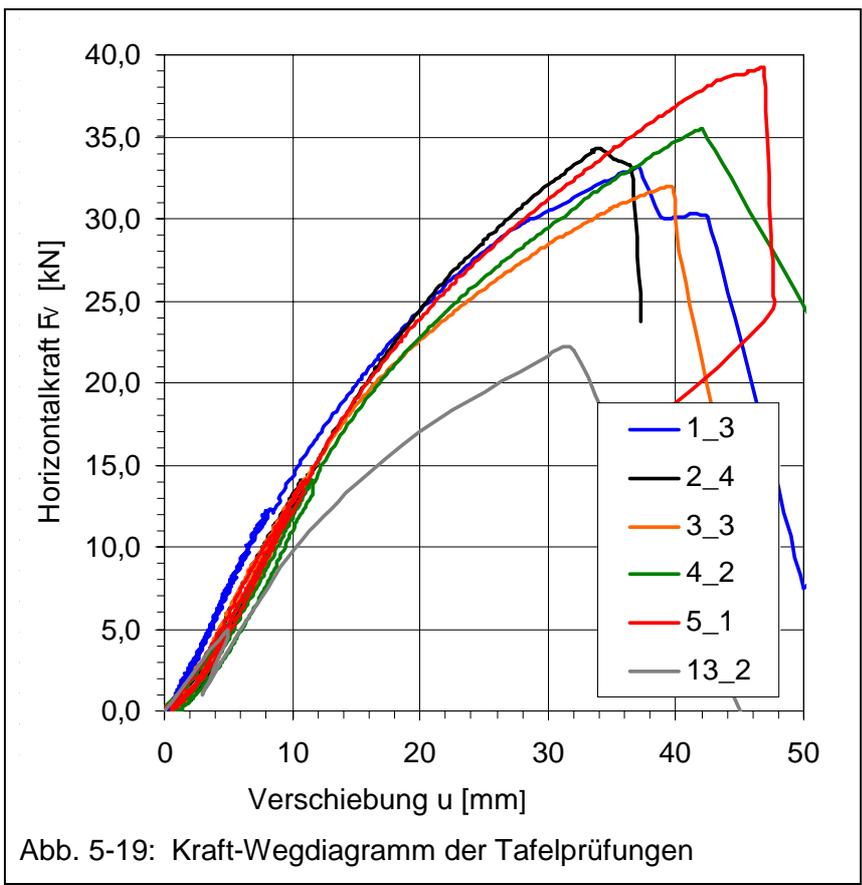
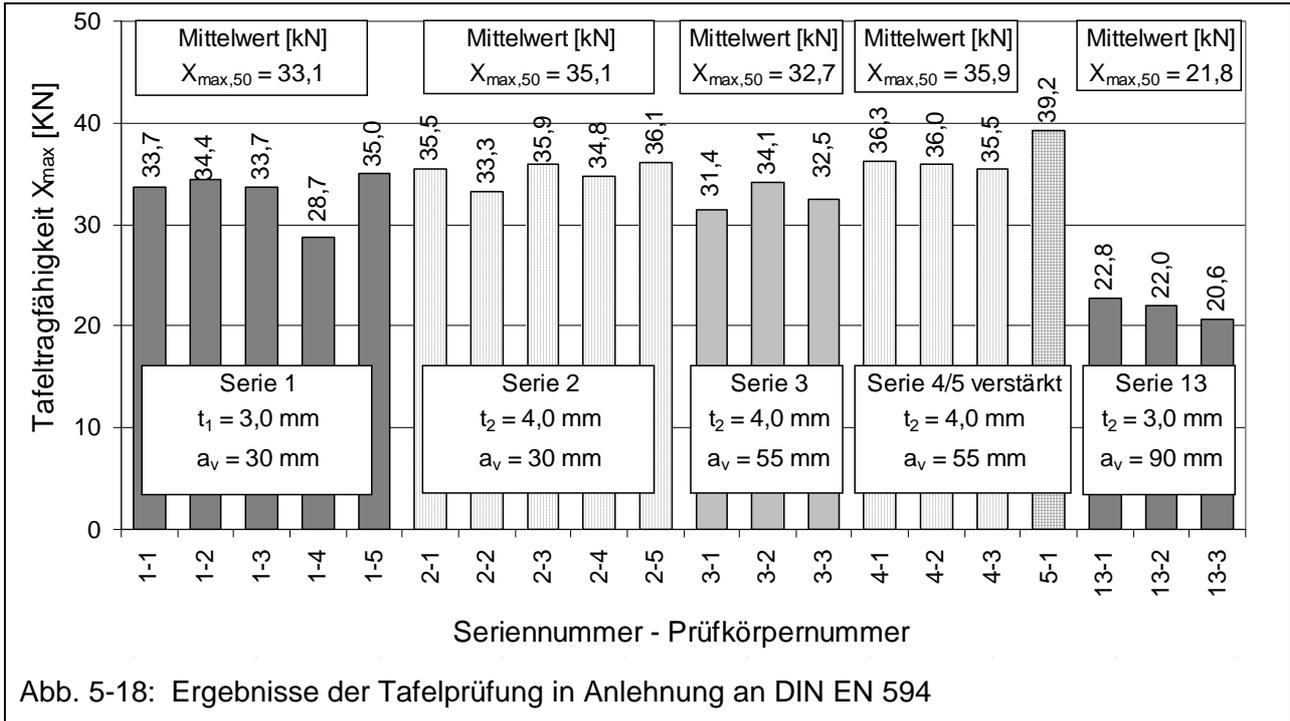


Bei einer Steigerung der Kraft F_V versagt die Tafel durch:

- ein Erreichen der Biegefestigkeit der Hartfaserplatte (Abb. 5-17a),
- ein Erreichen der Zugfestigkeit der Hartfaserplatte,
- das Durchziehen des Klammerrückens durch die Hartfaserplatte (Abb. 5-17b),
- das Ausreißen des Klammerrandes bei planmäßiger Beanspruchung senkrecht zum Beplankungsrand

oder eine beliebige Kombination aus den vier Versagensarten.

Die Ergebnisse der 20 Tafelprüfungen sind in Abb. 5-18 dargestellt. Die Mittelwerte der ersten drei Prüfserien unterscheiden sich um maximal 9%. Durch die Verstärkung der Verbindung mit Konterlatten an allen Rippen wird die Tragfähigkeit um ca. 20% gesteigert.



Zusätzlich ist in Abb. 5-19 jeweils der Kraft-Weggraph der sechs Prüfserien dargestellt, der die größte Übereinstimmung mit dem Mittelwert hat. Es wird deutlich, dass die horizontale Anfangssteifigkeit bei den Serien 1 bis 5 identisch ist. Infolge der unterschiedlichen Biege- und Zugsteifigkeiten der Beplankung sowie der Verbindungssteifigkeiten unterscheiden sich die Graphen geringfügig. Der jeweilige Einfluss des einzelnen Prüfparameters kann aus den gemessenen Daten nicht abgeleitet werden und wird mit den numerischen Untersuchungen in Kapitel 6 herausgearbeitet. Signifikant ist lediglich die geringe Steifigkeit bei der Serie 13 verglichen mit den anderen fünf Serien, die auf den vergrößerten Verbindungsmittelabstand zurückzuführen ist.

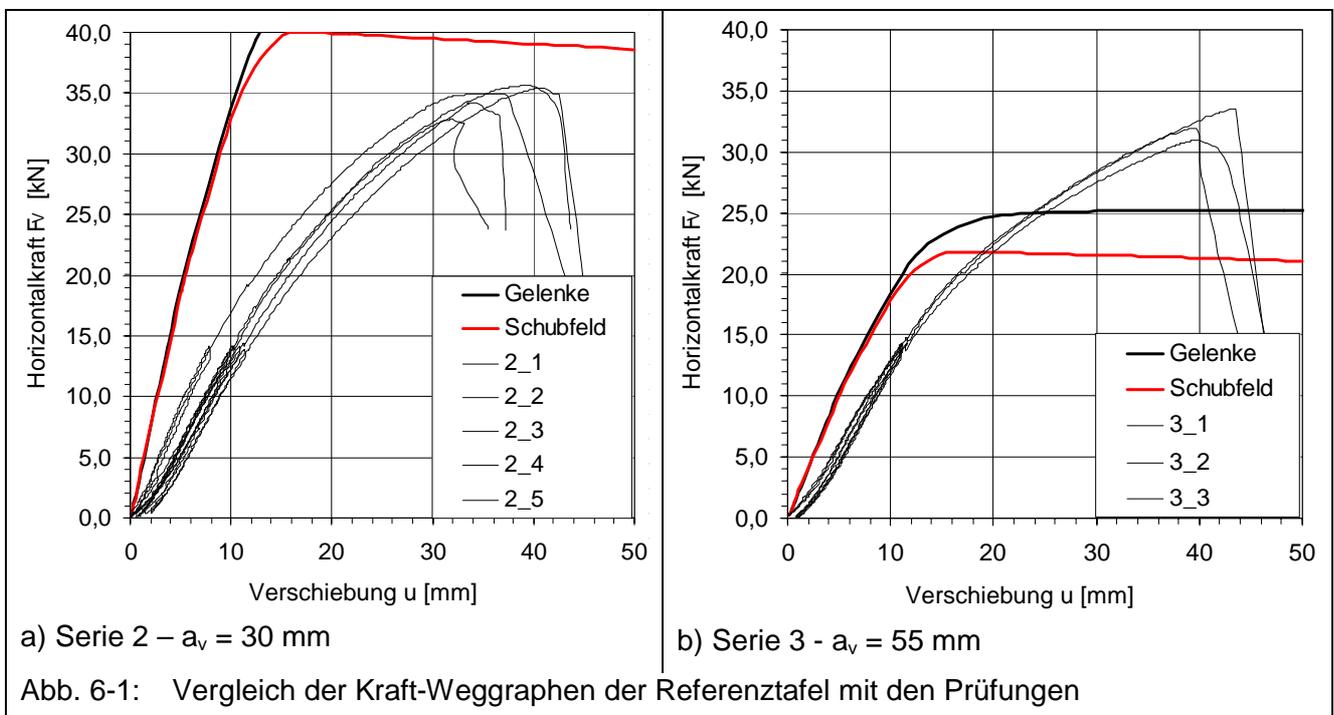
Kapitel 6: Vergleich der numerischen und experimentellen Ergebnisse

6.1 Vergleich der Referenztafel mit den Prüfserien 2 und 3

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der numerischen Berechnung der Referenztafel aus Kapitel 4 mit den Ergebnissen der Tafelprüfungen aus Kapitel 5.3 vergleichend gegenübergestellt. Dazu muss die Aktionskraft F_V aus Abb. 4-54 mit den Faktoren m_1 und m_2 multipliziert werden, wenn die Tafeltragfähigkeit $X = n R$ eine lineare Funktion der Verbindungsmitteltragfähigkeit R ist.

$X_{\text{Prüfung}} = m_1 \cdot m_2 \cdot X_{\text{Simulation}}$	Gl. 6-1
--	---------

Dabei beschreibt $m_1 = 2 [-]$ den Einfluss der virtuellen halben gegenüber der realen ganzen Tafel, siehe Abb. 3-3 und Abb. 3-4. Der Faktor $m_2 = a_{\text{vref}} / a_v$ passt den Verbindungsmitelabstand der Prüfungen $a_v = 30$ bzw. 55 mm an den Abstand $a_{\text{vref}} = 62,5$ mm der Berechnungen an.



Die Abb. 6-1a zeigt die Kraft-Weggraphen der Prüfserie 2 verglichen mit den gemäß Gl. 6-1 skalierten Ergebnissen der beulenden Referenztafel mit und ohne Gelenken in den Tafelecken und mit Mittelrippe aus den Kapiteln 4.4.2 und 4.4.4. Die horizontale Steifigkeit

der Referenztafel ist mit ca. 3300 N/mm deutlich größer als die bei den Tafelprüfungen gemessene Steifigkeit von 1300 N/mm. Während bei der Referenztafel ein linearer Verlauf der Graphen bis zur Plastizitätsgrenze vorhanden ist, ist der Kraftweggraph der fünf Prüfungen nicht linear, sondern die Tafeln versagen spröde bei $F_V \approx 35$ kN, vergl. Tabelle 9-2.

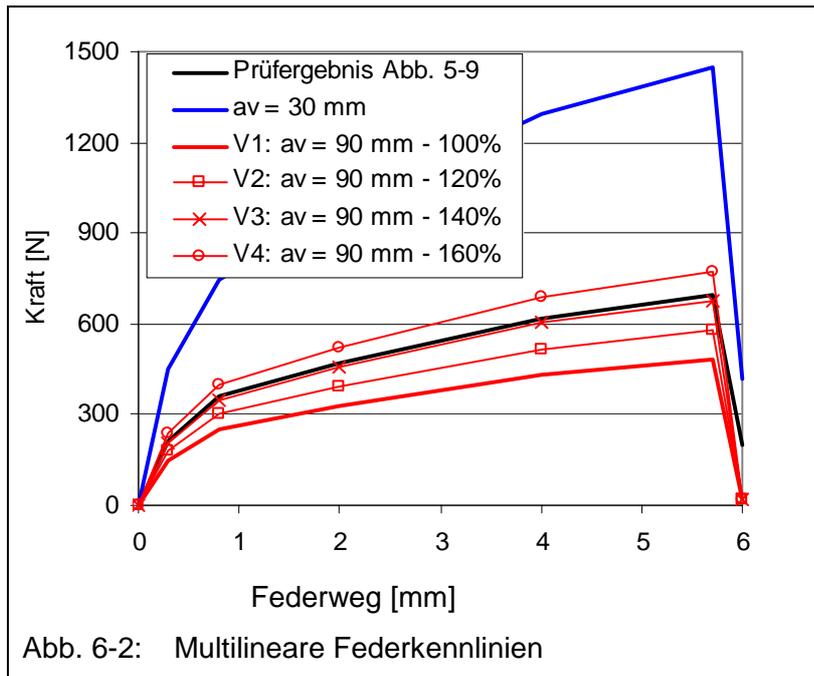
Der Vergleich mit Abb. 6-1b zeigt, dass die Vergrößerung des Verbindungsmittelabstandes bei den Tafelprüfungen nicht zu einer proportionalen Abnahme der Tafeltragfähigkeit führt. Die Anzahl der Klammern wurde auf $30 / 55 \times 100 = 54,5$ % reduziert. Das hatte ein Absinken der Tafeltragfähigkeit um 7% zur Folge. Auch die Anfangssteifigkeit der Tafel sinkt um ca. 7% auf ca. 1200 N/mm, vergl. Abb. 5-18 und Abb. 5-19.

Die mechanischen Modelle der Referenztafeln sind geeignet, qualitativ die Beanspruchungen der Beplankung im gebeulten Zustand, die Beanspruchungsrichtung der Verbindungsmittel und deren Auswirkungen auf die Beanspruchung der Rippen hinreichend genau abzubilden. Zuverlässige Aussagen über die Bruchkraft der Tafel und die quantitative Verteilung der Beanspruchungen der Beplankung können nicht gemacht werden, weil im bisherigen Modell die Tragfähigkeit der Verbindungsmittel bilinear und damit unzureichend genau abgebildet wurde.

6.2 Die Referenztafel mit multilinearer Verbindungsmittelkennlinie

Das Tragverhalten der Tafel wird signifikant durch das Tragverhalten der Verbindungsmittel bestimmt. Im Folgenden sollen die Prüfergebnisse der Serien 1 und 13 mit Hilfe der numerischen Berechnung abgebildet werden, weil für diese Plattendicke detaillierte Verbindungsprüfungen durchgeführt wurden, so dass die Verbindungsmittelkennlinie ausreichend genau bekannt ist. Deswegen wird an der Referenztafel ohne Verbindung der Ecken, mit Mittelrippe und Beulen die bilineare Federkennlinie, vergl. Kapitel 4.4.4, durch eine multilinere Federkennlinie der Variante 2 gemäß Abb. 5-9 ersetzt. Um die numerischen und experimentellen Ergebnisse vergleichen zu können, muss die Klammerkennlinie der Berechnung mit dem Faktor $m_2 = a_{vref} / a_v$ gemäß Gl. 6-1 multipliziert werden. In der Abb. 6-2 sind die linearisierten Kraftwegkoordinaten der Verbindungsprüfung sowie die Anpassung der Verbindungsmittelkraft an den Verbindungsmittelabstand a_v der numerischen

Untersuchungen dargestellt. Weil der Vergleich mit Serie 13 zunächst keine befriedigenden Ergebnisse lieferte, wurden ausgehend von Kapitel 10.6 (5) der DIN 1052: 2004-08 die Tragfähigkeiten und Steifigkeiten der Verbindungsmittel von 120% über 140% bis auf 160% erhöht. Diese zugehörigen Klammerkennlinien sind in den drei Graphen V2 bis V4 der Abb. 6-2 dargestellt.



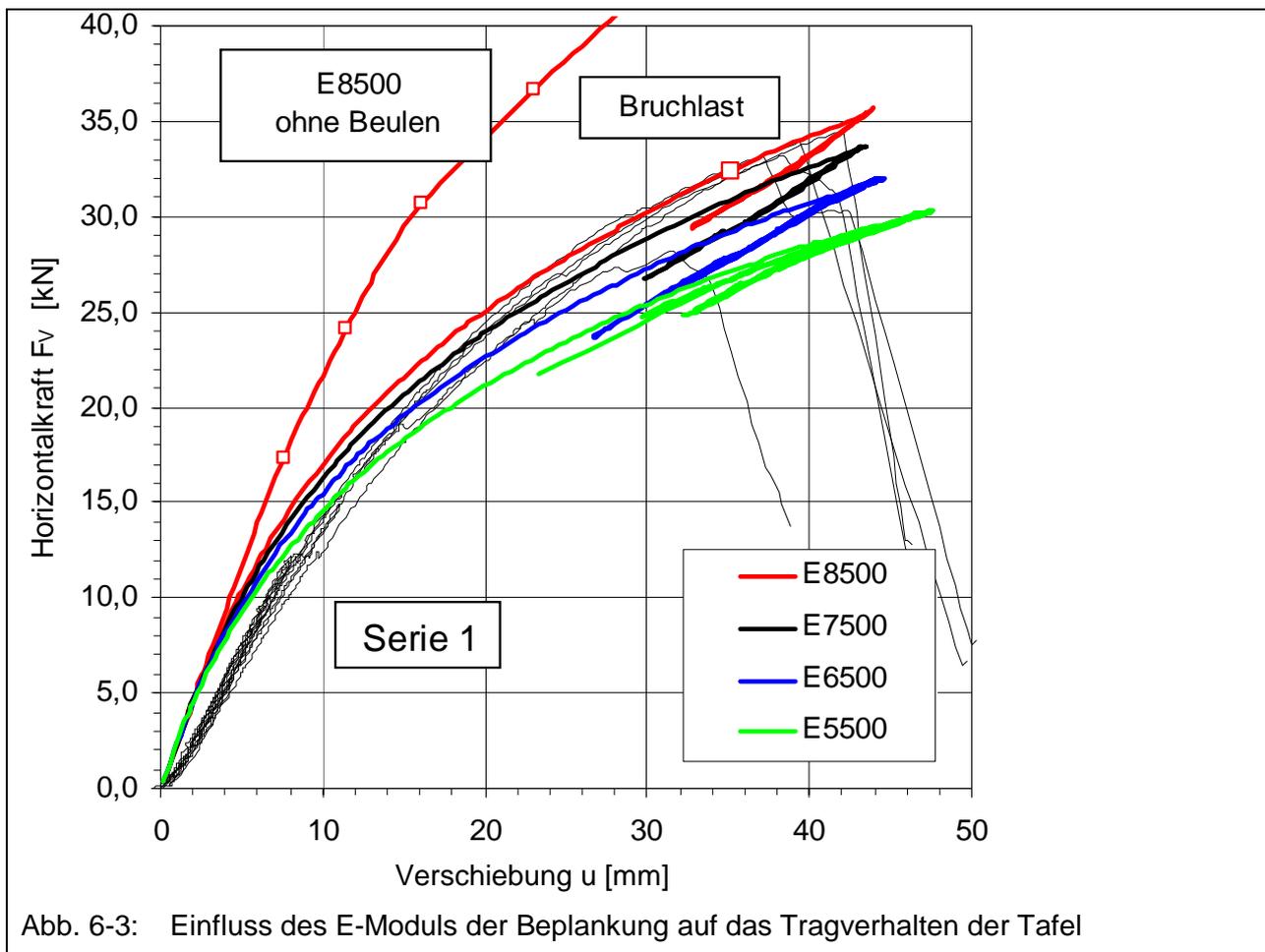
6.2.1 Vergleich der Serie 1 mit den Berechnungen

Mit Hilfe von zwei Parameterstudien sollen Modelleigenschaften gefunden werden, die das reale Tafeltragverhalten abbilden, damit dann in einem zweiten Schritt die im Versuch nicht oder nur mit großem Aufwand messbaren Verformungen und Spannungen in der Beplankung ermittelt werden können. Außerdem werden die Beanspruchungen der Verbindungsmittel ausgewertet, um die Zulässigkeit der Schubfeldmethode für die Bemessung der Tafeln zu überprüfen.

Ausgehend von den Ergebnissen der Kleinversuche, siehe Kapitel 5.1, und unter Beachtung der Tabelle F.20 der DIN 1052: 2004-08, werden der E-Modul und der G-Modul der Beplankung variiert.

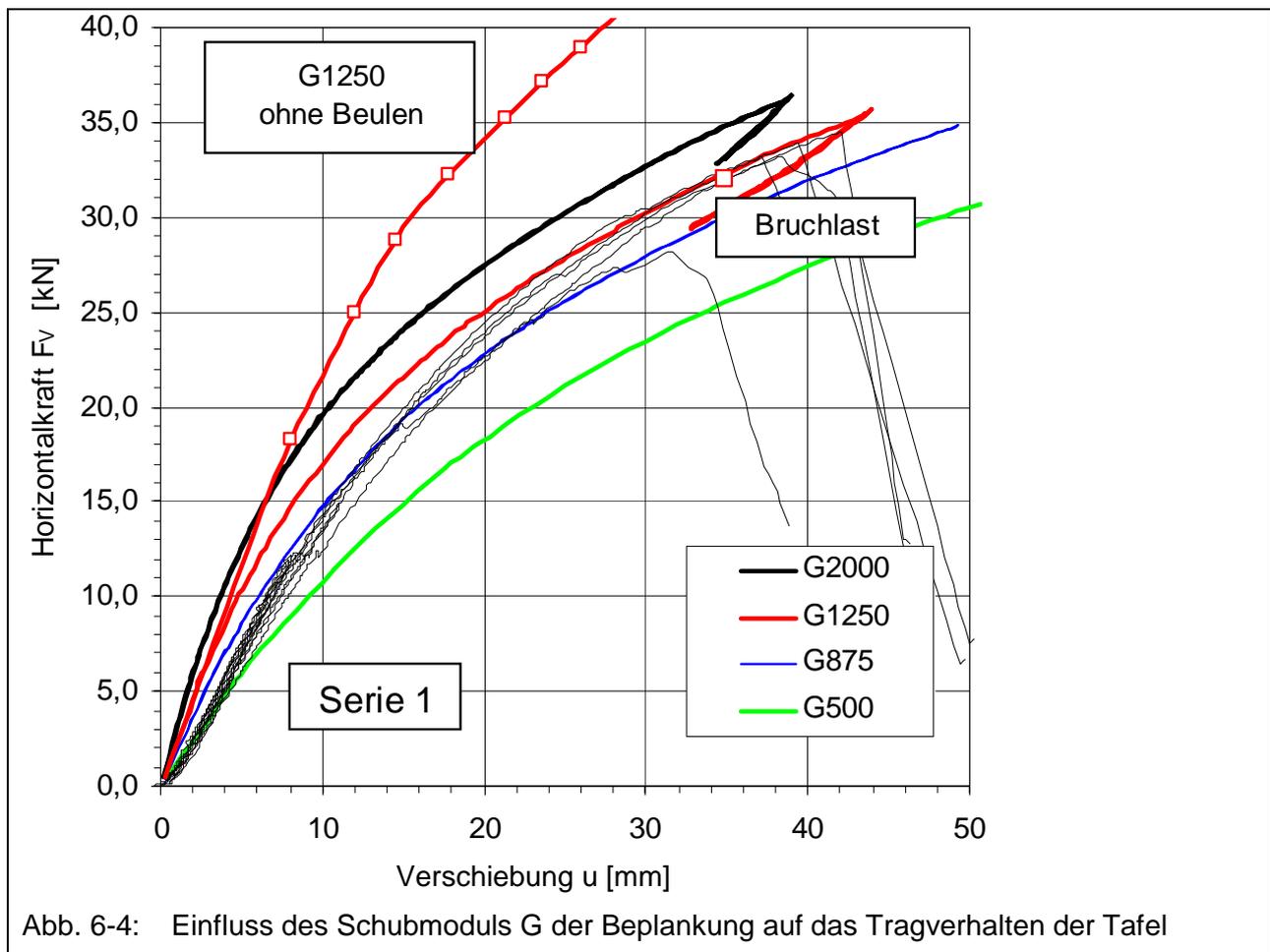
In Abb. 6-3 ist der Einfluss des E-Moduls der Beplankung auf das Tragverhalten der Tafel dargestellt und wird mit den fünf Kraft-Weggraphen der experimentellen Untersuchungen

der Prüfserie 1 gemäß Tabelle 5-1 verglichen. Der Schubmodul der Beplankung ist bei allen fünf Berechnungen mit 1250 N/mm^2 konstant, während der E-Modul in drei Schritten von 5500 N/mm^2 auf 8500 N/mm^2 gesteigert wird. Zusätzlich ist der Kraft-Weggraph der Berechnung mit $E = 8500 \text{ N/mm}^2$ dargestellt, deren Beplankung bei sonst identischen Modelleigenschaften nicht beult.



An den fünf Graphen der Prüfserie 1 ist ein Anfangsschlupf zu erkennen, der in der numerischen Berechnung nicht abgebildet wird. Dadurch verlaufen die beiden Kurvenscharen zunächst parallel zueinander. Die Anfangssteifigkeit der Tafel wird durch den E-Modul nicht beeinflusst, weil zu diesem Zeitpunkt die Beplankung noch nicht beult und nur deren Schubbeanspruchung zu einer horizontalen Verschiebung des Tafelkopfes führt, vergl. Kapitel 2.3.2. Der E-Modul der Beplankung ist proportional zu deren Biegesteifigkeit B , vergl. Gl. 2-18 und somit immer auch proportional zur kritischen Beulspannung τ_{krit} , so dass die Berechnung mit dem größten E-Modul bei der größten äußeren Kraft F_v beult. Nach dem Überschreiten dieser kritischen Beulspannung wird die

Tafel deutlich weicher, wie der Vergleich mit der nicht beulenden Beplankung zeigt, so dass der Tafelkopf im Bruchzustand eine mehr als doppelt so große horizontale Verschiebung erfährt. Die Tafeltragfähigkeit der Berechnungen wird durch die Tragfähigkeit der Verbindungsmittel begrenzt. Ein Bruch der Beplankung, wie in den experimentellen Untersuchungen beobachtet, kann mit dem gewählten numerischen Modell nicht abgebildet werden.



In Abb. 6-4 ist dem Prüfergebnis der Serie 1 die Parameterstudie des Schubmoduls G der Beplankung gegenübergestellt. Bei einem E-Modul von $E = 8500 \text{ N/mm}^2$ wird der Schubmodul von 500 N/mm^2 schrittweise bis auf 2000 N/mm^2 gesteigert. Da sich die Verschiebung der Tafel in x-Richtung additiv aus den Verbundbauteilen zusammensetzt, vergl. Kapitel 9, vergrößert sich die Anfangssteifigkeit der Tafel mit steigendem Schubmodul. Bei den Berechnungen mit $G = 500 \text{ N/mm}^2$ und $G = 875 \text{ N/mm}^2$ wird die Berechnung bei einer Verschiebung von $u = 50 \text{ mm}$ beendet, während bei den beiden anderen Berechnungen die Traggrenze der Verbindungsmittel maßgebend ist.

Die Auswertung der oben dargestellten Abbildungen zeigt, dass die Prüfergebnisse mit der numerischen Berechnung gut abgebildet werden können, wenn der E-Modul mit $E = 8500 \text{ N/mm}^2$ und der Schubmodul mit $G = 1250 \text{ N/mm}^2$ gewählt werden. Bei dieser Materialkonfiguration werden für die gekennzeichnete, fiktive Bruchlast die Beanspruchungen der Verbundbauteile ausgewertet und der Berechnung ohne Beulen gegenübergestellt. Dieser Beanspruchungszustand ist frei gewählt und stimmt nicht exakt mit einer experimentell gemessenen Bruchlast überein. Dennoch sind die dort berechneten Beanspruchungen und Verformungen der Verbundbauteile ausreichend aussagekräftig, um die Versagensart der Tafeln ableiten zu können.

In den folgenden vier Abbildungen sind auf der linken Seite die Ergebnisse der Tafel ohne Beulen der Beplankung und auf der rechten Seite mit Beulen der Beplankung dargestellt. Abb. 6-5 zeigt die Verformung der Beplankung im fiktiven Bruchzustand bei einer Horizontalkraft $F_V = 31,25 \text{ kN}$ für die ganze Tafel. In Abbildung b ist die beulende Beplankung mit $w_{\max} = 25,7 \text{ mm}$ dargestellt.

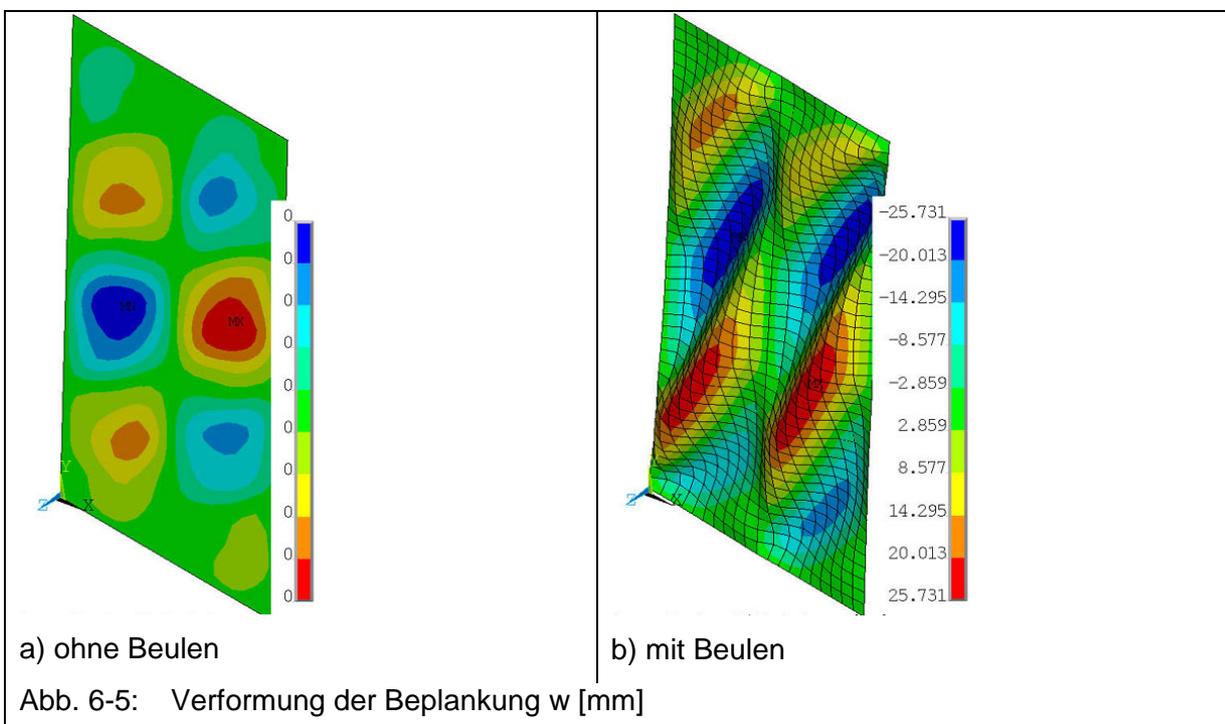
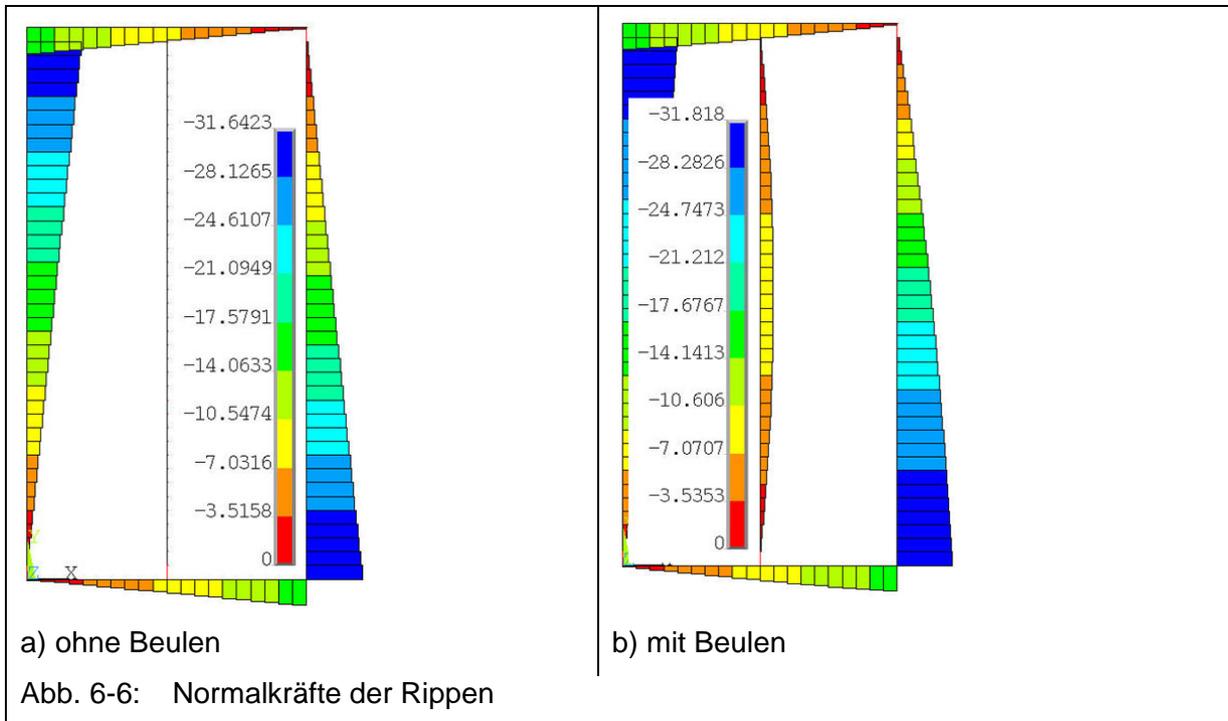


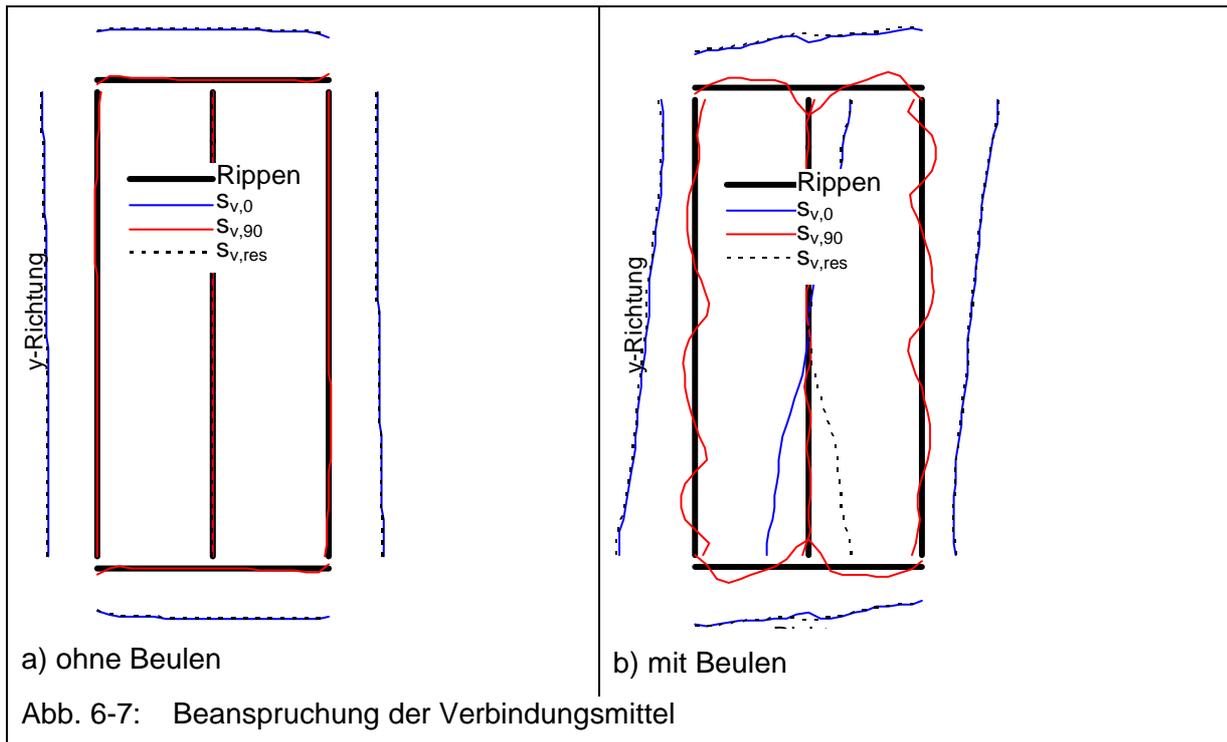
Abb. 6-6 zeigt die Normalkräfte der Rippen für die halbe Horizontalkraft F_V , weil in der Berechnung nur die halbe Tafel in Querrichtung abgebildet wird, vergl. Abb. 3-3 und Abb. 3-4. Der Vergleich der beiden Abbildungen verdeutlicht, dass durch das Beulen der Beplankung keine signifikanten Zusatzbeanspruchungen in den Gurten entstehen. Die

Mittelrippe wird im Fall des Beulens nichtlinear durch Normalkräfte beansprucht, wobei diese Beanspruchung auf Grund der geringen Größe nicht bemessungsrelevant ist.



In Abb. 6-7 sind die Beanspruchungen der Verbindungsmittel mit multilinearer Kennlinie dargestellt. Wenn die Beplankung nicht beult, siehe Abb. 6-7 a, so ist die Verbindung ausreichend duktil, um die Beanspruchungen gleichmäßig entlang der Rippen zu verteilen. Der Schubfluss $s_{v,0}$ ist konstant an allen Randrippen. Beanspruchungen senkrecht zum Rand treten nicht auf.

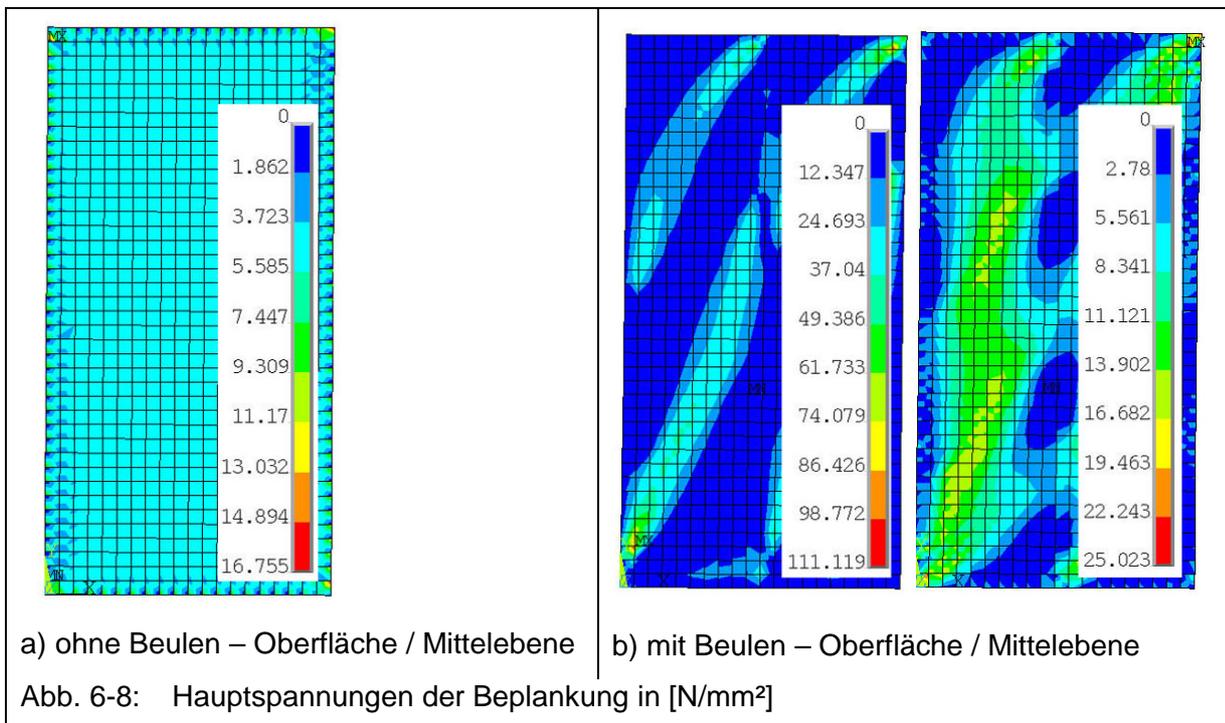
Wenn die Beplankung beult, so werden auch im Bruchzustand, anders als bei der Referenztafel in Kapitel 4, die Verbindungsmittel in den Tafelecken der Zugdiagonalen stärker beansprucht als im Bereich der Druckecken. Ihre Beanspruchungsrichtung ist randparallel überlagert mit kleinen Störungen senkrecht zum Rand. Die Mittelrippe wird nahezu linear mit wechselndem Vorzeichen parallel zu ihrer Stabachse beansprucht.



Diese nicht konstante Beanspruchung des Verbundes führt zu Spannungskonzentrationen in den Tafelecken. Gegenüber der homogenen Hauptspannungsverteilung in der nicht beulenden Beplankung in Abb. 6-8a mit $\max. \sigma = 16,8 \text{ N/mm}^2$ vergrößern sich die Spannungen in der Mittelebene auf $\max. \sigma = 25,0 \text{ N/mm}^2$, siehe Abb. 6-8b. Die Hauptspannungen infolge Plattenbiegung an der Oberfläche wachsen auf $\max. \sigma = 111,1 \text{ N/mm}^2$ und überschreiten damit die experimentell ermittelten, mittleren Biegebruchspannungen um ein Vielfaches, vergl. Kapitel 5.1. Die Tafeln der Versuchsserie 1 versagen damit eindeutig auf Biegebruch und das mit Sicherheit deutlich unterhalb der im Experiment gemessenen maximalen Horizontalkraft F_V . Weil dieser Bruch parallel zu den Hauptzugspannungen an der Beplankungsmittlebene verläuft, bleibt die Tafel nach Eintreten des Biegebruchs der Beplankung weiterhin tragfähig. Die Tafel versagt letztlich durch Zugbruch der Beplankung.

Eine Beplankung, die durch Biegebruch infolge der äußeren Einwirkung F_V vorgeschädigt ist, wird unter der äußeren Einwirkung von $-F_V$ frühzeitig versagen, weil sich die Zug- und Druckbeanspruchungen innerhalb der Beplankung umkehren. Der zuvor entstandene Riss verläuft nun senkrecht zu den Zugspannungen, so dass sich im Bereich des Risses kein Zugfeld einstellen kann. Damit wird mit dieser Prüfung die Tragfähigkeit der Tafel überschätzt, weil in jedem Bauwerk äußere Einwirkungen $\pm F_V$ mit wechselndem

Vorzeichen auf die Holztafel wirken.



6.2.2 Vergleich der Serie 13 mit den Berechnungen

Bei den Tafeln der Versuchserie 1 ist die Beplankung weniger tragfähig als die Verbindung. Deswegen wurde in der Prüfserie 13 der Verbindungsmittelabstand a_v von 30 mm auf 90 mm vergrößert, um Tafeln zu untersuchen, bei denen die Verbindung weniger tragfähig ist als die Beplankung. Ausgehend von den in Kapitel 6.2.1 gewählten Materialkennwerten der Beplankung wurden im Folgenden fünf Berechnungen durchgeführt. Dabei wurden die Steifigkeit und die Tragfähigkeit der Verbindung linear in 20%-Schritten vergrößert, weil mit dem experimentell ermittelten Verbindungsmittelgesetz keine befriedigende Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Tafelprüfungen erzielt wurde. Die in den Berechnungen V1 bis V4 verwendeten Klammersetze sind in Abb. 6-2 graphisch dargestellt.

In Abb. 6-9 sind die Kraft-Weggraphen der Berechnungen V1 bis V4, der drei Prüfkörper der Serie 13 und der Berechnung V3 ohne Beulen dargestellt. Mit den in den Berechnungen gewählten Anfangssteifigkeiten werden die realen Tafeln geringfügig überschätzt, zumal der im Experiment gemessene Schlupf bei Prüfbeginn in der Berechnung nicht abgebildet werden kann.

Alle Prüfkörper versagen durch Ausreißen der Verbindungsmittel aus der Beplankung. Auch in der Berechnung ist die Tragfähigkeit der Verbindungsmittel bei allen Berechnungen maßgebend, jedoch bei deutlich größeren Verschiebungen der Tafel in x-Richtung. Das verwendete Modell ist deshalb nicht geeignet, die Bruchlast der realen Tafel hinreichend genau zu prognostizieren, sehr wohl aber können die bei der fiktiven Bruchlast errechneten Beanspruchungen der Verbundbauteile Aufschluss über die Versagensart der realen Tafel liefern.

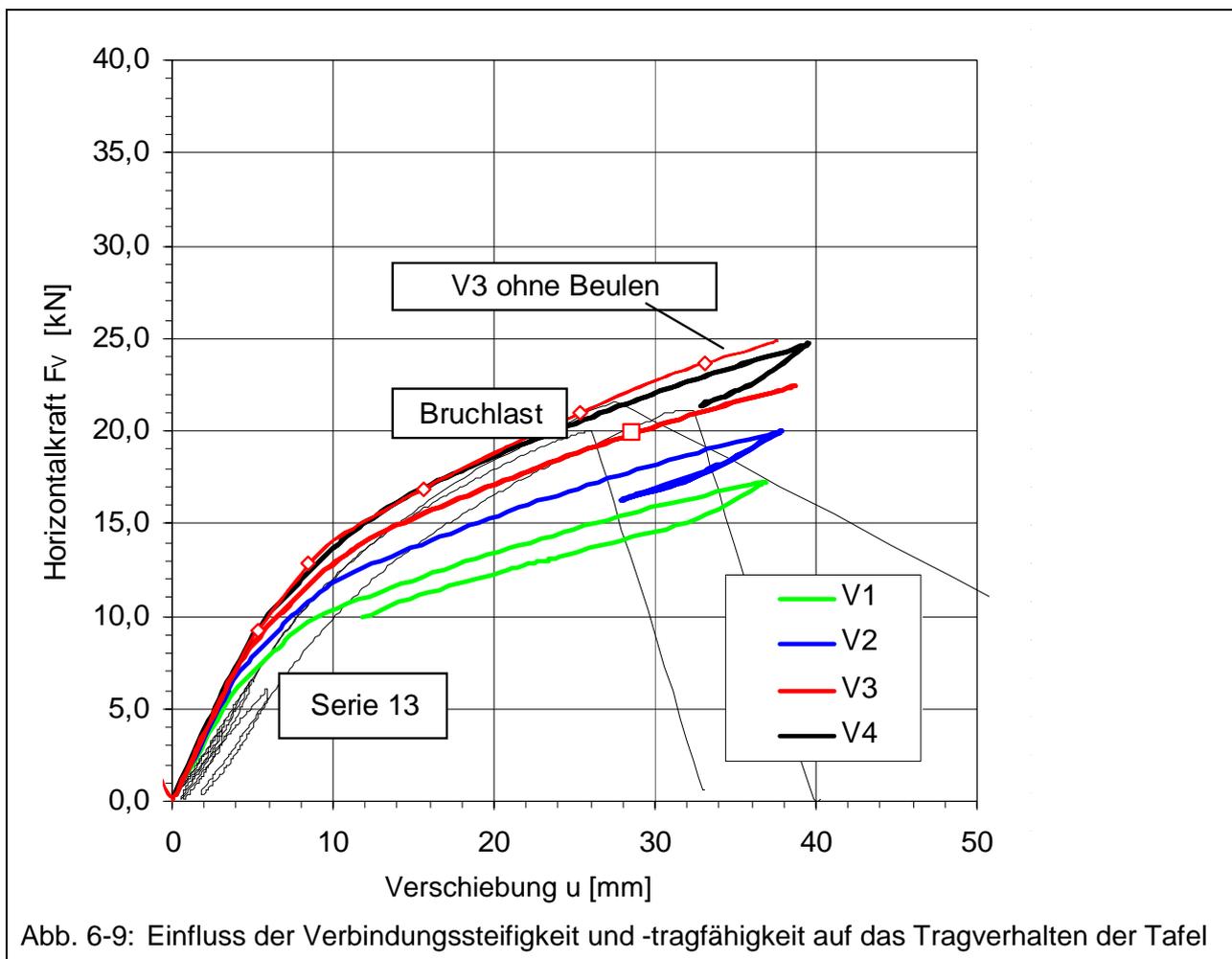
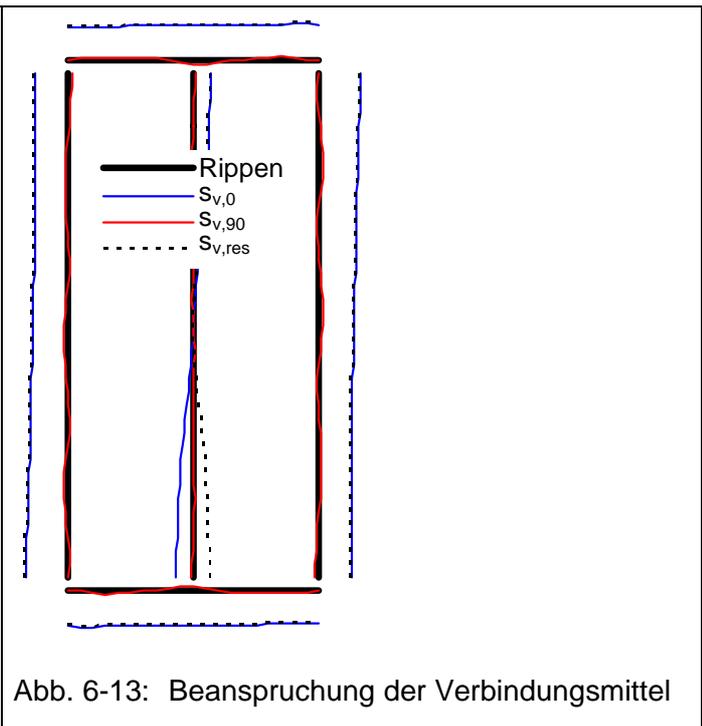
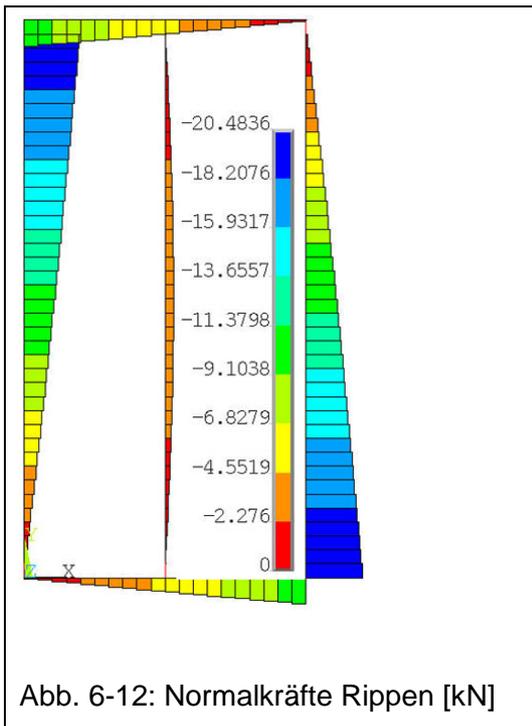
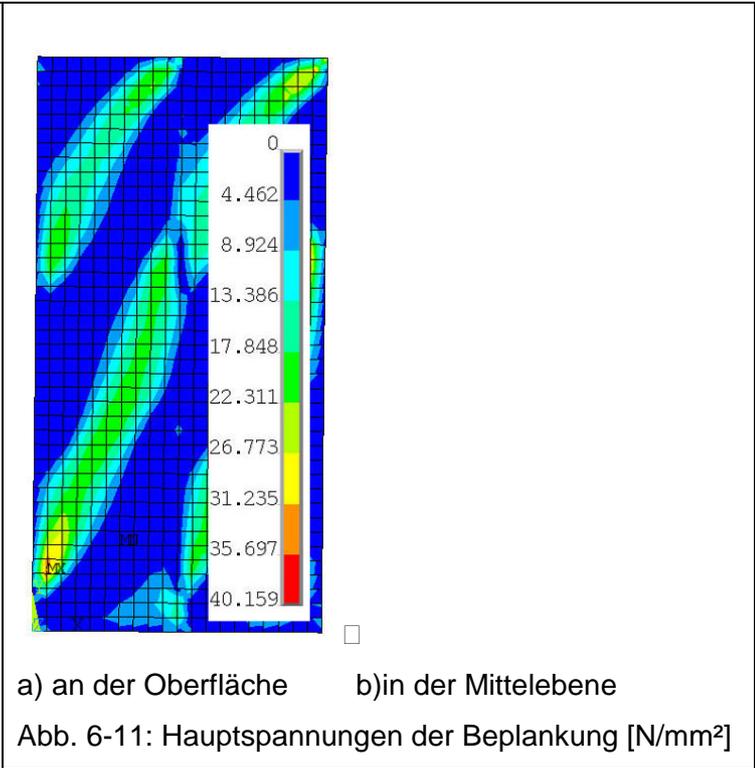
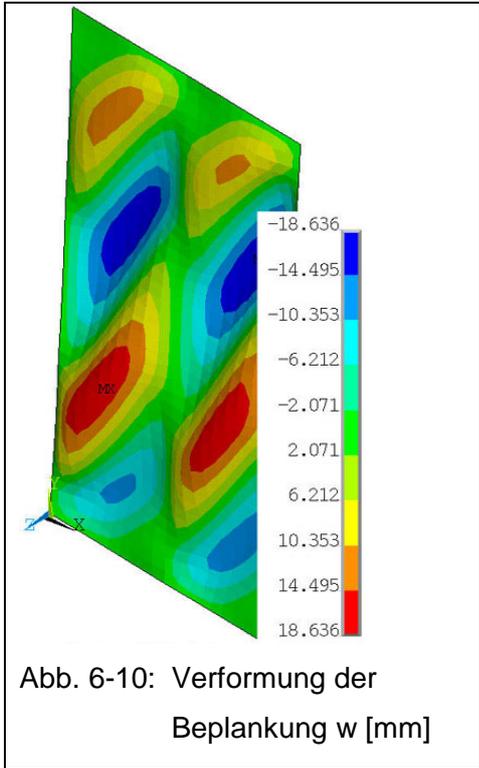


Abb. 6-9: Einfluss der Verbindungssteifigkeit und -tragfähigkeit auf das Tragverhalten der Tafel

In der folgenden Abbildung sind die Verschiebung und die Beanspruchung der Beplankung der Tafel V3 bei der fiktiven Bruchlast von 20 kN dargestellt. Bei der maximalen Verschiebung von $w_{\max} = 18,6$ mm entstehen in der Beplankung Biegespannungsspitzen von $\sigma_{\max} = 40,2$ N/mm². Unter Beachtung der Ergebnisse aus Abb. 5-4 ist ein Biegebruch auf diesem Lastniveau noch nicht zu erwarten, weil die Plastizität der Beplankung ausreicht, um die Spannungsspitzen in benachbarte, weniger

beanspruchte Bereiche umzulagern. Ein Zugbruch der Beplankung ist ebenfalls nicht zu erwarten, weil die Spannungen der Mittelebene, abgesehen von Spannungsspitzen im Bereich der Krafteinleitung, mit $\sigma_{\max} = 8,5 \text{ N/mm}^2$ deutlich unterhalb der gemessenen Zugbruchspannungen liegen, vergl. Abb. 5-3.



Der lineare Verlauf der Normalkräfte der Randrippen ist in Abb. 6-12 gezeigt und steht in direkter Abhängigkeit mit dem fast konstanten Schubfluss, der aus der Beanspruchung der Verbindungsmittel in Abb. 6-13 abgeleitet werden kann. Die Tragfähigkeit aller Verbindungsmittel einer Rippe ist im vorliegenden Fall erschöpft, so dass ein Versagen der Tafel durch ein Versagen der Verbindungsmittel sehr wahrscheinlich ist.

Im vorliegenden Fall darf die Tafel mit beulender Beplankung und multilinearer Verbindungsmittelkennlinie nach der Schubfeldmethode bemessen werden, weil der Verbund umlaufend mit einem konstanten Schubfluss $s_{v,0}$ beansprucht wird. Wie die Ergebnisse aus Kapitel 6.2.1 zeigen, ist der Schubfluss im Allgemeinen nicht konstant. Dieser Sachverhalt ist bei der statischen Bemessung der Tafel zu berücksichtigen, siehe Kapitel 9.

Kapitel 7: Gruppen von Tafeln - Modellstudien mit Beulen

Wie in Abb. 0-5 beschrieben, werden Tafeln in Gebäudeabmessungen aus Tafelgruppen zusammengesetzt, wobei die einzelnen Gurte der Tafelgruppe nicht gestoßen bzw. bis auf Ausnahmen mit einem ausreichend zug- und drucksteifen Stoß ausgeführt sind. Für Tafeln, deren Beplankungen unter der äußeren Kraft F_v eben bleiben, ergeben sich die Tragfähigkeit und Steifigkeit der Tafelgruppe additiv aus der gesamten Länge der Einzeltafeln. Wenn diese Einzeltafeln die in DIN 1052: 2004-8 geforderte Mindestlänge von $h / l_i \leq 4$ besitzen, kann zudem auf den Nachweis der horizontalen Verformung u verzichtet werden. Im vorliegenden Kapitel wird mit Hilfe von FE-Berechnungen geklärt, ob diese Bemessungsregeln für Tafeln mit beulender Beplankung analog angewendet werden dürfen.

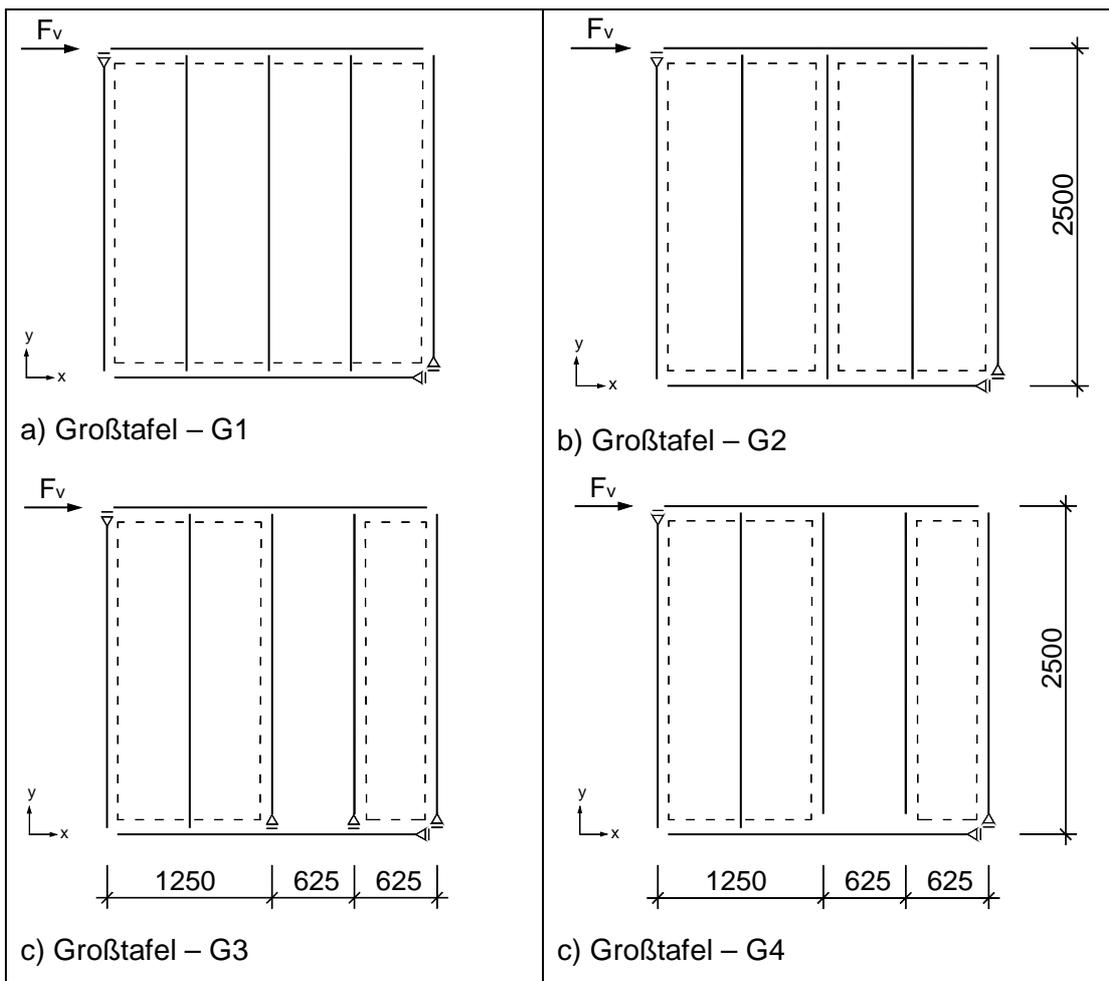


Abb. 7-1: Statische Modelle der Großtafeln in [mm]

Weil HFH-Platten industriell in Formaten $\ell_{\text{HFH}} \times h_{\text{HFH}} = 2600 \times 6000 \text{ mm}$ hergestellt und auf Grund ihres geringen Eigengewichtes in diesem Format effizient verarbeitet werden können, werden hier zudem Beplankungen betrachtet, die sich über vier Tafelfelder erstrecken. Ausgehend vom statischen Modell der Referenztafel aus Kapitel 4.4.4 werden im Folgenden Tafeln mit den Abmessungen $\ell \times h = 2500 \times 2500 \text{ mm}^2$ betrachtet, siehe Abb. 7-1. Die Verbindungsmittelkennlinie bei den Tafeln G1 bis G4 ist bilinear, siehe Abb. 5-9. Tafeln mit einer gelenkigen Verbindung der Rippen untereinander werden hier nicht betrachtet, weil die Ergebnisse aus Kapitel 4 zeigen, dass die Schubfeldmethode geeignet ist, um Tafeln mit beulender Beplankung zu dimensionieren.

Bei der Tafel G1 in Abb. 7-1a ist eine Beplankung mit Tafelabmessungen kontinuierlich an allen Rand- und Innenrippen angeschlossen, während bei der Tafel G2 zwei einzelne Beplankungen abgebildet werden, die an der mittleren Innenrippe gestoßen sind, siehe Abb. 7-1b. Dabei ist jede Beplankung mit einer Verbindungsmittelreihe an diese Rippe gekoppelt. Mit der Gegenüberstellung der Ergebnisse aus G1 und G2 soll der Einfluss der großflächigen Beplankung auf das Tragverhalten der Tafel herausgearbeitet werden.

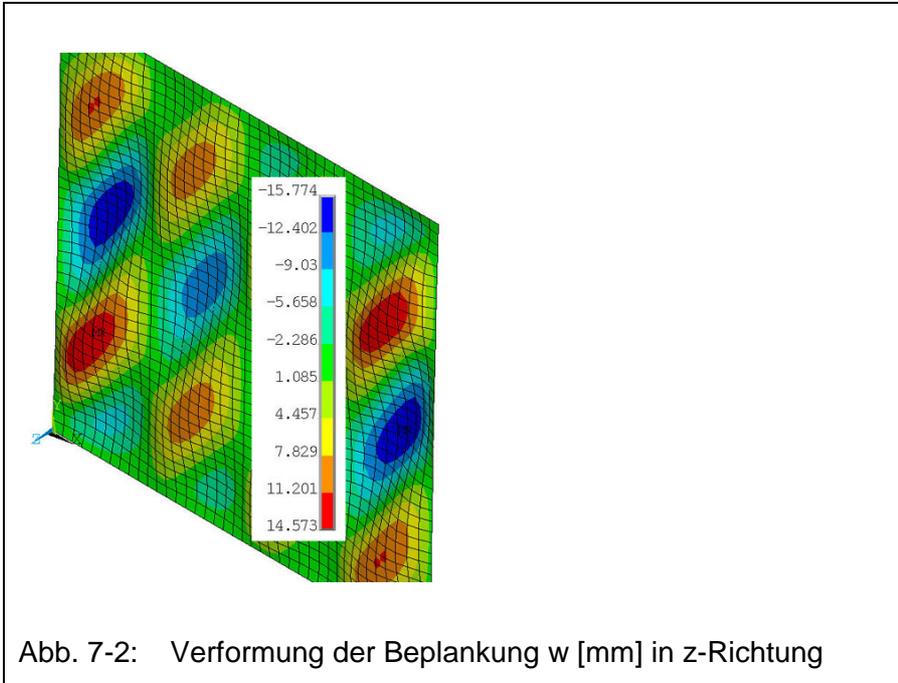
Um Aussagen über die erforderliche Mindestlänge ℓ_{min} der Einzeltafel zu erhalten, werden Tafelgruppen untersucht, bei denen die opaken Einzeltafeln von unterschiedlicher Länge ℓ_i sind. In den Tafeln G3 und G4 ist das dritte Feld nicht mit einer Beplankung versehen, siehe Abb. 7-1c und d. Sind bei G3 die Innenrippen an der Öffnung, wie in DIN 1052: 2004-08 gefordert, vertikal gelagert, so wird in G4 auf diese Lagerung verzichtet. Damit stellt die Tafel G4 einen Sonderfall gegenüber allen in dieser Arbeit sonst betrachteten Tafeln dar, um zu veranschaulichen, dass alles hier Gesagte nur gilt, wenn die Tafeln wie in DIN 1052: 2004-08 gefordert gelagert werden.

Die Ergebnisse der Berechnungen G1 bis G4 werden nur auf dem Niveau der plastischen Tragfähigkeit dargestellt. Eine Gegenüberstellung mit der elastischen Tragfähigkeit liefert gegenüber Kapitel 4 keine neuen Erkenntnisse.

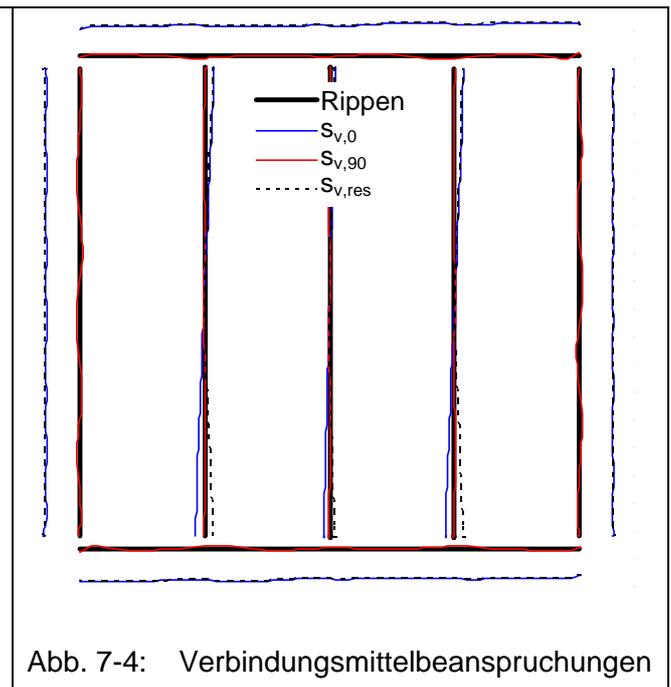
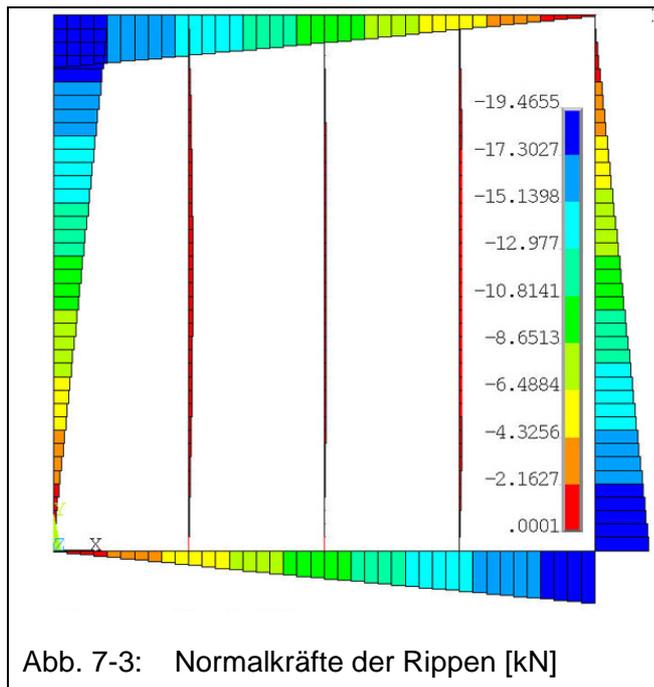
7.1 Tafel G1

In Abb. 7-1a ist das statische Modell der Tafel G1 dargestellt, das infolge der äußeren Kraft F_V im Zustand der plastischen Tragfähigkeit $w_{\text{max}} = 15,8 \text{ mm}$ beult, siehe Abb. 7-2.

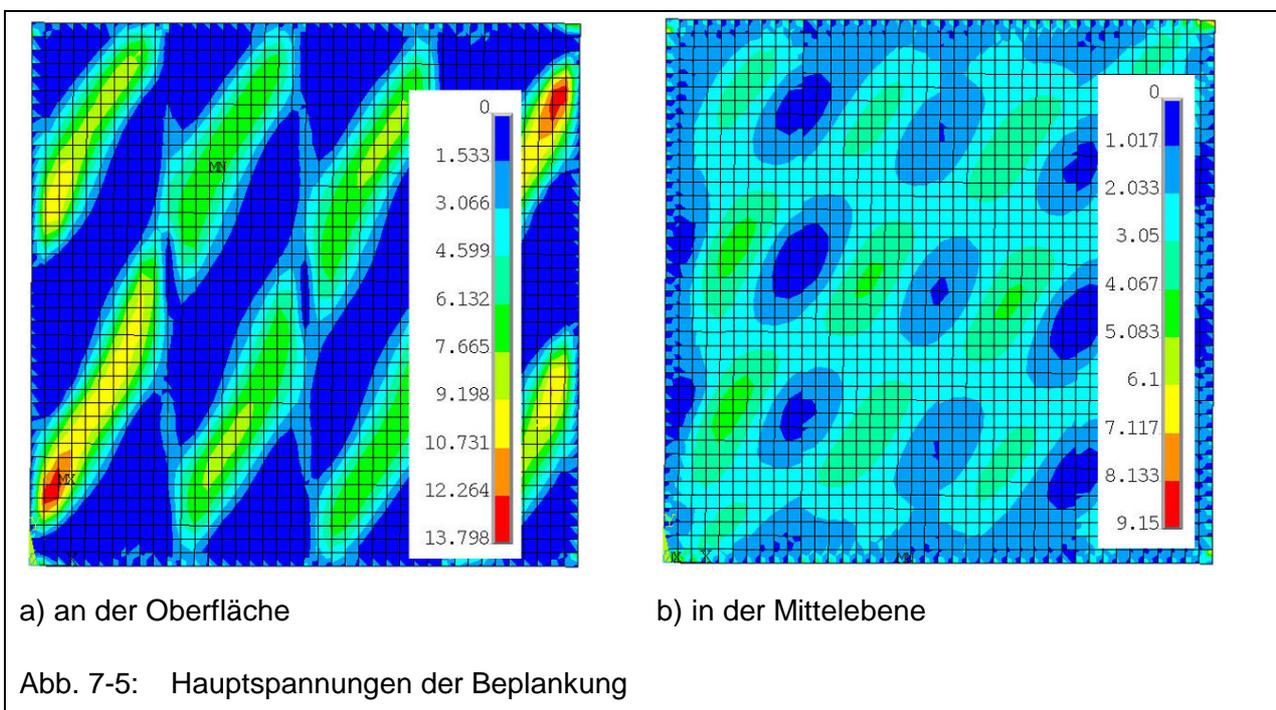
Dabei ist das Beulmuster der Rand- und Innenfelder identisch, wobei die Verschiebung der Beplankung der Randfelder senkrecht zur Tafelebene ca. 25% stärker ist als die der Mittelfelder.



Weil die Rippen nicht miteinander verbunden sind, werden sie fast ausschließlich durch Normalkräfte beansprucht, siehe Abb. 7-3 .



Während die Normalkräfte in den Randrippen linear in Abhängigkeit zu den Tafelabmessungen verteilt sind, werden die Innenrippen wenig beansprucht, wobei die erste und dritte Innenrippe größere Normalkräfte erfahren als die Mittelrippe. Die Querkräfte und Biegemomente sind von untergeordneter Bedeutung, vergl. Kapitel 4, und werden deshalb hier nicht gesondert dargestellt. Aus dem Normalkraftverlauf der Gurte kann der Schubfluss $s_{v,0}$ in der Beplankung abgeleitet werden. Die Verbindungsmittel der Randrippen werden in idealer Weise parallel zu den Rippen beansprucht, wie Abb. 7-4 verdeutlicht. Die Störungen senkrecht zum Rand können vernachlässigt werden.

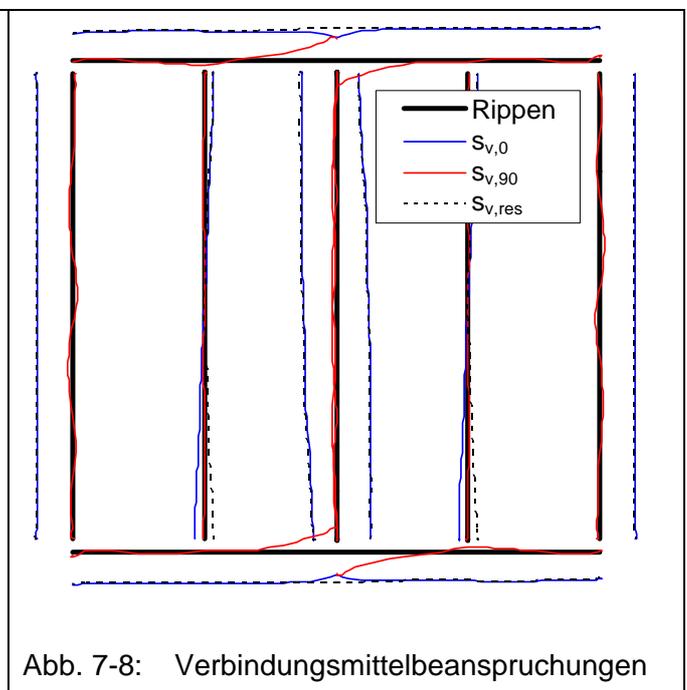
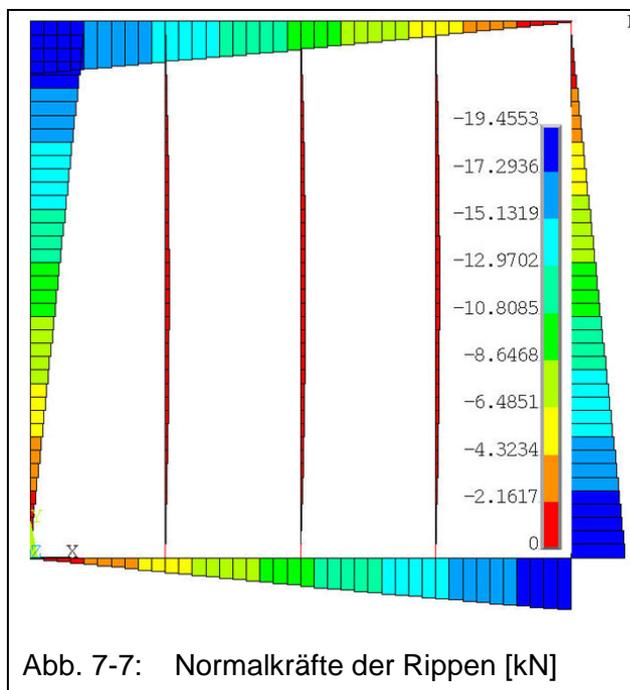
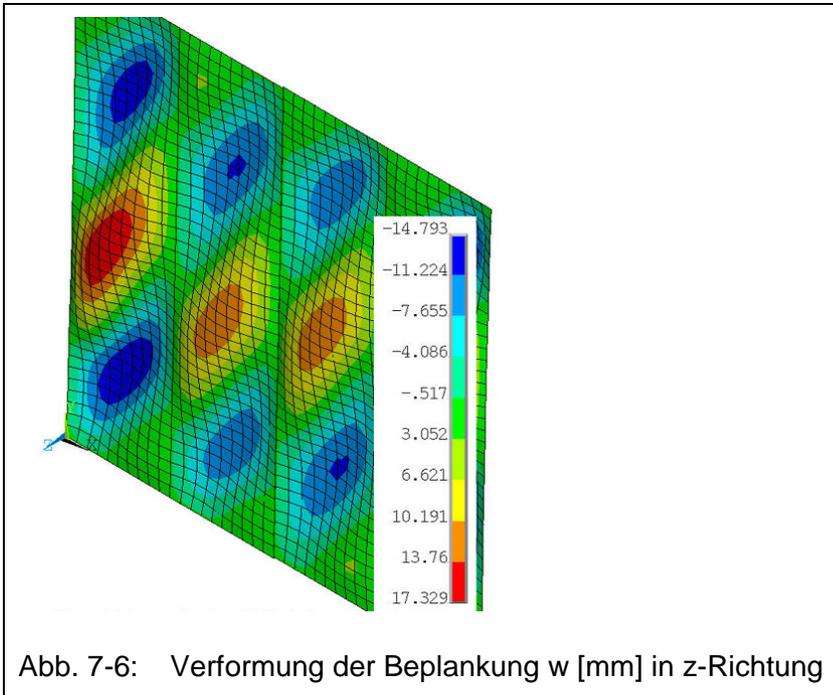


Die Beanspruchungen der Beplankung sind in Abb. 7-5 dargestellt. Die Hauptspannungen der Beplankung sind verglichen mit denen der Referenztafel in der Mittelebene um ca. 8% und an der Oberfläche um ca. 5% größer, vergl. Abb. 4-49 und Abb. 4-50.

7.2 Großtafel G2

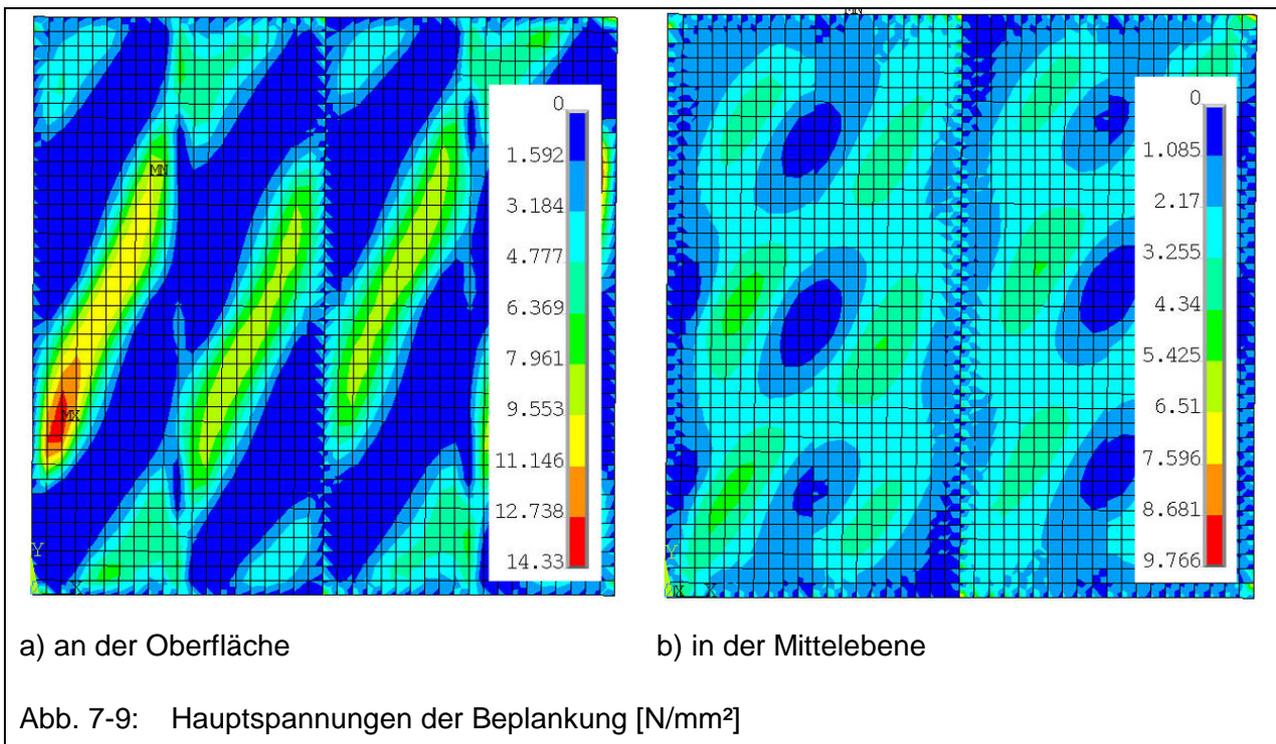
In Abb. 7-1b ist das statische Modell der Tafel G2 dargestellt, das infolge der äußeren Kraft F_v im Zustand der plastischen Tragfähigkeit $w_{\max} = 17,3$ mm beult, siehe Abb. 7-6. Dabei ist das Beulmuster der Rand- und Innenfelder identisch, wobei die Verschiebung der Beplankung der Randfelder ca. 25% stärker ist als die der Mittelfelder. Wegen des Plattenstoßes wachsen die Verformungen gegenüber der ungestoßenen Beplankung aus

G1 um ca. 10% an, weil keine Durchlaufwirkung der Beplankung über mehr als zwei Felder vorhanden ist.



Weil die Rippen nicht miteinander verbunden sind, werden sie fast ausschließlich durch Normalkräfte beansprucht, siehe Abb. 7-7. Die Querkräfte und Biegemomente sind von untergeordneter Bedeutung und nur im Bereich des Plattenstoßes entstehen in den

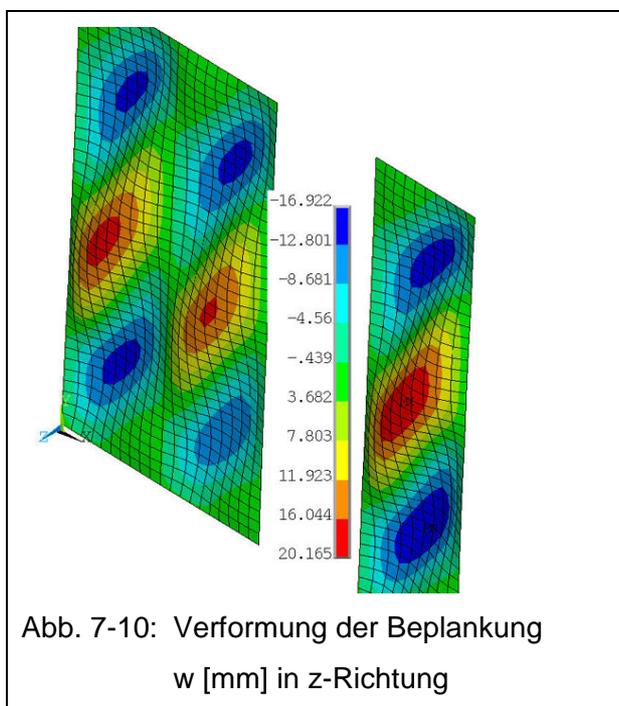
horizontalen Rippen Querkräfte, die aus der Verteilung der Beanspruchung der Verbindungsmittel in Abb. 7-8 abgeleitet werden können. Das ideale Schubfeld wird durch die biegesteifen horizontalen Rippen am Plattenstoß gestört, so dass diese Verbindungsmittel senkrecht zum Beplankungsrand beansprucht werden. Da die Graphen $S_{V,0}$ und $S_{V,90}$ über der Mittelrippe den gleichen Wert annehmen, werden diese Verbindungsmittel unter einem Winkel von 45° zur Schwerachse der horizontalen Rippe beansprucht.



Wegen des Stoßens der Beplankung steigen die Hauptspannungen der Beplankung, wie der Vergleich von Abb. 7-9 mit Abb. 7-5 verdeutlicht. Bezogen auf die Hauptspannungen der Referenztafel vergrößern sie sich in der Mittelebene um ca. 15% und an der Oberfläche um ca. 8%, vergl. Abb. 4-49 und Abb. 4-50.

7.3 Großtafel G3

Bei der Großtafel G3 ist das dritte Feld nicht mit einer Beplankung versehen sondern offen, wobei die Rippen rechts und links neben der Öffnung zusätzlich zu den Randrippen vertikal starr gelagert sind, wie das statische Modell in Abb. 7-1c zeigt. Die horizontalen Rippen sind auf der gesamten Länge biegesteif. Die verformte Struktur in Abb. 7-10 verdeutlicht, dass die Beplankung des schlanken Feldes stärker beult als die des doppelt so breiten, linken Feldes. Die maximale Verschiebung der Beplankung in z-Richtung beträgt 20,2 mm und ist ca. 37% größer als bei Tafel G1.



Die Normalkräfte der Randrippen verlaufen linear im Bereich der geschlossenen Teilflächen und konstant an den horizontalen Rippen über der Öffnung, wie Abb. 7-11 zeigt. Offensichtlich sind die horizontalen Rippen in beiden Teiltafeln eingespannt, so dass der konstante Querkraftverlauf über der Öffnung zu Stützmomenten am jeweiligen Tafelanschnitt von $\max M = 0,25 \text{ kNm}$ führt, vergl. Abb. 7-12 und Abb. 7-13.

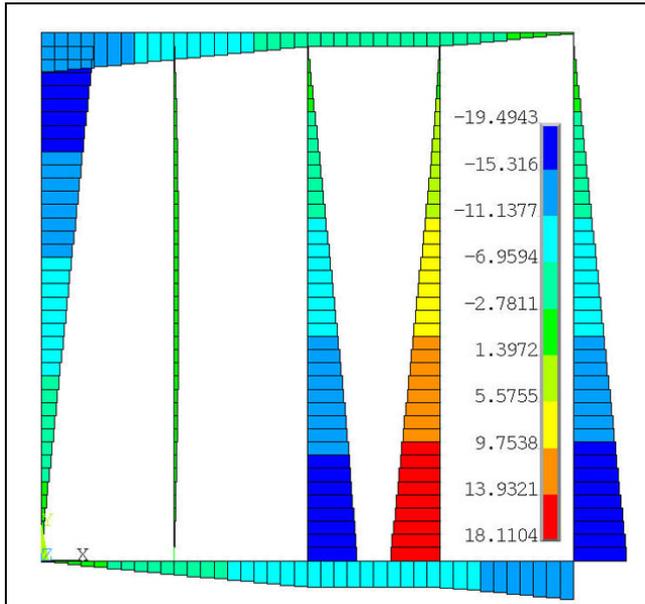


Abb. 7-11: Normalkräfte der Rippen [kN]

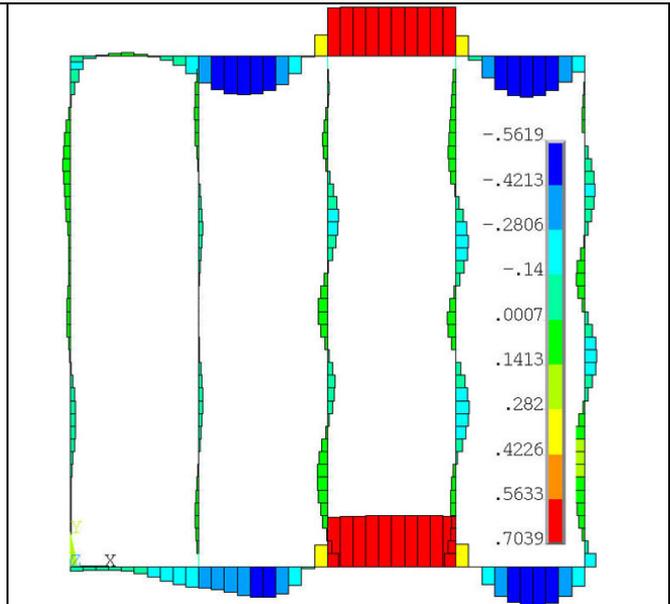


Abb. 7-12: Querkräfte der Rippen [kN]

Die Öffnung verursacht eine Störung des idealen Schubfeldes, weil die Rippen durchgängig biegesteif sind. An ihren Ecken entstehen planmäßig Verbindungsmittelbeanspruchungen $s_{v,90}$ senkrecht zum Plattenrand, vergleichbar mit denen der gelenkigen Verbindung der Rippen untereinander, siehe Kapitel 4.4.2. Diese Beanspruchungen $s_{v,90}$ und $s_{v,0}$ sind gleichgroß, so dass das Verbindungsmittel in der Ecke in einem Winkel von 45° zum Beplankungsrand beansprucht wird.

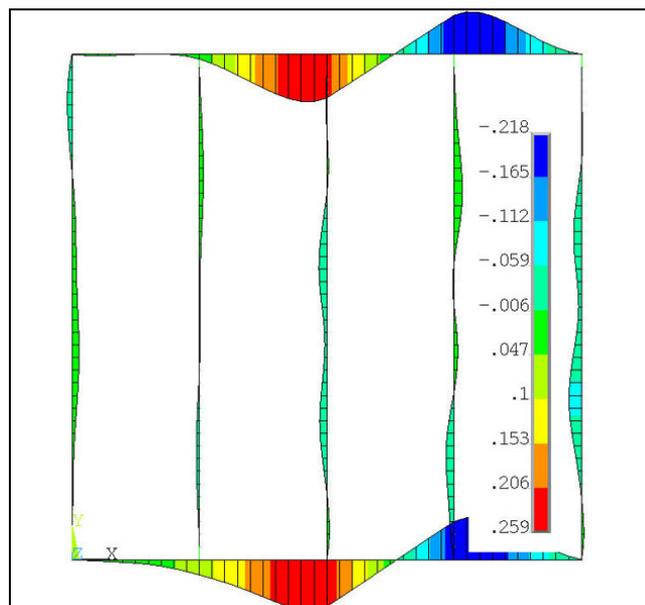


Abb. 7-13: Biegemomente der Rippen [kNm]

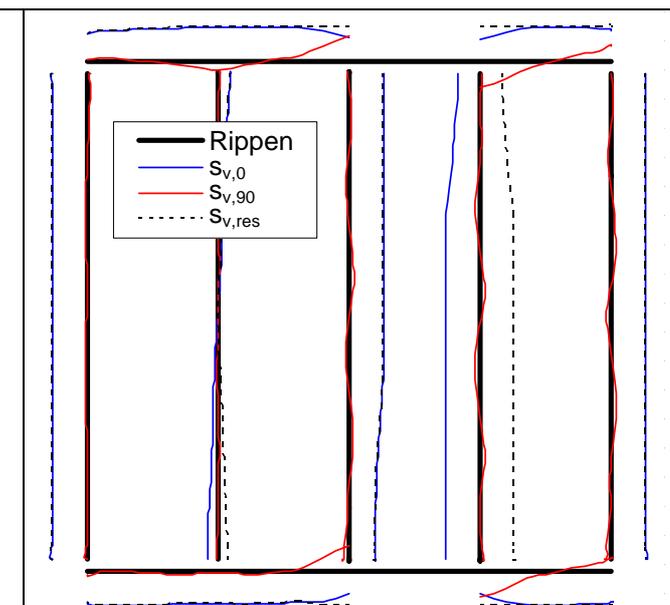
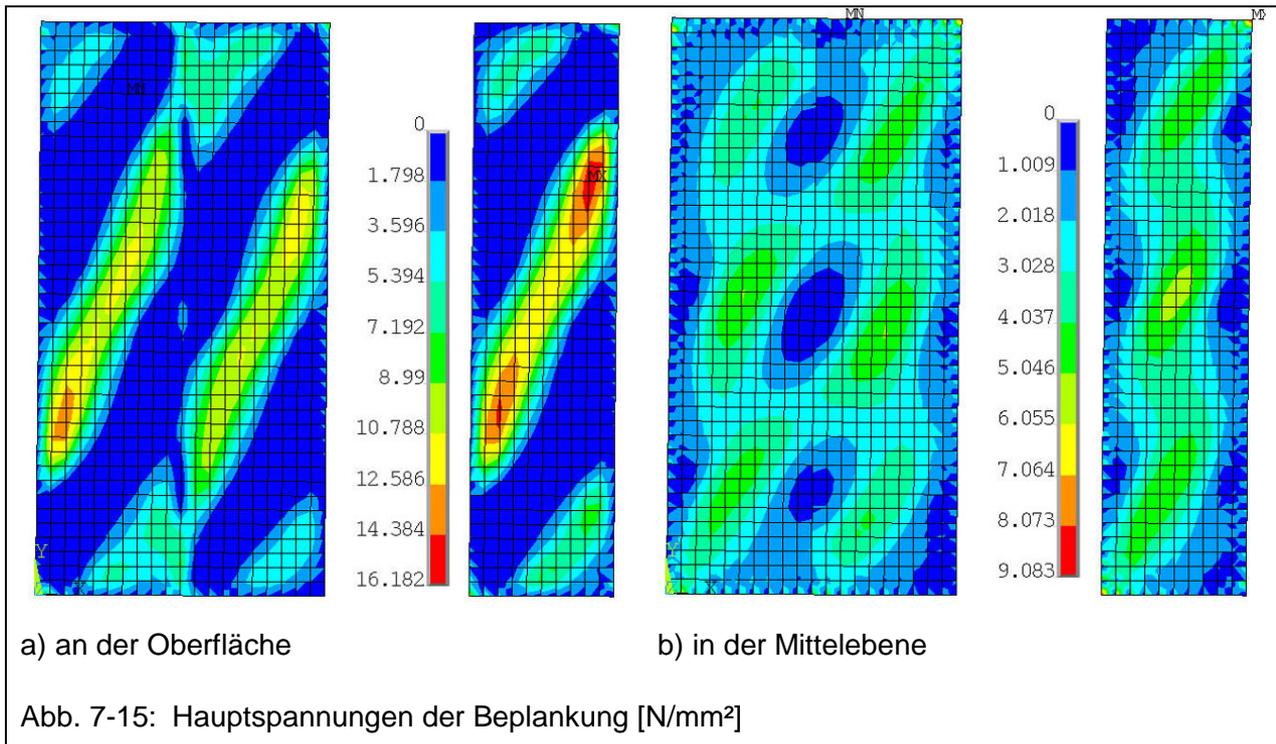


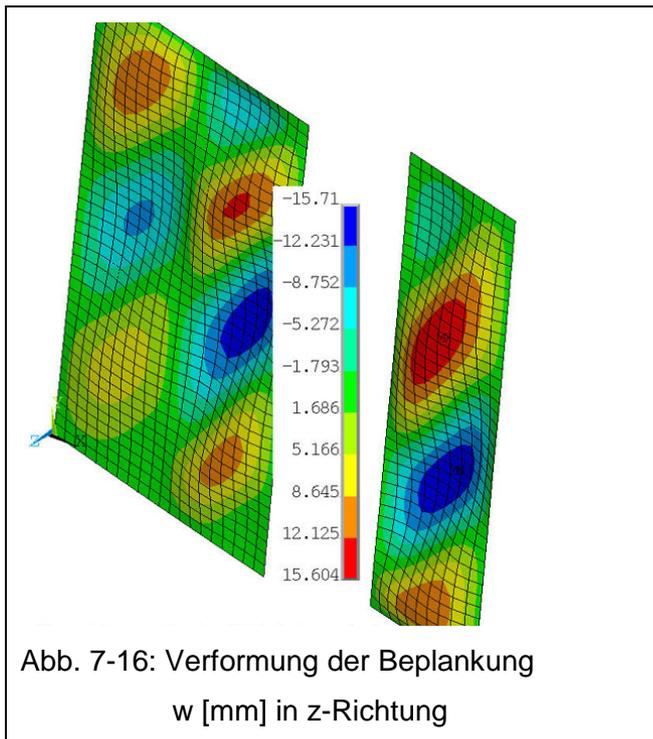
Abb. 7-14: Verbindungsmittelbeanspruchungen



Die größte Hauptspannung der Beplankung tritt an der Oberfläche des schlanken Teilfeldes mit 16,2 N/mm² auf und ist damit ca. 12% größer als bei der Tafel G2. Die Beanspruchungen in der Mittelebene entsprechen quantitativ denen der Tafel G1.

7.4 Großtafel G4

Die Konstruktionen der Tafeln G4 und G3 sind identisch. Lediglich die Rippen rechts und links neben der Öffnung sind vertikal nicht gelagert, siehe Abb. 7-1d. Dieser Unterschied führt zu keiner signifikanten Veränderung der Verformung der Beplankung, wie der Vergleich von Abb. 7-16 mit Abb. 7-10 veranschaulicht.



Dass der Verzicht auf die vertikalen Lagerungen neben den Öffnungen nachhaltige Auswirkungen auf das Tragverhalten der Tafel hat, wird erst nach der Auswertung der Schnittkräfte der Rippen, der Verbindungsmittelbeanspruchung und der horizontalen Tafelsteifigkeit in Kapitel 7.5 deutlich.

Dadurch, dass die einzelnen Tafeln nicht an beiden Randrippen vertikal gelagert sind, ist deren Schubfeld nicht nur lokal, sondern grundsätzlich gestört. Die Normalkräfte in den Rippen neben der Öffnung sind linear mit wechselndem Vorzeichen, so dass das

Integral $\int_{x_{loc}=0}^{x_{loc}=h_j} N(x_{loc}) dx_{loc} = 0$ ist, siehe Abb. 7-17. Die Normalkraft an den Enden der Rippen

verursacht einen Querkraftsprung von ca.10 kN in den horizontalen Rippen. Über der Öffnung ist die Querkraft gemäß Abb. 7-18 mit 6,4 kN konstant und die horizontalen Rippen werden auf Biegung um ihre schwache Achse beansprucht. Dabei sind diese

Rippen unterschiedlich steif in die beiden Tafeln eingespannt. Die Biegeverformungen dieser Rippen sind nicht zu vernachlässigen, wie das Kraft-Weg-Diagramm in Kapitel 7.5 zeigt. Folglich werden alle Verbindungsmittel der horizontalen Rippen senkrecht zu dieser mit $s_{v,90}$ beansprucht.

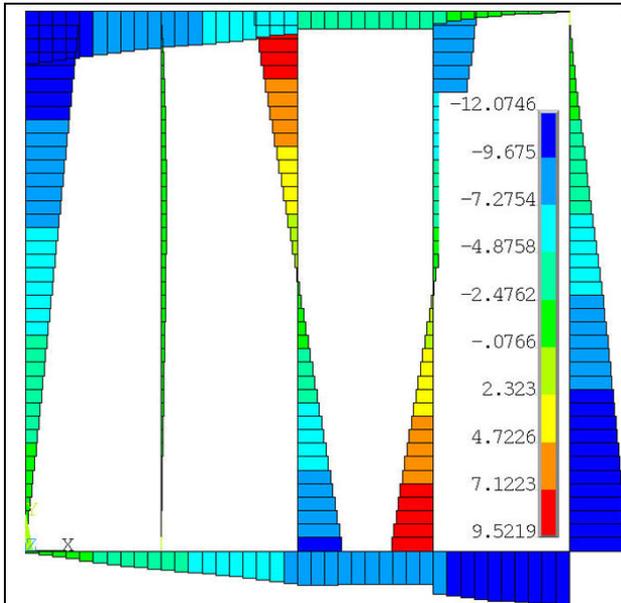


Abb. 7-17: Normalkräfte der Rippen [kN]

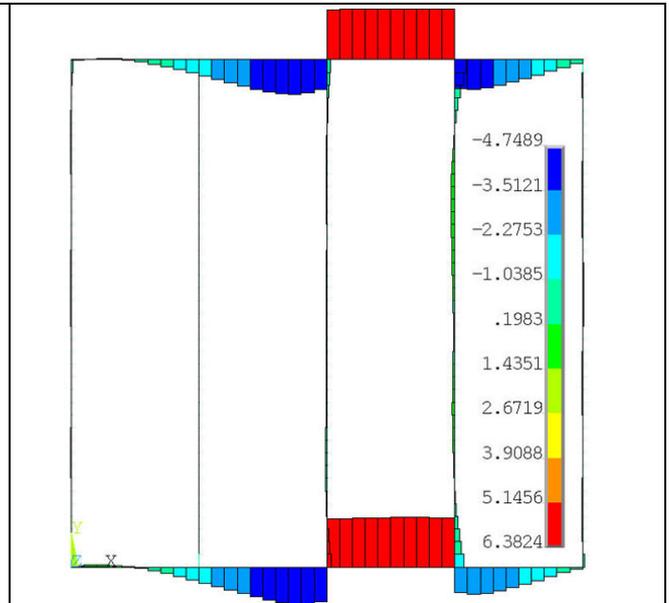


Abb. 7-18: Querkräfte der Rippen [kN]

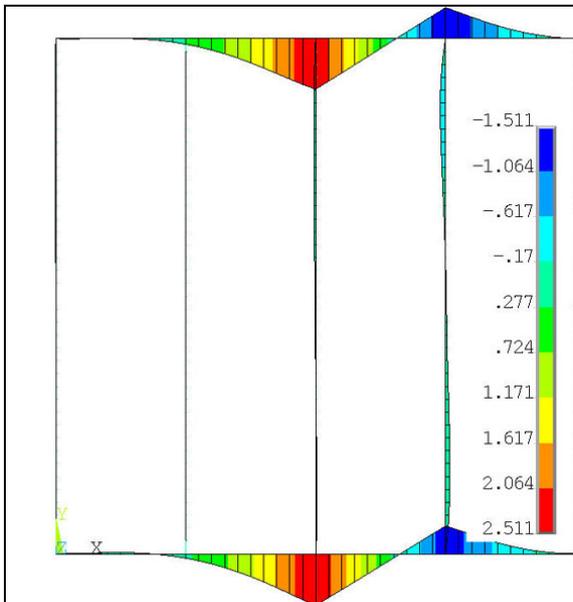


Abb. 7-19: Biegemomente der Rippen [kNm]

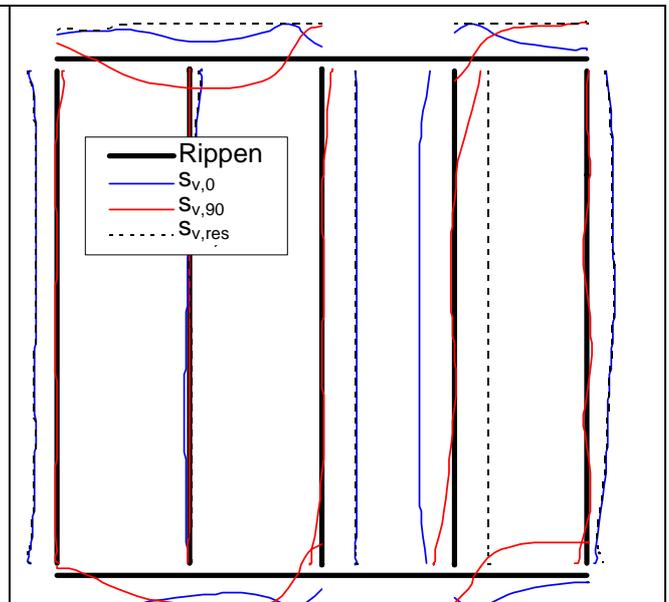
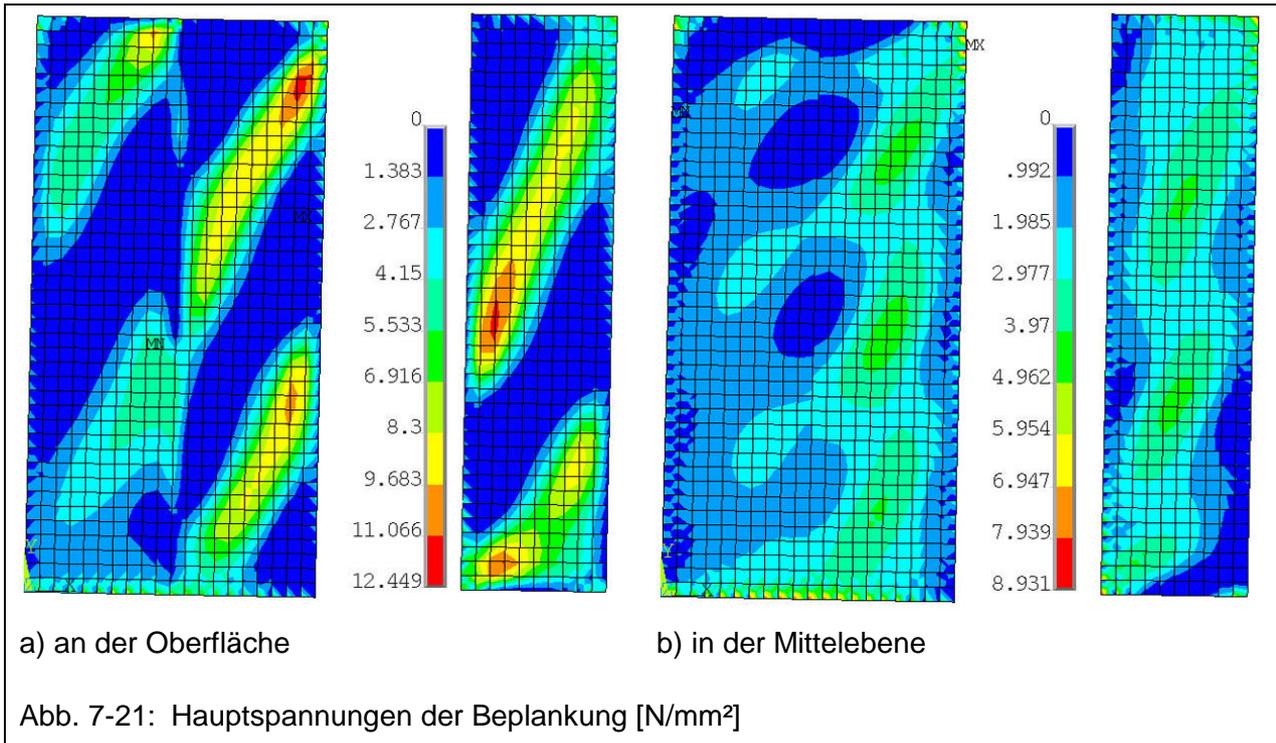


Abb. 7-20: Verbindungsmittelbeanspruchung

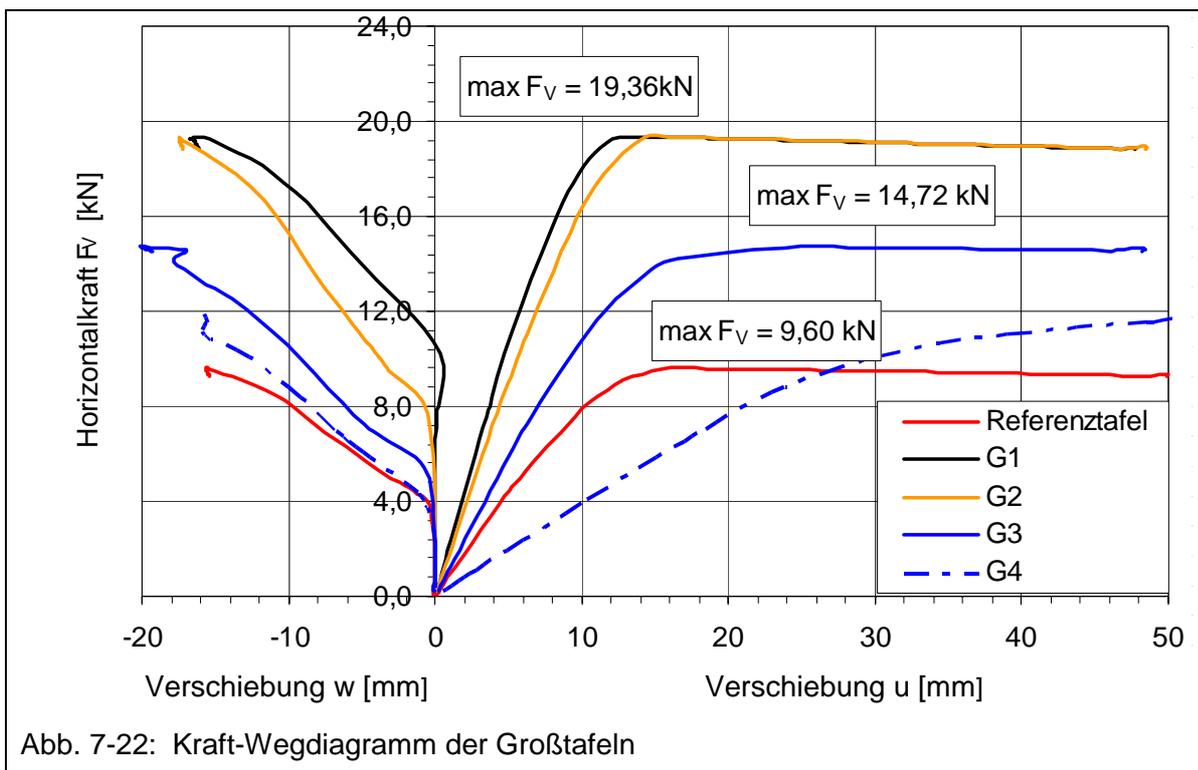
Abb. 7-20 verdeutlicht eindrucksvoll, dass diese Tafelgruppe nicht mit einem konstanten Schubfluss entlang der Gurte beansprucht wird. Eine Abschätzung der Beanspruchungen der Verbundbauteile auf der Grundlage der Schubfeldtheorie ist bei unzureichend verankerten Tafelgruppen oder Einzeltafeln nicht zulässig und zwar unabhängig vom Beulverhalten der Beplankung.



Die Biegespannungen der Beplankung sind an der Öffnung mit 12,5 N/mm² am größten, siehe Abb. 7-21, und nehmen zu den Randrippen der Großtafel ab. Insgesamt ist die Biegebeanspruchung der Beplankung ca. 36% geringer als bei der Tafel G3. Dabei ist zu beachten, dass die äußere Kraft F_V im Grenzzustand der plastischen Tragfähigkeit ca. 38% geringer ist als bei G3.

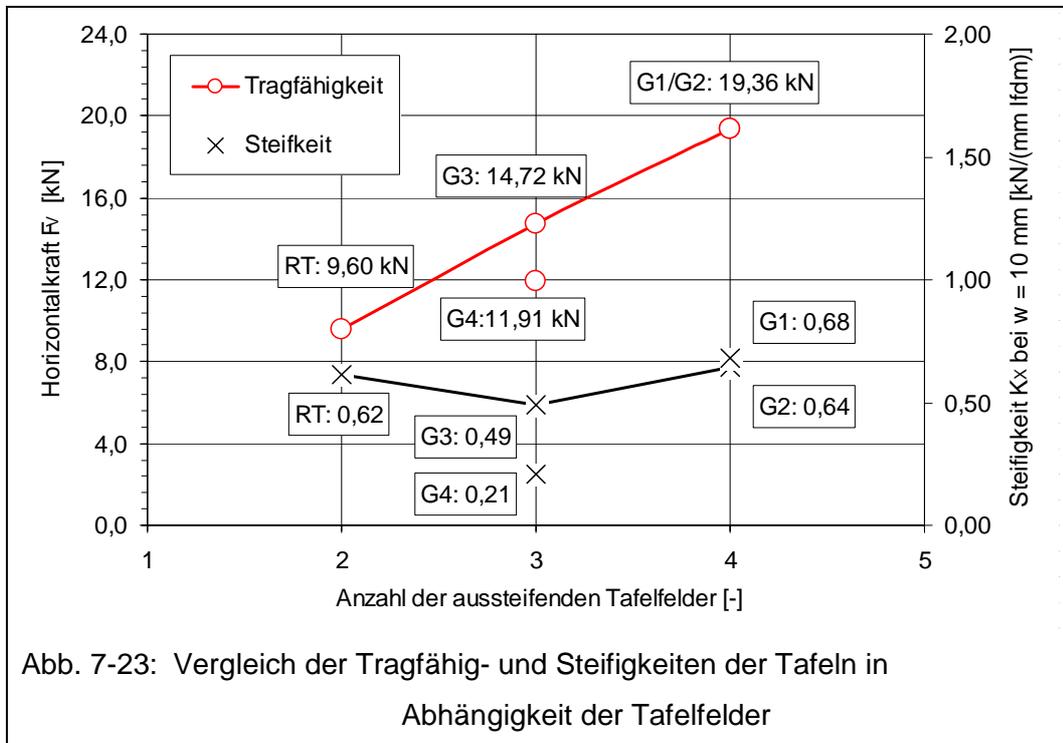
7.5 Vergleich der Großtafeln

In Abb. 7-22 sind die Kraft-Weg-Graphen der Großtafeln G1 bis G4 der berechneten Referenztafel aus Kapitel 4.4.4 gegenübergestellt. Auf der positiven Abszissenachse ist die maximale Verschiebung der Tafeln in x-Richtung und auf der negativen Abszissenachse die zugehörige maximale Verschiebung der Beplankung in z-Richtung dargestellt. Verglichen mit der Referenztafel haben die Tafeln G1 sowie G2 mit 19,36 kN eine doppelt so große plastische Tragfähigkeit F_V und die Tafel G3 mit 14,72 kN eine um ca. 50% gesteigerte Tragfähigkeit gegenüber der Referenztafel. Auf Grund ihrer geringen horizontalen Steifigkeit K_X ist die plastische Tragfähigkeit F_V der Tafel G4 in Abb. 7-22 nicht dargestellt. Es ist lediglich ein asymptotisches Annähern an den Graphen der Tafel G3 zu erkennen. Die Tragfähigkeit der Tafel mit beulender Beplankung wächst offensichtlich linear mit deren Länge, wenn das Seitenverhältnis der Einzeltafel $h / l_i \leq 4$ beträgt.



In Abb. 7-23 sind über der Anzahl der beplankten Tafelfelder mit $l_i = 625$ mm die Gesamttragfähigkeit $F_{V,pl}$ der Tafelgruppe sowie die Anfangssteifigkeit K_X der Tafel in x-Richtung je laufendem Meter bei $u = 10$ mm dargestellt. Offensichtlich gilt der lineare Zusammenhang zwischen Feldanzahl bzw. Tafellänge l und der plastischen Tragfähigkeit

$F_{V,pl}$ nur dann, wenn alle Teiltafeln an ihren Rändern, wie in DIN 1052: 2004-08 gefordert, vertikal gelagert werden. Ein Verzicht dieser Lager führt zu einem signifikanten Tragfähigkeitsverlust der Tafelgruppe, siehe Tafel G4.



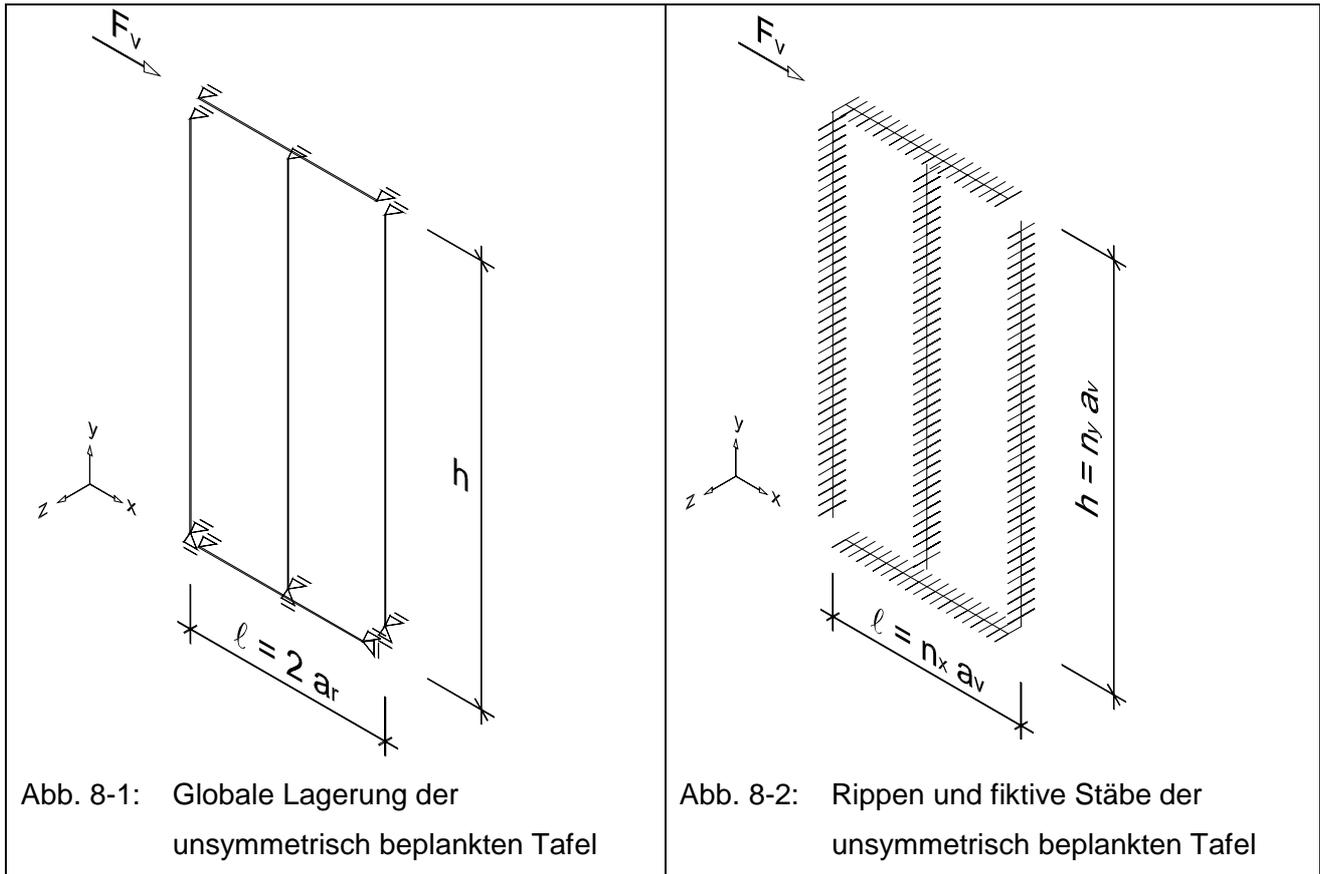
Die Anfangssteifigkeit K_x [kN/(mm lfdm)] der Tafeln in x-Richtung ist nicht ausschließlich von der Länge der Tafelgruppe abhängig, sondern auch von der Plattengröße der Beplankung. Gegenüber der Referenztafel nimmt die Steifigkeit K_x bei den Tafeln G1 um ca. 10% bzw. bei der Tafel G2 um ca. 3% zu und nimmt bei der Tafel G3 um ca. 20% ab. Bei der Tafel G4 sinkt die längenbezogene Steifigkeit K_x um ca. 64%, so dass diese Konstruktionsform für gebäudeaussteifende Tafelgruppen nicht geeignet ist. Grundsätzlich sollte das Format der Beplankung so groß wie möglich gewählt werden, um eine steife Konstruktion zu erhalten.

Kapitel 8: Unsymmetrisch beplankte Tafeln

In der Holzbaupraxis werden insbesondere bei Außenwänden auf Grund von bauphysikalischen und fertigungstechnischen Randbedingungen im statischen Sinn unsymmetrisch beplankte Tafeln eingesetzt, vergl. Abb. 0-2. In DIN 1052: 2004-08 sind Verfahren beschrieben, wie diese Tafeln hinsichtlich Tragfähigkeit und Steifigkeit zu beurteilen sind. Damit Tafeln, die auf der einen Seite mit einer dünnen, beulenden Beplankung und auf der anderen Seite mit einer dicken, nicht beulenden Beplankung versehen sind, zuverlässig bemessen werden können, wird in diesem Kapitel das Zusammenwirken von unterschiedlichen Beplankungen untersucht.

Um das Tragverhalten dieser Tafeln analysieren zu können, sind die bisher verwendeten statischen Modelle nicht geeignet, weil dort unter Ausnutzung der Symmetrie zur Tafelmittlebene nur eine Beplankung in der Berechnung abgebildet wird, vergl. Abb. 3-4. Das Modell für die dreidimensionale Abbildung des idealen Schubfeldes der Tafel wird daher, wie in Abb. 8-1 dargestellt, aus dem in Kapitel 3 beschriebenen Modell entwickelt.

Die Rippen sind untereinander nicht verbunden, so dass an ihren Schnittpunkten weder Kräfte noch Momente direkt übertragen werden können. Zusätzlich zu den vier starren Lagern in der Tafelebene ist jede Rippe am Anfang und am Ende senkrecht zur Tafelebene starr gelagert. Eine modellmäßige Torsionslagerung der Rippen ist nicht erforderlich, weil die Verbindungsmittel der beiden Beplankungen eine drillsteife Lagerung für die Rippen bilden. Der in Kapitel 3.2 beschriebene Ablauf der numerischen Berechnung bleibt unverändert. Es ist aber erforderlich, die Rippen mit einem räumlichen Biegestab mit sechs Freiheitsgraden je Stabknoten abzubilden und, wie in Abb. 8-2 dargestellt, im Verbindungsmittelabstand a_v beidseitig mit biegestarren, fiktiven Stäben zu versehen. Die Beplankung ist gelenkig an die freien Enden der fiktiven Stäbe angeschlossen. In x- sowie y-Richtung werden die Kräfte über jeweils eine richtungstreue Feder vom fiktiven Stab in die Beplankung eingeleitet. Das jeweilige Federgesetz ist bilinear mit der in Kapitel 4 verwendeten Verbindungsmittelkennlinie. Auch die Geometrie- und Materialeigenschaften der Rippen bleiben unverändert, so dass die Ergebnisse der Referenztafel mit Mittelrippe, ohne Verbindung der Rippen und mit Beulen, siehe Kapitel 4.4.4, direkt mit den hier gewonnenen Erkenntnissen verglichen werden können.



Die Beplankungsdicken t_1 und t_2 werden, wie in Tabelle 8-1 zusammengestellt, variiert. Bei der ersten Berechnung werden zwei 4,0 mm dünne Beplankungen abgebildet, die unter der horizontalen Kraft F_v beulen. Anschließend wird die 4,0 mm dünne Beplankung durch eine 15,0 mm starke ersetzt, deren Imperfektion $w_0 = 0,0001$ mm beträgt, so dass sie in der Berechnung nicht beult.

Bei allen Berechnungen in Kapitel 8 wird die Verbindungsmitteltragfähigkeit $R = 500$ N angenommen. Der Einfluss der Werkstoffdicke t auf die Verbindungsmitteltragfähigkeit wird nicht berücksichtigt.

Wegen der unsymmetrischen Beplankung der Rippen werden diese, anders als im symmetrischen Fall, mit allen sechs Schnittgrößen N_x , Q_y , Q_z , M_x , M_y und M_z beansprucht, so dass zusätzlich zu überprüfen ist, ob die Rippen diese Zusatzbeanspruchungen aufnehmen können.

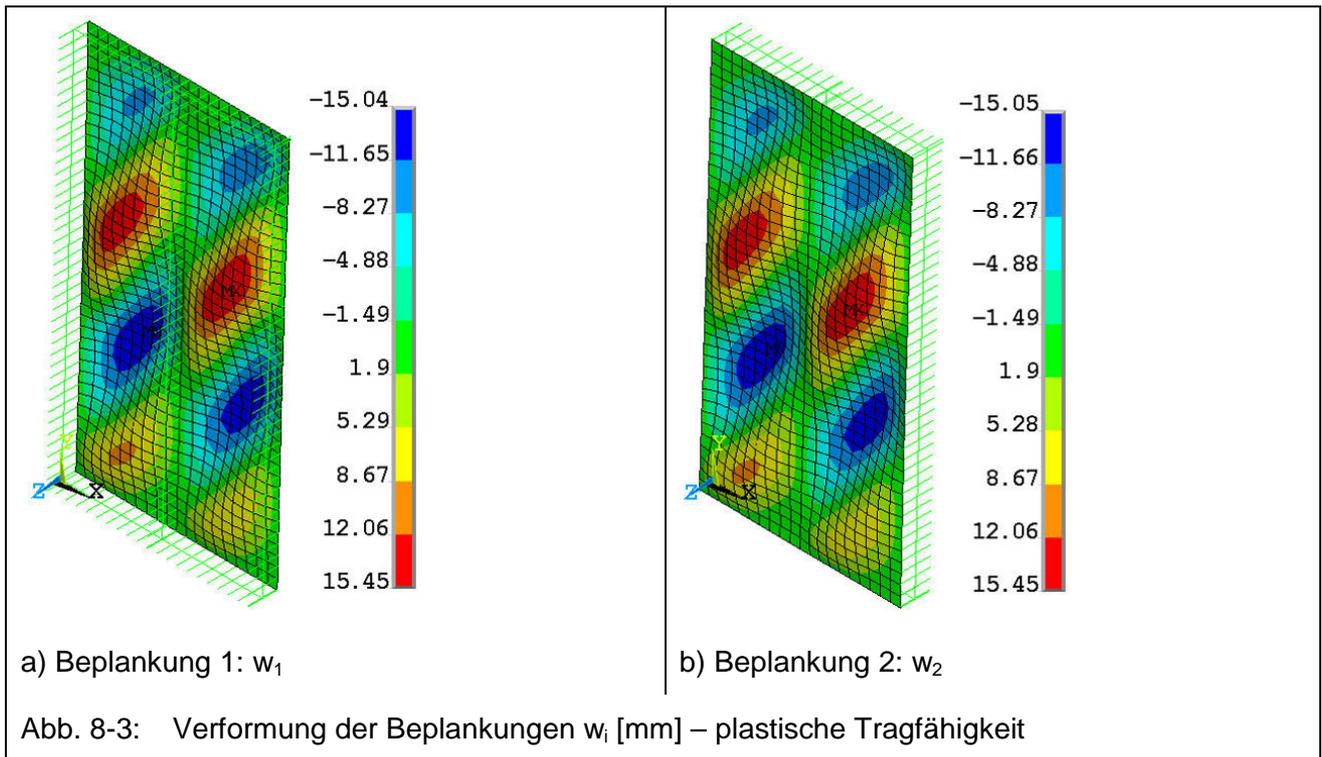
Die Ergebnisse der drei Berechnungen, die unter obiger Zielsetzung relevant sind, werden in den folgenden Abschnitten dargestellt.

	Berechnung	Beplankung 1	Beplankung 2	Rippen
1	Referenztafel aus Kapitel 4.4.4	$t_1 = 4,0 \text{ mm}$ $E_1 = 5000 \text{ N/mm}^2$ $G_1 = 1250 \text{ N/mm}^2$	-	$h = 90 \text{ mm}$ $b = 60 \text{ mm}$ $E = 11.000 \text{ N/mm}^2$ $G = 690 \text{ N/mm}^2$
2	Beidseitig dünne Beplankung - symmetrisch	$t_1 = 4,0 \text{ mm}$ $E_1 = 5000 \text{ N/mm}^2$ $G_1 = 1250 \text{ N/mm}^2$	$t_2 = 4,0 \text{ mm}$ $E_2 = 5000 \text{ N/mm}^2$ $G_2 = 1250 \text{ N/mm}^2$	$h = 180 \text{ mm}$ $b = 60 \text{ mm}$ $E = 11.000 \text{ N/mm}^2$ $G = 690 \text{ N/mm}^2$
3	Einseitig dicke / dünne Beplankung – unsymmetrisch	$t_1 = 15,0 \text{ mm}$ $E_1 = 5000 \text{ N/mm}^2$ $G_1 = 1250 \text{ N/mm}^2$	$t_2 = 4,0 \text{ mm}$ $E_2 = 5000 \text{ N/mm}^2$ $G_2 = 1250 \text{ N/mm}^2$	$h = 180 \text{ mm}$ $b = 60 \text{ mm}$ $E = 11.000 \text{ N/mm}^2$ $G = 690 \text{ N/mm}^2$
4	Beidseitig dicke Beplankung – symmetrisch	$t_1 = 15,0 \text{ mm}$ $E_1 = 5000 \text{ N/mm}^2$ $G_1 = 1250 \text{ N/mm}^2$	$t_2 = 15,0 \text{ mm}$ $E_2 = 5000 \text{ N/mm}^2$ $G_2 = 1250 \text{ N/mm}^2$	$h = 180 \text{ mm}$ $b = 60 \text{ mm}$ $E = 11.000 \text{ N/mm}^2$ $G = 690 \text{ N/mm}^2$

Tabelle 8-1: Parameterübersicht der dreidimensionalen Tafelberechnung

8.1 Dreidimensionale Tafel mit beidseitig beulender Beplankung

Die Material- und Geometrieigenschaften der symmetrisch beplankten Tafel wurden gemäß Tabelle 8-1, Zeile 2 gewählt. Die Beuleigenform der Beplankung infolge des Schubflusses $s_{v,0}$ beschreibt einen Verformungszustand, der nach Überschreiten der kritischen Last senkrecht zur Beanspruchungsebene eintritt. Um bezogen auf die Rippenbeanspruchungen senkrecht zur Tafelebene den ungünstigsten Fall zu untersuchen, wurden für die weiteren Berechnungen Imperfektionen $w_{0,i}$ für beide Beplankungen gewählt, die zu gleichsinnigen Verformungen der Beplankungen in z-Richtung führen, siehe Abb. 8-3 a und b. Dadurch werden die Kräfte, die über die Gelenke aus der ersten Beplankung in die Rippen eingeleitet werden, nicht durch entgegen gerichtete Kräfte aus der zweiten Beplankung neutralisiert, sondern die Summe aus beiden z-Kräften beansprucht die Rippen mit Q_z . Um die beiden Beplankungen unterscheiden zu können, wurden zusätzlich zu diesen die Rippen mit den fiktiven Stäben abgebildet.



Weil die Material- und Geometrieigenschaften der beiden Beplankungen mit den zugehörigen Verbindungsmitteln identisch sind und die äußere Kraft zentrisch in die Kopfrippe eingeleitet wird, werden die beiden Beplankungen identisch verformt. Infolge dieser Verformungen werden die Rippen durch die in Tabelle 8-2 aufgelisteten maximalen Schnittgrößen beansprucht. Die Rippen erfahren zusätzlich zu der primären Beanspruchung durch die Normalkraft N die Querkräfte Q_y und Q_z . Außerdem verursachen M_y und M_z an den vertikalen Rippen eine zweiachsige Biegung. Torsionsmomente M_x treten nicht auf, weil durch die Verbindungsmittel kein Schubfluss $s_{v,90}$ übertragen wird.

max. N [kN]	max. Q_y [kN]	max. Q_z [kN]	max. M_x [kNm]	max. M_y [kNm]	max. M_z [kNm]
39,00	0,33	0,38	0,0	0,10	0,09

Tabelle 8-2: Maximale Beanspruchungen der Rippen

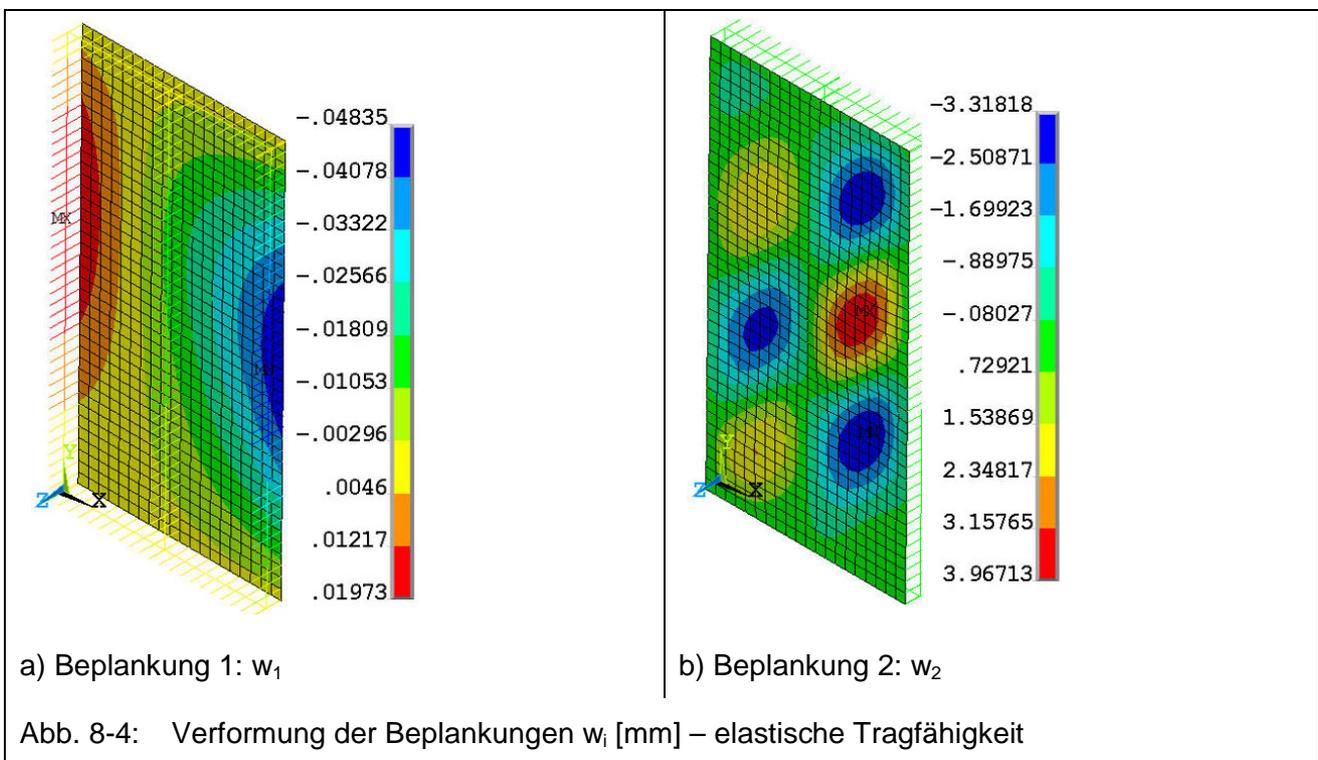
Auf die Darstellung der Hauptspannungen der Beplankungen und der Beanspruchung der Verbindungsmittel kann hier verzichtet werden, weil diese identisch zu den Ergebnissen aus Kapitel 4.4.4 sind, vergl. Abb. 4-48 bis Abb. 4-51.

8.2 Dreidimensionale Tafel mit einseitig beulender Beplankung

Die Material- und Geometrieigenschaften der unsymmetrisch beplankten Tafel wurden gemäß Tabelle 8-1, Zeile 3 gewählt. Weil die Imperfektion der Beplankung 1 mit $w_{0,1} = 0,0001$ mm festgelegt wurde, kann das Beulen dieser 15,0 mm dicken Beplankung bei dem maximal auftretenden Schubfluss $s_{v,0,max} = R / a_v = 500 / 62,5 = 8$ N/mm ausgeschlossen werden. Die Verformungen der Beplankung und die Beanspruchungen der Verbundbauteile werden für die elastische und die plastische Traggrenze der Tafel ausgewertet, um deren Zusammenwirken beschreiben zu können und einfache Abschätzungen für die Berechnung der Tafeltragfähig- und Steifigkeiten finden zu können.

8.2.1 Die elastische Traggrenze

Die Verformungen w_i der beiden Beplankungen sind in Abb. 8-4 a und b auf dem Niveau der elastischen Tragfähigkeit unter einer äußeren Kraft $F_{V,el} = 14,3$ kN gezeigt. Während die Beplankung 1 mit $\max. w_1 = 0,05$ mm quasi - eben bleibt, beult die Beplankung 2 mit $\max. w_2 = 4,0$ mm.



Infolge dieser unsymmetrischen Beanspruchung werden die Rippen durch alle sechs Schnittgrößen beansprucht, deren Maxima in Tabelle 8-3 zusammengestellt sind.

max. N [kN]	max. Q _y [kN]	max. Q _z [kN]	max. M _x [kNm]	max. M _y [kNm]	max. M _z [kNm]
28,61	0,06	0,19	0,04	0,03	0,01

Tabelle 8-3: Maximale Beanspruchungen der Rippen – elastische Traggrenze

Auch unter dieser Beanspruchung treten in den Rippen primär Normalkräfte auf. Zusätzlich zu den Querkräften und den Biegemomenten werden die horizontalen Rippen durch Torsionsmomente beansprucht. Weil die Tragfähigkeit der Rippen nicht vorausgesetzt werden kann, werden mit den maximalen Schnittgrößen die Nachweise der Querschnittstragfähigkeit der Rippen gemäß DIN 1052: 2004-08 Kapitel 10.2 geführt, wobei die notwendigen Beiwerte praxisgerecht wie folgt gewählt werden:

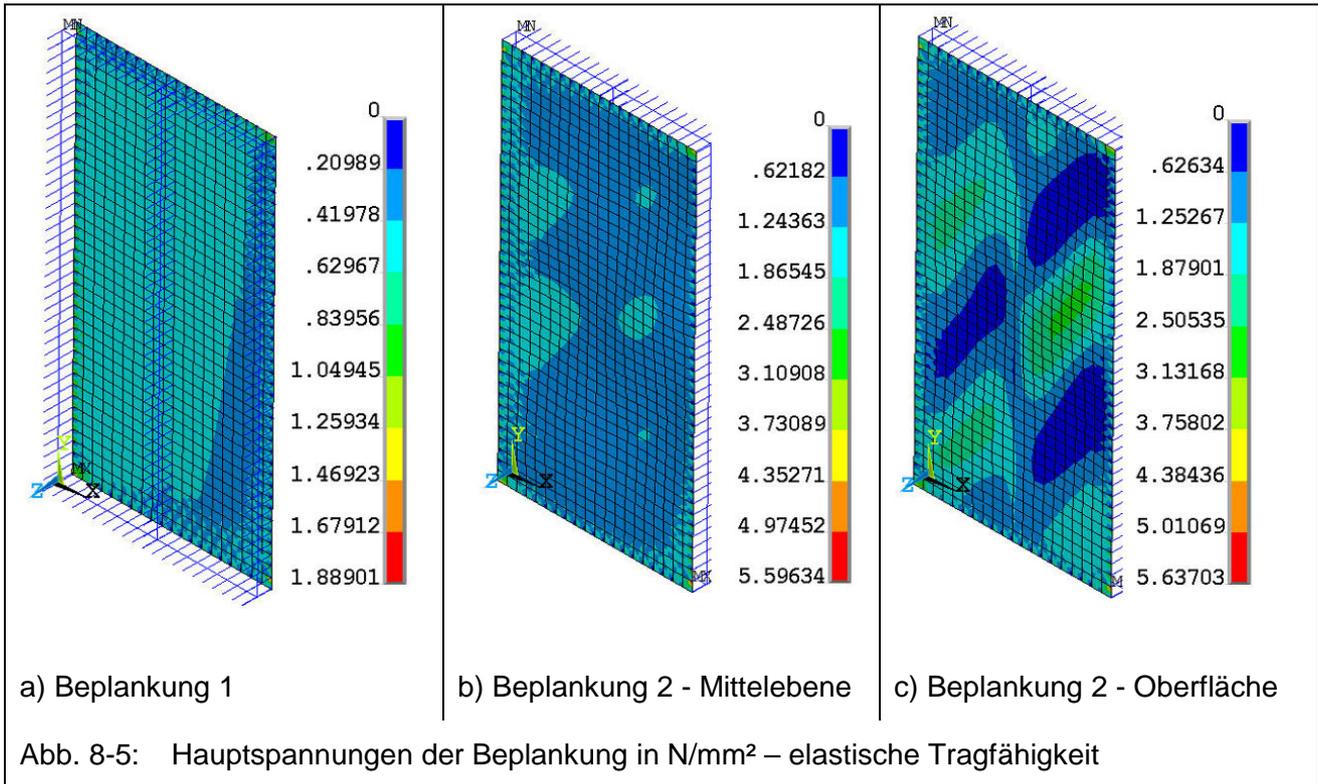
$$k_{red} = 0,7 [-]; \quad k_{mod} = 0,9 [-]; \quad k_{c,90} = 1,25 [-].$$

Die Ergebnisse der Nachweise des Schwellendrucks, der N – M_y - M_z sowie der Q_y – Q_z – M_x Interaktion sind in Tabelle 8-4 zusammengestellt und zeigen, dass bei den gewählten Querschnittsabmessungen der Rippen ihre Tragfähigkeit gewährleistet ist.

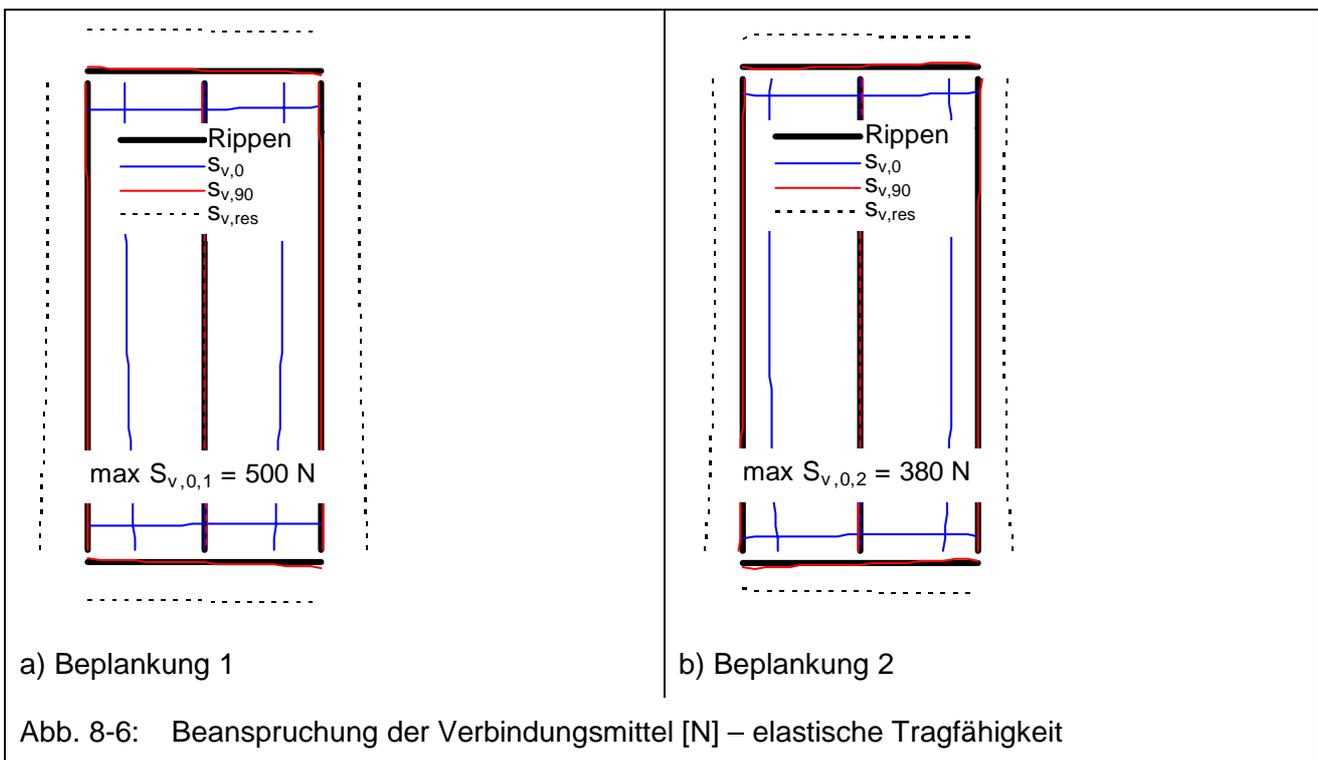
Nachweis Gleichungen DIN 1052: 2004-08	Schwellendruck (46)	N – M _y - M _z (55) bis (58)	Q _y – Q _z – M _x (62)
Ausnutzungsgrad [%]	81,6	1,7	12,4

Tabelle 8-4: Nachweise der Rippen – elastische Traggrenze

Die Hauptspannungen der beiden Beplankungen sind in Abb. 8-5 dargestellt. Abbildung a zeigt die homogene Beanspruchung der dicken, ebenen Beplankung 1 mit $\sigma \approx 0,5 \text{ N/mm}^2$. Die Hauptspannungen in der Mittelebene der dünnen, beulenden Beplankung 2, siehe Abbildung b, sind mit $\sigma \approx 1,2 \text{ N/mm}^2$ unterproportional zum Verhältnis der Beplankungsdicken $t_1 / t_2 = 3,75 [-]$ größer als die der Beplankung 1. Auch bei dieser Beplankung treten Spannungsspitzen in den Tafelecken auf. Die maximale Hauptspannung an der Oberfläche der Beplankung 2 beträgt $\sigma \approx 3,2 \text{ N/mm}^2$, wenn die Spannungsspitzen infolge der Lasteinleitung vernachlässigt werden.



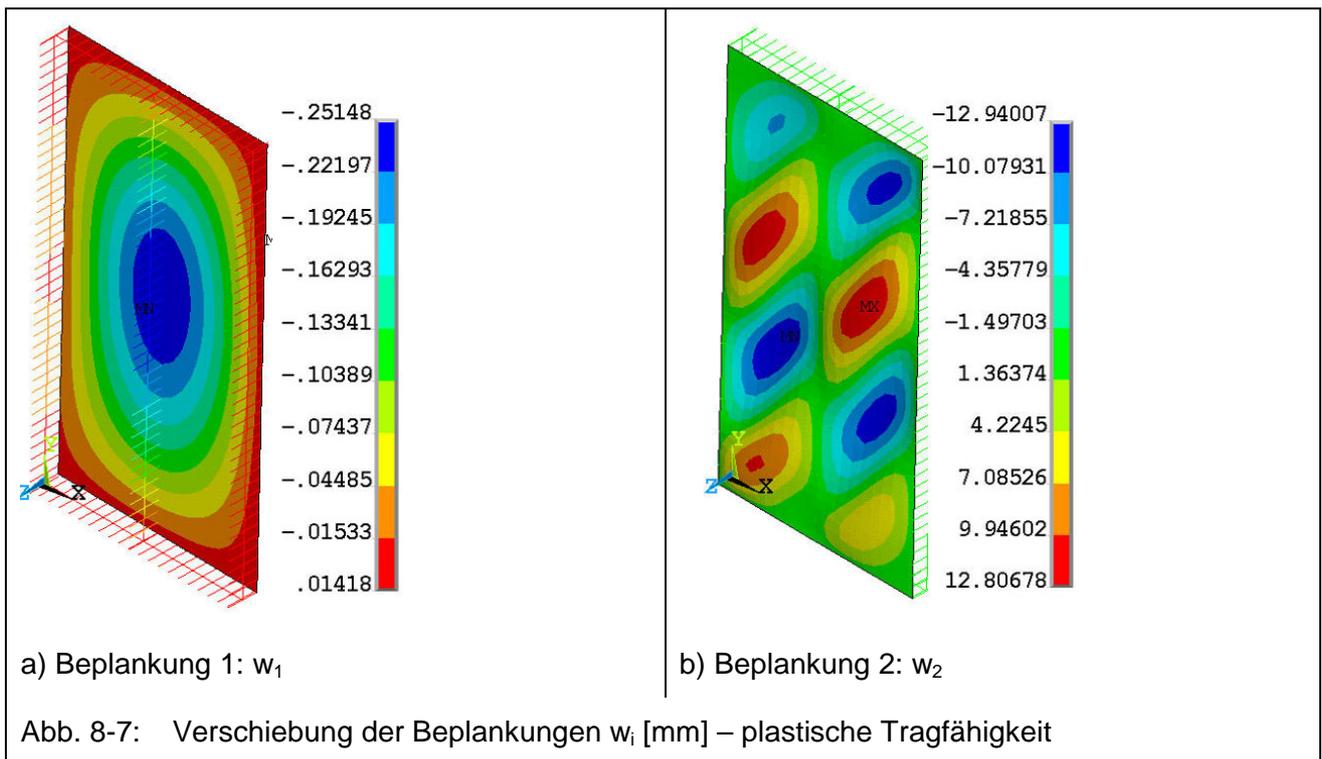
Da die Hauptspannungen nicht proportional zur jeweiligen Beplankungsdicke verteilt sind, ist eine ungleichmäßige Verteilung des resultierenden Schubflusses $s_{v,0} = s_{v,0,1} + s_{v,0,2}$ mit $s_{v,0,1} \neq s_{v,0,2}$ zu vermuten.



Mit der Auswertung der Beanspruchungen der Verbindungsmittel in Abb. 8-6 kann diese Vermutung quantifiziert werden. Im Grenzzustand der elastischen Tragfähigkeit werden beide Beplankungen fast ausschließlich parallel zu ihrem Rand mit $s_{v,0,i}$ beansprucht. Dabei beträgt die maximale Verbindungsmittelkraft der Beplankung 1 $\max. S_{V,0,1} = 500 \text{ N}$ und die der Beplankung 2 $\max. S_{V,0,2} = 380 \text{ N}$.

8.2.2 Die plastische Traggrenze

Die plastische Tragfähigkeit der Tafel ist bei $F_V = 19,5 \text{ kN}$ erreicht, siehe Abb. 8-13. Die zugehörigen Verschiebungen w_i der beiden Beplankungen sind in Abb. 8-7 abgebildet. Auch auf diesem Beanspruchungsniveau ist die Beplankung 1 mit $\max. w_1 = 0,25 \text{ mm}$ quasi - eben, während die Verformungen der Beplankung 2 auf $\max. w_2 = 12,9 \text{ mm}$ anwachsen.



Dadurch werden die Rippen mit den in Tabelle 8-5 zusammengestellten maximalen Schnittgrößen beansprucht, für die ebenfalls eine Bemessung nach DIN 1052: 2004-08 mit den in Kapitel 8.2.1 genannten Randbedingungen durchgeführt wurde, vergl. Tabelle 8-6.

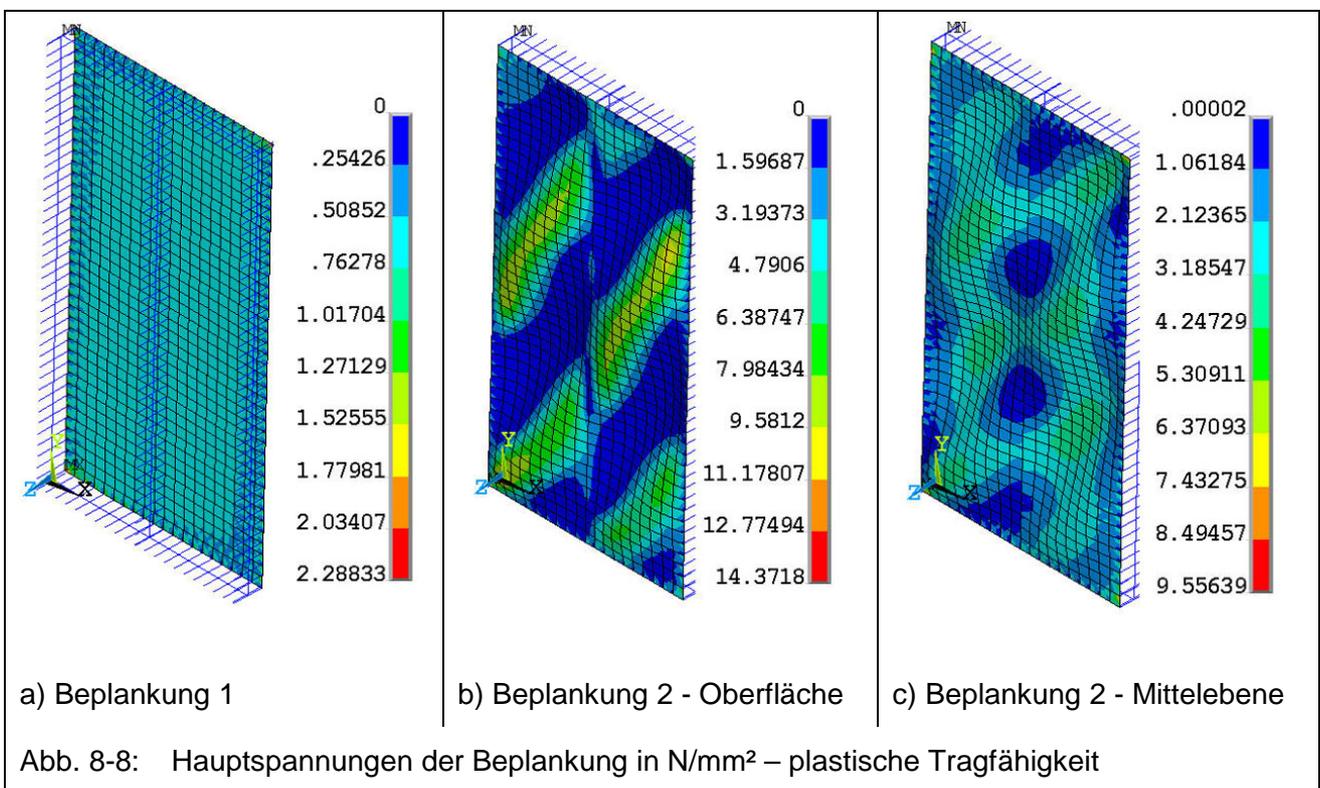
max. N [kN]	max. Q _y [kN]	max. Q _z [kN]	max. M _x [kNm]	max. M _y [kNm]	max. M _z [kNm]
39,0	0,20	0,16	0,14	0,16	0,03

Tabelle 8-5: Maximale Beanspruchungen der Rippen – plastische Traggrenze

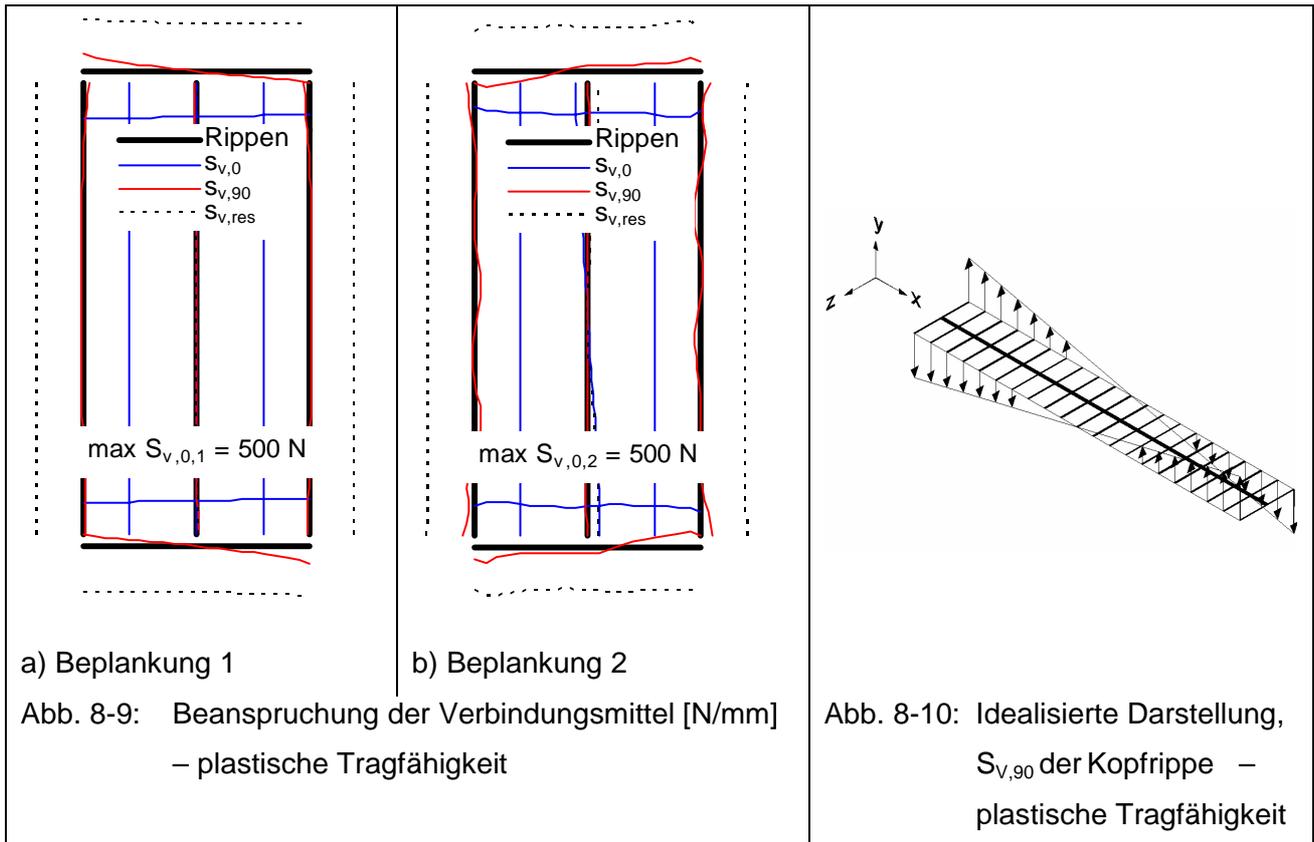
Nachweis Gleichungen DIN 1052	Schwellendruck (46)	N – M _y - M _z (55) bis (58)	Q _y – Q _z – M _x (62)
Ausnutzungsgrad [%]	111,3	5,7	43,3

Tabelle 8-6: Nachweise der Rippen – plastische Traggrenze

Dabei ist die Beanspruchbarkeit der Fußrippe auf Querdruck um 11,3% überschritten, so dass mit größeren horizontalen Verschiebungen u des Tafelkopfes infolge einer Auflagerverschiebung zu rechnen ist, vergl. Kapitel 9. Wegen der N – M_y - M_z Interaktion werden die Rippen nur zu 5,7% ausgenutzt. Problematischer ist die Q_y – Q_z – M_x Interaktion zu beurteilen, die durch die Zunahme des Torsionsmomentes M_x von 12,4 % im elastischen Grenzzustand auf 43,3 % im plastischen Grenzzustand anwächst.



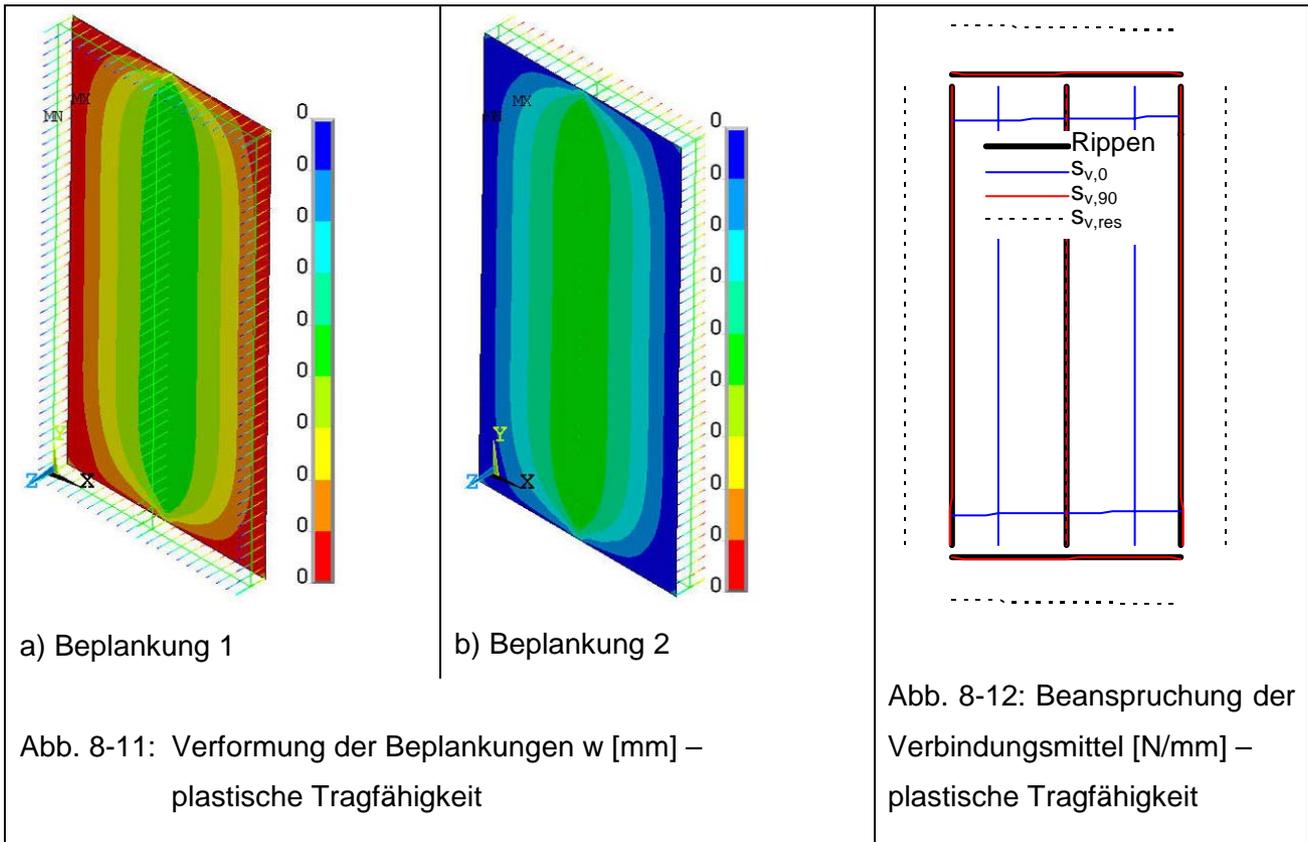
Weil alle Verbindungsmittel der vorliegenden Berechnung die gleiche Tragfähigkeit $R = 500 \text{ N}$ und eine ausreichende Duktilität haben, verteilen sich die Beanspruchungen $s_{v,j,i}$ gleichmäßig auf die beiden Beplankungen, siehe Abb. 8-6. Die maximale Hauptspannung der ersten Beplankung wächst gegenüber der elastischen Grenztragfähigkeit um $0,4 \text{ N/mm}^2$ auf $\max. \sigma = 2,2 \text{ N/mm}^2$, während die Beanspruchungen der zweiten Beplankung denen der Referenztafel entsprechen, vergl. Abb. 4-49 und Abb. 4-50.



Die Verbindungsmittel der vertikalen Randrippen werden ausschließlich parallel zu diesen durch $S_{v,0,i}$ beansprucht, siehe Abb. 8-9. Der ideale Schubfluss wird durch Beanspruchungen $S_{v,90,i}$ der Verbindungsmittel an den horizontalen Rippen gestört. Wie die Darstellungen der ersten und zweiten Beplankung in Abb. 8-9 a und b zeigen, sind die Beanspruchungen $s_{v,90,i}$ linear mit wechselndem Vorzeichen über die Rippenlänge mit $s_{v,90,1} \approx -s_{v,90,2}$ verteilt, so dass in den horizontalen Rippen ein Torsionsmoment M_x mit quadratischem Verlauf aufgebaut wird, vergl. Tabelle 8-6. Eine idealisierte Darstellung der Beanspruchung $S_{v,90}$ der Verbindungsmittel der Kopfrippe ist in Abb. 8-10 gezeigt.

8.3 Dreidimensionale Tafel mit beidseitig ebener Beplankung

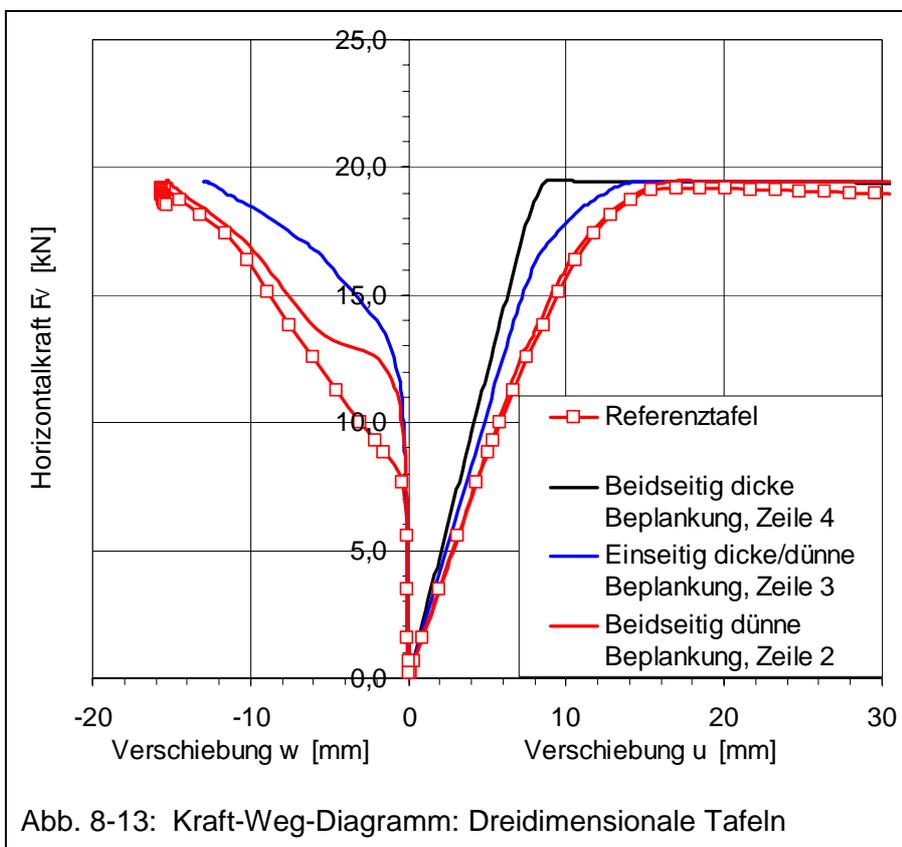
Die Material- und Geometrieigenschaften der unsymmetrisch beplankten Tafel wurden gemäß Tabelle 8-1, Zeile 4 gewählt. Dass beide Beplankungen bei der hier durchgeführten Berechnung quasi - eben bleiben, wird mit Abb. 8-11 belegt. Dadurch werden die Verbindungsmittel in idealer Weise parallel zum Beplankungsrand beansprucht, vergl. Abb. 8-12.



Auf die Darstellung der Hauptspannungen der Beplankungen und der Beanspruchung der Rippen kann hier verzichtet werden, weil diese analog zu den Ergebnissen aus Kapitel 4.3.4 sind.

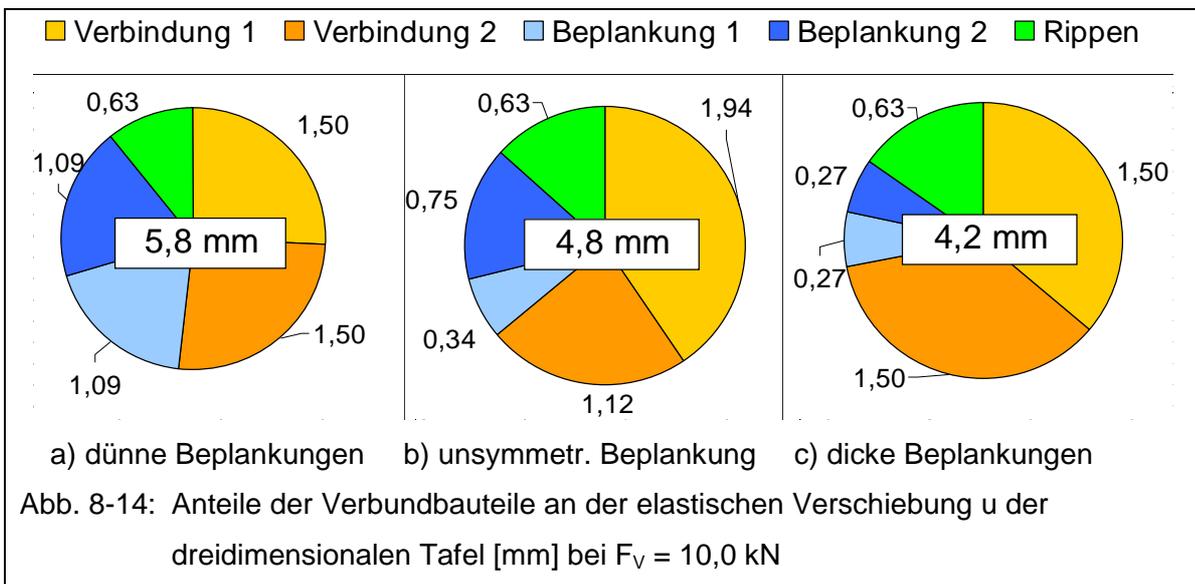
8.4 Vergleich der räumlichen Tafeln

In Abb. 8-13 sind die Kraft-Weg-Graphen der Tafeln aus Kapitel 8.1 bis 8.3 sowie der berechneten Referenztafel aus Kapitel 4.4.4 dargestellt. Weil die Graphen der Referenztafel und der Tafel mit beidseitig beulender Beplankung in x- und z- Richtung fast identisch verlaufen, kann unterstellt werden, dass die Berechnung der halben Tafel eine zulässige Abbildung der symmetrisch beplankten Tafel ist. Die Tragfähigkeit der Tafel wird auf Grund des bilinearen Verbindungsmittelgesetzes durch die Tragfähigkeit der Verbindungsmittel begrenzt, so dass alle Tafeln die gleiche plastische Tragfähigkeit haben.



Die Tafel mit beidseitig dicker Beplankung hat die größte Steifigkeit mit einem linearen Kraft-Wegverlauf bis zur Traggrenze, gefolgt von einem Fließplateau. Die Tafel mit beidseitig dünner Beplankung hat die geringste Anfangssteifigkeit. Der Kraft-Wegverlauf ist bis zur Beullast linear. Oberhalb der Beullast nimmt die horizontale Verschiebung w überproportional zur äußeren Kraft F_v zu und nähert sich asymptotisch der plastischen Traggrenze der Tafel. Durch diese beiden Graphen wird ein Sektor aufgespannt, in dem der Kraft-Weggraph der unsymmetrisch beplankten Tafel verläuft.

Die horizontale Verschiebung u der Tafel ergibt sich additiv aus den Anteilen der Verbindungsmittel, der Beplankung und der Rippen, vergl. Kapitel 9. In Abb. 8-14 sind für die äußere Kraft $F_V = 10,0 \text{ kN}$ die jeweiligen Verformungsanteile der drei Berechnungen in Kreisdiagrammen gegenübergestellt, so dass neben dem absoluten Wert in Millimetern auch der prozentuale Anteil des einzelnen Verbundbauteils an der Tafelverformung abgeschätzt werden kann. Bis zu dem gewählten Lastschritt treten bei allen drei Tafeln keine Nichtlinearitäten auf, weil die Beplankung nicht beult und kein Verbindungsmittel die Traggrenze $R = 500 \text{ N}$ überschritten hat.



Dabei liefern die FE-Berechnungen und die in Kapitel 9 dargestellten Gleichungen für die Abschätzung der horizontalen Verformung u identische Ergebnisse.

Kapitel 9: Bemessungsvorschlag für Tafeln mit planmäßig beulender Beplankung

In diesem Kapitel wird auf der Grundlage der Ergebnisse aus den Kapiteln 4 bis 8 ein Bemessungsvorschlag für Tafeln vorgestellt, deren Beplankung auf Grund ihrer geringen Dicke t unter dem zu erwartenden Schubfluss $s_{v,0}$ beult.

9.1 Konstruktive Grundsätze

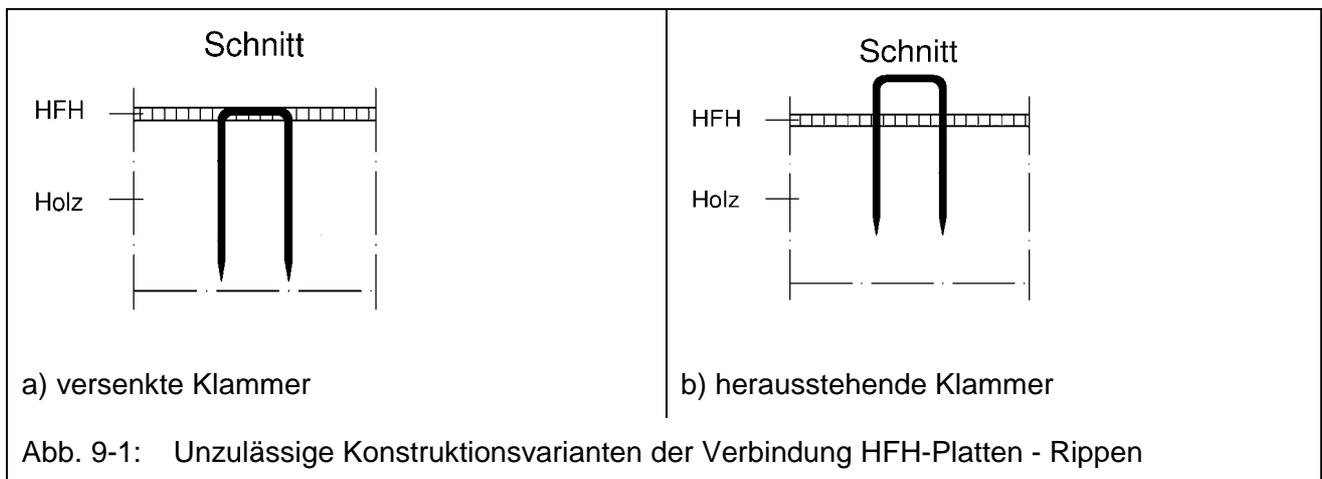
Um Tafeln mit dünner Beplankung zur Gebäudeaussteifung zuverlässig verwenden zu können, müssen auf Grund der experimentellen Ergebnisse aus Kapitel 5 konstruktive Grundsätze formuliert werden, bei deren Einhaltung die Tragfähigkeit und Steifigkeit der Tafel hinreichend genau berechnet werden kann. Insbesondere die Prüfung der Klammerverbindungen in Kapitel 5.2, bei denen der Klammerrücken, wie in DIN 1052: 2004-08 gefordert, in der 4,0 mm dicken Beplankung versenkt wird, zeigte, dass diese Konstruktionsform zu nicht ausreichend tragfähigen und duktilen Tafeln führt, vergl. Abb. 5-11.

Die Klammerverbindung zwischen der Beplankung und der Rippe wird infolge der äußeren Kraft F_V primär auf Abscheren beansprucht. Wegen dieser Beanspruchung wird die Klammer deformiert, wie die nach dem Versuch aufgetrennte Klammerverbindung in Abb. 5-10 zeigt. Auf Grund der Verformung des Klammerschafts können nun zusätzlich Anteile aus dem Schubfluss in Schafrichtung der Klammer weitergeleitet werden. Dieser sekundäre Übertragungsweg führt zum Herausziehen der Klammerschäfte aus der Rippe und dem Durchziehen des Klammerrückens durch die Beplankung, vergl. Abb. 5-17b.

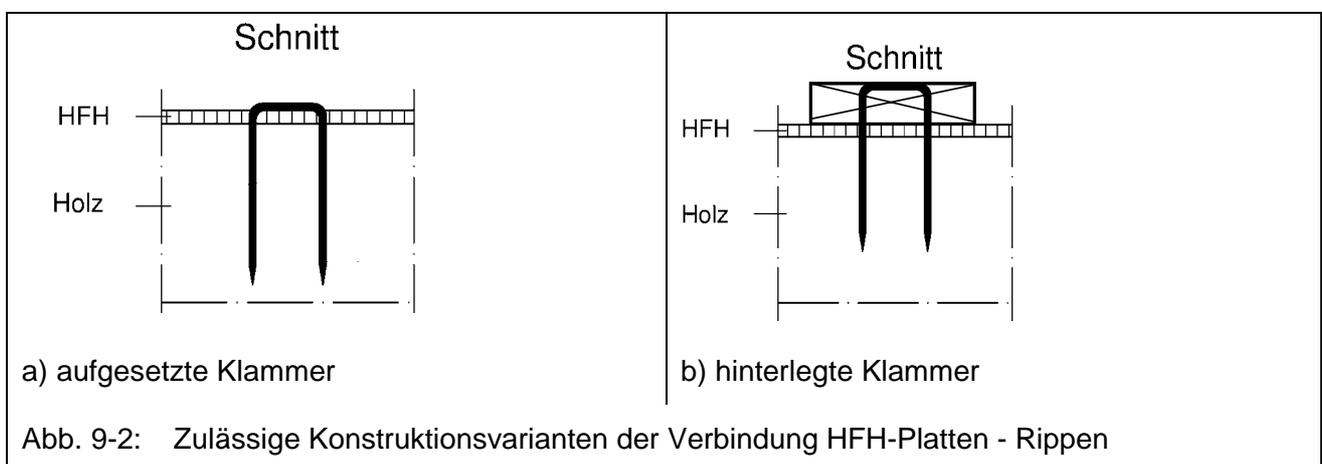
Bei Klammern mit einem Eignungsnachweis nach Anhang C der DIN 1052: 2004-08 kann bei Holz-HFH-Verbindungen auf Grund der geforderten Schaftlänge ℓ_n und der beharzten Länge ℓ_H ein Herausziehen der Klammern aus dem Holz ausgeschlossen werden. Nicht ausgeschlossen werden kann hingegen das Durchziehen des Klammerrückens mit einer Drahtdicke von $d = 1,6$ mm durch den Beplankungswerkstoff der Dicke $t \leq 4,0$ mm. Beim Versenken des Klammerrückens wird die Beplankung zu mehr als 50% zerstört, so dass nicht mehr ausreichend Beplankungsmaterial vorhanden ist, um die zu erwartenden Kräfte

weiterleiten zu können. Nur wenn die Oberfläche der Beplankung beim Herstellen der Verbindung nicht durch den Klammerrücken geschädigt wird, ist diese Verbindung ausreichend tragfähig und duktil. Zudem ist der Klammerrücken bündig auf die Beplankung aufzulegen, damit die raumabschließenden Bauteilschichten, siehe Abb. 0-2, kraftschlüssig an die statisch wirksame Konstruktion angeschlossen werden können.

In Abb. 9-1 sind die nicht zulässigen Konstruktionsvarianten der Verbindung HFH-Platten – Rippen dargestellt.



Die Klammerverbindung zwischen der Hartfaserplatte und der Rippe sollte, wie in Abb. 9-2 gezeigt, hergestellt werden. Mit einem mechanischen Einschlagtiefenbegrenzer, der fest am Klammerschussgerät montiert ist, kann der Klammerrücken zuverlässig auf die Beplankung aufgesetzt werden, siehe Abb. 9-2a, so dass eine tragfähige und duktile Verbindung entsteht, vergl. Abb. 5-9.



Die Ergebnisse der Tafelprüfungen in Abb. 5-19 zeigen, dass durch das Hinterlegen der Klammer mit einer Latte, siehe Tabelle 5-1 Serie 4 und 5, die Tragfähigkeit der Tafel gegenüber Tafeln mit aufgesetzter Klammer gesteigert werden kann. Weil bei dieser Konstruktionsvariante ein Beschädigen der Beplankung durch den Klammerrücken ausgeschlossen werden kann, sollte sie bevorzugt eingesetzt werden, siehe Abb. 9-2b.

In DIN 1052: 2004-08 wird in 8.7.2 (7) ein maximaler Verbindungsmittelabstand a_v von 150 mm entlang der Plattenränder und 300 mm in anderen Bereichen gefordert. Wie die Hauptspannungsvektoren der Beplankung in der Mittelebene bei allen durchgeführten Berechnungen dokumentieren, entsteht im überkritischen Zustand der Beplankung ein Druckgurt am Beplankungsrand. Um ein lokales Knicken der Beplankung entlang des Randes zu verhindern, sollte der Verbindungsmittelabstand höchstens das 25-fache der Beplankungsdicke t betragen. Wegen des Beulens der Beplankung werden alle Verbindungsmittel der Tafel, auch die Verbindungsmittel der Innenrippen, planmäßig in Schaftrichtung beansprucht, so dass die Verbindungsmittelabstände auf keiner Rippe vergrößert werden dürfen.

Nach DIN 1052: 2004-08 wird in 8.7.2 (8) der minimal erforderliche Abstand der Verbindungsmittel mit $a_v = 20d$ angegeben, damit keine konzentrierten Lasteinleitungen in die Beplankung nachgewiesen werden müssen. Für die Tafelversuche wurde deswegen ein minimaler Verbindungsmittelabstand $a_v = 30 \text{ mm} \approx 20 \times 1,6 \text{ mm}$ gemäß Definition in Bild 46 der DIN 1052: 2004-08 gewählt, vergl. Tabelle 5-1 Serie 1 und 2. Bei diesen Versuchen wurde deutlich vor dem Versagen der Tafel ein Biegebruch in der Beplankung beobachtet, der auf Spannungskonzentrationen in der Tafelecke zurückzuführen ist. Wie die Gegenüberstellung der Verbindungsmittelbeanspruchung von beulender und nicht beulender Beplankung in Abb. 6-7 zeigt, ist infolge der multilinearen Federkennlinien im Grenzzustand der plastischen Tragfähigkeit der Schubfluss am Rand der gebeulten Beplankung nicht konstant. Die Konzentration des Schubflusses in den Zugecken der Tafel führt zu Hauptspannungen an der Oberfläche der Beplankung von über 100 N/mm^2 und damit zum Biegebruch in der Beplankung, vergl. Abb. 6-8b und Abb. 5-4b. Der minimale Verbindungsmittelabstand sollte bei Klammerverbindungen $a_v = 30d$ betragen. Gemessen wird der Abstand von der Mitte der Klammerrücken parallel zum Beplankungsrand. Die Tragfähigkeit der Tafel wird durch diese Vergrößerung um ca. 10% reduziert, wie der Vergleich der Serien 2 und 3 in Abb. 5-18 zeigt.

Öffnungen nach DIN 1052: 2004-08 8.7.2 (10) sind in planmäßig beulenden Beplankungen nicht zulässig, weil neben der Größe auch der Ort der Öffnung einen erheblichen Einfluss darauf hat, ob die Tafel ausreichend tragfähig ist oder nicht.

Weil HFH-Platten in ausreichend großen Formaten verfügbar sind, sollte bei Wandtafeln auf Stöße verzichtet werden, auch wenn diese durch Latten hinterlegt sind. Wie der Vergleich der Ergebnisse der Tafeln G1 und G2 in Abb. 7-23 zeigt, wird durch jeden Stoß die Steifigkeit der Tafel reduziert, vergl. Kapitel 9.3.

Der Abstand der vertikalen Rippen a_r ist in Abhängigkeit der Plattendicke t auf $a_r \leq 200 t \leq 800$ mm zu begrenzen, weil die Tragfähigkeitsversuche von Wandtafeln ohne Innenrippe sowie deren Berechnung gezeigt haben, dass der Rippenabstand einen signifikanten Einfluss auf die Tragfähigkeit der Beplankung hat. Die geprüften Tafeln erfüllen die Bedingung $a_r \leq 200 t \leq 800$ mm.

9.2 Nachweis der Tragfähigkeit

Wie die Ergebnisse aus den Kapiteln 4, 7 und 8 zeigen, ist auch im gebeuln Zustand der Beplankung keine Verbindung der Rippen untereinander erforderlich, um einen Gleichgewichtszustand in der Tafel zu finden. Zudem wird die Verbindung zwischen der Beplankung und den Rippen in fast idealer Weise mit $s_{v,0}$ parallel zum Rand der Beplankung beansprucht. Das Bemessungskonzept aus DIN 1052: 2004-08 für Tafeln mit quasi - ebenen Beplankungen ist damit grundsätzlich auf Tafeln, deren Beplankungen planmäßig beulen, übertragbar. Deren Beanspruchungen dürfen folglich nach der Schubfeldmethode ermittelt werden, wobei die Auswirkungen des Beulens auf die Tragfähigkeit der Beplankung genauer zu betrachten sind.

Bei Beplankungen, deren Dicke t geringer ist als der in DIN 1052: 2004-08 Tabelle 11 geforderte Werte für t_{req} , muss zunächst überprüft werden, ob die Beanspruchung $s_{v,0}$ größer ist als der kritische Schubfluss $f_{v,0,krit}$ oder nicht. Wenn durch diesen Nachweis ein Beulen der Beplankung ausgeschlossen werden kann, gelten die Bemessungsregeln nach DIN 1052: 2004-08. Ansonsten sind die konstruktiven Grundsätze aus Kapitel 9.1 zu beachten.

Der kritische Schubfluss $f_{v,0,krit}$ der Beplankung darf an der perfekten Platte ermittelt werden, weil die zylindrische Imperfektion, die infolge horizontaler Tafelfertigung vorhanden ist, den kritischen Schubfluss $f_{v,0,krit}$ vergrößert, wie Abb. 2-9 verdeutlicht. Die ebene Platte liefert damit einen unteren Grenzwert. Basierend auf Cziesielski (1970) und Kessel (2005) kann der kritische Schubfluss $f_{v,0,krit}$ für Platten unter Vernachlässigung ihrer Drillsteifigkeit für unendlich lange Felder gemäß Gl. 9-1 angegeben werden.

$f_{v,0,krit} = \frac{5}{6} \frac{4 \pi^2 E}{12} \frac{t^2}{a_r^2} t$	Gl. 9-1
---	---------

An einer Tafel mit den Abmessungen $\ell / h = 1250 \times 2500$ mm, mit einer Mittelrippe und einer Beplankungsdicke $t = 4,0$ mm soll untersucht werden, ob Gl. 9-1 hinreichend genaue Ergebnisse liefert. Die Materialeigenschaften der Beplankung wurden gemäß Tabelle 3-1 gewählt.

In Tabelle 9-1 ist der kritische Schubfluss $f_{v,0,krit}$ nach Gl. 9-1 bzw. nach Gl. 2-24 bis Gl. 2-26 sowie Abb. 2-7 aus Petersen (1980) dargestellt. Zusätzlich ist aus den numerischen Ergebnissen des Kapitels 4.4.4, die in Abb. 4-54 des Kapitels 4.4.4 dargestellt sind, der kritische Schubfluss $f_{v,0,krit}$ der Tafeln mit Mittelrippe abgeleitet. Die Beplankung beult bei einer Horizontalkraft $F_V = 4,0$ kN. Der kritische Schubfluss $f_{v,0,krit}$ beträgt 3,2 N/mm.

Die Berechnungen von Cziesielski und Petersen führen nicht zu guten Übereinstimmungen mit dem Berechnungsergebnis, wobei die Abschätzung nach Gl. 9-1 ein konservatives Ergebnis liefert. Eine gute Übereinstimmung mit der Berechnung aus Kapitel 4.4.4 wird erzielt, wenn die Drillsteifigkeit der Beplankung und die Geometrie des Beulfeldes berücksichtigt werden, siehe Cziesielski (1970).

Cziesielski Gl. 9-1	Petersen	Kapitel 4.4.4
$f_{v,0,krit} = 2,2$ N/mm	$f_{v,0,krit} = 3,9$ N/mm	$f_{v,0,krit} = 3,2$ N/mm

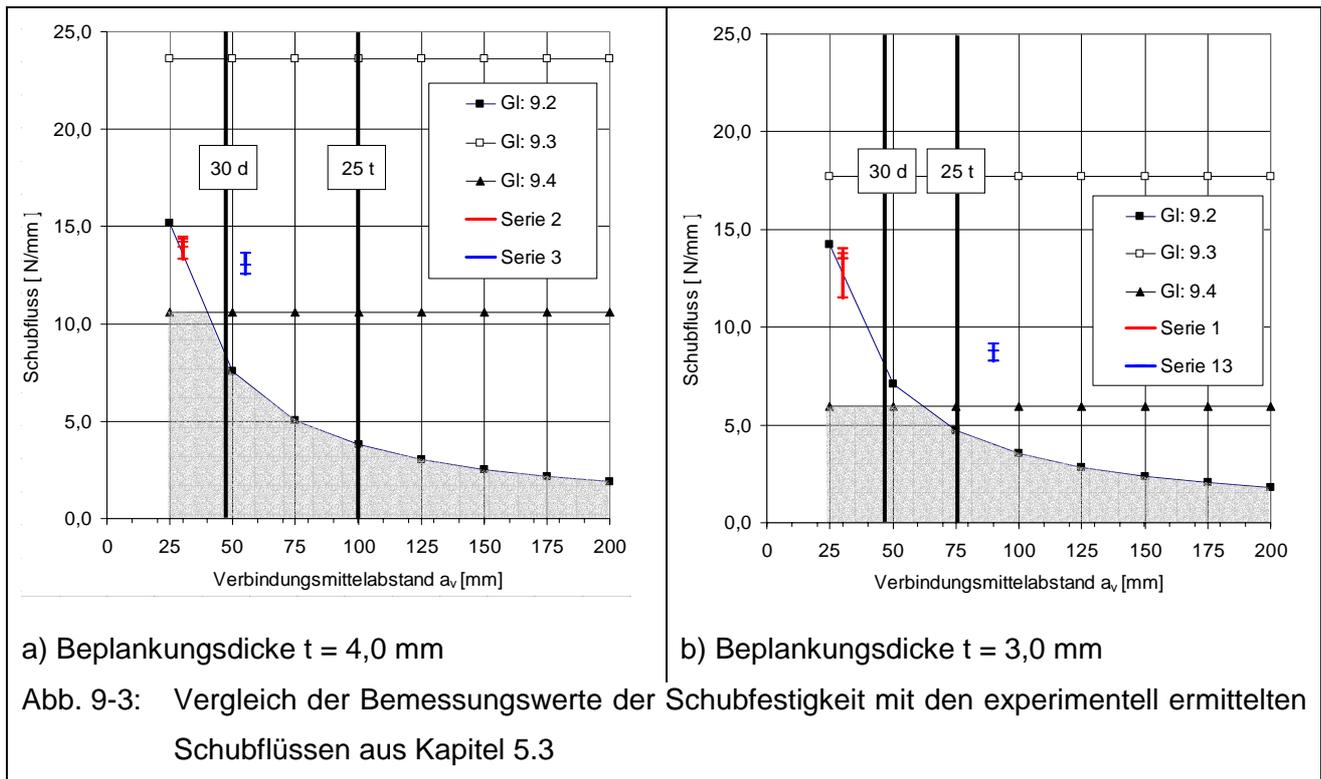
Tabelle 9-1: Vergleich des kritischen Schubflusses

In DIN 1052: 2004-08 Kapitel 10.6 wird der Bemessungswert der längenbezogenen Schubfestigkeit der Beplankung $f_{v,0,d}$ als Minimum der Verbindungstragfähigkeit gemäß Gl. 9-2, der Schubtragfähigkeit der Beplankung gemäß Gl. 9-3 und des Beulens der Beplankung gemäß Gl. 9-4 angegeben. Mit den Faktoren k_{v1} und k_{v2} werden der Anschluss der Beplankung an die Rippen und die Zusatzbeanspruchungen pauschal berücksichtigt.

$f_{v,0,d} = \min$	$k_{v1} \cdot \frac{R_d}{a_v}$	Gl. 9-2
	$k_{v1} \cdot k_{v2} \cdot f_{v,d} \cdot t$	Gl. 9-3
	$k_{v1} \cdot k_{v2} \cdot f_{v,d} \cdot 35 \cdot \frac{t^2}{a_r}$	Gl. 9-4

Weil für Gl. 9-4 bisher keine mechanisch begründete Herleitung vorhanden ist, siehe Kessel (2005), werden die Bemessungsschranken mit den Ergebnissen der Tafelprüfungen in Abb. 9-3 gegenübergestellt, um die Zuverlässigkeit des Verfahrens beurteilen zu können. Über dem Verbindungsmittelabstand a_v ist der Bemessungswert des Schubflusses nach Gl. 9-2 bis Gl. 9-4 aufgetragen. Die grau hinterlegte Fläche kennzeichnet das Minimum der drei Bedingungen. Zusätzlich sind die Schubflüsse $s_{v,0}$ der zugehörigen Tafelversuche dargestellt, die sich aus der Tafeltragfähigkeit X_{max} in Abb. 5-18 dividiert durch die Anzahl der Beplankungen und deren Länge ℓ ergeben.

Wie Abb. 9-3a und b verdeutlichen, waren die in den Experimenten gemessenen Tragfähigkeiten sowohl bei der 3,0 mm dicken als auch bei der 4,0 mm dicken Beplankung größer als das Minimum aus den Gl. 9-2 bis Gl. 9-4. Damit sind diese Gleichungen geeignet, Tragfähigkeitsgrenzen für Tafeln mit beulender Beplankung zu bestimmen.



Grundsätzlich ist anzumerken, dass die aus den Gl. 9-2 bis Gl. 9-4 ermittelte längenbezogene Schubfestigkeit der Beplankung $f_{v,0}$ unabhängig ist von der Plattenbiegefestigkeit f_m der Beplankung, weil diese Gleichungen für die Bemessung der Schubfestigkeit von quasi - ebenen Beplankungen erarbeitet wurden. Dabei zeigen sowohl die experimentellen Untersuchungen in Kapitel 5 als auch die numerischen Untersuchungen in Kapitel 6, dass bei einem geringen Verbindungsmittelabstand a_v die beulende Beplankung infolge Biegebruch versagt. Wie die vorliegende Arbeit zudem zeigt, ist die Ermittlung der Biegebeanspruchung σ_m der Beplankung nur mit großem numerischen Aufwand möglich. Weil kein vereinfachtes Bemessungsmodell zur Ermittlung der Biegebeanspruchung σ_m der Beplankung gefunden werden kann, erscheint es wenig sinnvoll, eine weitere Schranke für $f_{v,0}$ als Funktion von f_m zu definieren. Wenn restriktive obere und untere Grenzabstände für den zulässigen Verbindungsmittelabstand a_v eingeführt werden, kann auf den Nachweis der Biegetragfähigkeit der Beplankung verzichtet werden, weil im Nachweis der Scheibenbeanspruchung der Tafel mit beulender Beplankung Gl. 9-2 maßgebend wird, siehe Abb. 9-3a. Bei der 3,0 mm dicken Beplankung in Abb. 9-3b wird für $a_v < 60$ mm die Gl. 9-4 maßgebend. Angesichts der ausreichenden Tragfähigkeit der Versuchsserie 13 erscheint dieser Zusammenhang unbedenklich.

Die Verbindungsmitteltragfähigkeit R_k muss nach den sechs Gleichungen der Tabelle G.2 der DIN 1052: 2004-08 ermittelt werden. Eine vereinfachte Bestimmung der Verbindungsmitteltragfähigkeit R_k gemäß Kapitel 12.5.3 ist auf Grund der dort geforderten Mindestdicken t_{req} des Beplankungswerkstoffes nicht zulässig. Die Ergebnisse aus Tabelle G.2 dürfen bei einem allseitig kontinuierlichen Verbund mit den Gurten um 20% erhöht werden, weil diese Erhöhung für charakteristische Tragfähigkeiten R_k von Verbindungsmitteln gestattet wird, die gemäß Kapitel 12 der DIN 1052: 2004-08 bestimmt wurden, vergl. der DIN 1052: 2004-08 10.6 (4).

Verbindungsmittel / Plattenwerkstoff		Klammer / HFH						
Lochleibungs- festigkeit	$f_{h,1,k}$ [N/mm ²]	39,5	45,1	50,4	59,9	76,3	90,7	103,7
	$f_{h,2,k}$ [N/mm ²]	24,9	24,9	24,9	24,9	24,9	24,9	24,9
	β [-]	0,63	0,55	0,49	0,42	0,33	0,27	0,24
Werkstoff- dicke	HFH-Platte: t_1 [mm]	2	2,5	3	4	6	8	10
	Vollholz: t_2 [mm]	140	140	140	140	140	140	140
Verbin- dungs- mittel	d [mm]	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6
	$M_{y,k}$ [Nmm]	815	815	815	815	815	815	815
Charakteristische Tragfähigkeiten R_k [N] der Verbindungsmittel je Scherfuge	1. Versagensfall	126,4	180,6	241,8	383,1	732,9	1161,3	1659,6
	2. Versagensfall	5583,3	5583,3	5583,3	5583,3	5583,3	5583,3	5583,3
	3. Versagensfall	2111,3	2126,7	2137,1	2149,6	2160,4	2165,7	2171,9
	4. Versagensfall	202,4	204,9	208,9	222,8	273,7	349,3	442,6
	5. Versagensfall	1996,1	2028,2	2052,6	2087,8	2131,1	2157,4	2175,7
	6. Versagensfall	282,2	289,3	294,8	302,9	313,0	319,3	323,7
	min R_k	126,4	180,6	208,9	222,8	273,7	319,3	323,7
	Teisicherheitsbeiwert	1,3	1,3	1,2	1,2	1,2	1,1	1,1

Tabelle 9-2: Charakteristische Tragfähigkeit R_k der Verbindungsmittel gemäß Tabelle G.2 der DIN 1052: 2004-08

In Tabelle 9-2 wurden für Klammerverbindungen mit einer Drahtdicke $d = 1,6$ mm aus HFH-Platten der Dicke t von 2,0 bis 10,0 mm und Vollholz die 6 Gleichungen der Tabelle G.2 der DIN 1052: 2004-08 ausgewertet, um die Versagensart der Verbindung anzugeben. Für die im Rahmen dieser Arbeit geprüften Verbindungen mit $t = 3,0$ mm und $t = 4,0$ mm dicker HFH-Platte ist der Versagensfall 4 maßgebend, das Verbindungsmittel plastiziert und die HFH-Platte sowie das Vollholz versagen. Bei Beplankungsdicken t kleiner 3,0 mm wird der Versagensfall 1 maßgebend, so dass ausschließlich die Beplankung versagt. Ab

einer HFH-Plattendicke von $t = 8,0$ mm plastiziert ausschließlich das Verbindungsmittel.

Wie Kapitel 8 der vorliegenden Arbeit zeigt, darf bei beidseitig gleicher Beplankung die Tragfähigkeit der Tafel aus der Summe der Beträge der beiden Beplankungen ermittelt werden. Auch bei unsymmetrischer Beplankung der Tafel, mit einer dicken, quasi - ebenen Beplankung auf der einen Tafelseite und einer dünnen, beulenden Beplankung auf der anderen Tafelseite, darf die Tragfähigkeit der Tafel aus der Summe der Tragfähigkeiten der beiden Beplankungen ermittelt werden, wobei die beulende Beplankung nur zu 80% in Rechnung zu stellen ist, vergl. DIN 1052: 2004-08 10.6 (6).

Mit Abb. 7-22 und Abb. 7-23 wird belegt, dass die Tragfähigkeit von Tafelgruppen additiv aus der Tragfähigkeit der einzelnen Tafeln zusammengesetzt werden dürfen, wenn die einzelnen Tafeln mindestens das Verhältnis $h / \ell \leq 4$ einhalten und druck- sowie zugsteif an der Unterkonstruktion verankert sind.

Der Nachweis des Querdrucks der Fußrippe ist bei beidseitig beulender Beplankung mit $F_C = F_V h / \ell$ zu führen. Eine Reduktion gemäß DIN 1052: 2004-08 Kapitel 8.7.5 (2) ist nicht zulässig. Unsymmetrisch beplankte Tafeln mit beulender und nicht beulender Beplankung sind bei diesem Nachweis wie einseitig beplankte Tafeln mit nicht beulender Beplankung zu behandeln. Diese Einschränkungen sind notwendig, weil durch das Beulen der Beplankung keine Druckkräfte über den Verbund in die Fußrippe eingeleitet werden können.

Eine Verallgemeinerung der erzielten Erkenntnisse auf Tafeln mit einer dünnen Beplankung aus einem anderen Werkstoff kann nicht angegeben werden. Der Quotient aus Plattenbiegesteifigkeit f_m der Beplankung zu deren Scheibenschubfestigkeit f_v variiert bei den Holzwerkstoffen gemäß DIN 1052: 2004-08 Tabelle F.11 bis F.21 stark, so dass die angegebene Begrenzung der Verbindungsmittelabstände nicht in jedem Fall auf der sicheren Seite liegt.

9.3 Gebrauchstauglichkeit

Die horizontale, elastische Gesamtverschiebung $u_{\text{Tafel, inst}}$ der Kopfrippe ergibt sich, wie in Kessel (2005) dargestellt, additiv aus den Arbeitsanteilen der Verbindungsmittel $u_{K,i, inst}$, der

Beplankungen $u_{G,i,inst}$ und der Rippen $u_{E,inst}$, siehe Gl. 9-5. Voraussetzung für diese Abschätzung ist ein konstanter Schubfluss $s_{v,0}$ entlang aller Beplankungsänder sowie ein ideales elastisches Werkstoffverhalten aller Verbundbauteile. Die vertikale Verschiebung der Lager mit der daraus resultierenden, horizontalen Verschiebung des Tafelkopfes wird hier nicht betrachtet.

$u_{Tafel,inst} = u_{K,1,inst} + u_{K,2,inst} + u_{G,1,inst} + u_{G,2,inst} + u_{E,inst}$	Gl. 9-5
---	---------

Um die elastische Gesamtverschiebung $U_{Tafel,inst}$ von unsymmetrisch beplankten Tafeln berechnen zu können, müssen die vorgegebenen Gleichungen um den Faktor a erweitert werden, der das Verhältnis der resultierenden Steifigkeiten der ersten Beplankung sowie der zugehörigen Verbindungsmittel zu den resultierenden Gesamtsteifigkeiten beider Beplankungen sowie deren zugehöriger Verbindungsmittel beschreibt. Dabei ergibt sich die resultierende Steifigkeit der Beplankung und der Verbindung aus der Reihenschaltung der Einzelsteifigkeiten gemäß Gl. 9-6 zu:

$a = \frac{K_{R,1}}{K_{R,1} + K_{R,2}} \quad \text{mit } K_{R,i} = \frac{1}{\frac{1}{K_{G,i}} + \frac{1}{K_{K,i}}}$	Gl. 9-6
---	---------

Die Herleitung der folgenden Gleichungen wird exemplarisch für die Verformungsanteile $u_{K,i,inst}$ der Verbindungsmittel durch Überlagerung der realen Kraft F_V mit der virtuellen Kraft $\bar{1}$ angegeben.

Die Verschiebungsanteile der Verbindungsmittel der Beplankung 1 und 2 ergeben sich aus der Summe aller Verbindungsmittelarbeiten der Tafel gemäß Gl. 9-7 und Gl. 9-8.

$u_{K,inst} = u_{K,1,inst} + u_{K,2,inst} = \sum \frac{S_{V,0,1} \cdot \bar{S}_{V,0,1}}{K_{ser,1}} + \sum \frac{S_{V,0,2} \cdot \bar{S}_{V,0,2}}{K_{ser,2}}$	Gl. 9-7
<p>mit</p> $S_{V,0,1} = a F_V \frac{a_{V,1}}{\ell} \quad \bar{S}_{V,0,1} = a \bar{1} \frac{a_{V,1}}{\ell}$ $S_{V,0,2} = (1-a) F_V \frac{a_{V,2}}{\ell} \quad \bar{S}_{V,0,2} = (1-a) \bar{1} \frac{a_{V,2}}{\ell}$	Gl. 9-8

Unter Beachtung der Tafellänge ℓ , der Tafelhöhe h sowie des Verbindungsmittelabstands a_v ergeben sich Verformungsanteile $u_{K,1,inst,hor}$ und $u_{K,1,inst,ver}$ für zwei horizontale und zwei vertikale Verbindungsmittelreihen der Beplankung 1 zu.

$u_{K,1,inst,hor} = 2 a F_V \frac{a_{v,1}}{K_{ser,1} \ell} \cdot a \bar{1} \frac{a_{v,1}}{K_{ser,1} \ell} \frac{\ell}{a_{v,1}}$	Gl. 9-9
$u_{K,1,inst,ver} = 2 a F_V \frac{a_{v,1}}{K_{ser,1} \ell} \cdot a \bar{1} \frac{a_{v,1}}{K_{ser,1} \ell} \frac{h}{a_{v,1}}$	Gl. 9-10
mit $u_{K,1,inst} = u_{K,1,inst,hor} + u_{K,1,inst,ver}$	Gl. 9-11

Der Verschiebungsanteil $u_{K,2,inst}$ der Beplankung 2 wird analog ermittelt. Die Auswertung dieser Summationen liefert den Verschiebungsanteil für die jeweilige Verbindungsmittelseite nach Gl. 9-12 und Gl. 9-13.

$u_{K,1,inst} = 2 a^2 F_V (\ell + h) \frac{a_{v,1}}{K_{ser,1} \ell^2}$	Gl. 9-12
$u_{K,2,inst} = 2 (1-a)^2 F_V (\ell + h) \frac{a_{v,2}}{K_{ser,2} \ell^2}$	Gl. 9-13

Für den symmetrischen Fall vereinfachen sich diese Gleichungen mit $K_{ser,1} = K_{ser,2} = K_{ser}$, $a_{v,1} = a_{v,2} = a_v$ und $a = \frac{1}{2}$ zu:

$u_{K,inst} = F_V (\ell + h) \frac{a_v}{K_{ser} \ell^2}$	Gl. 9-14
--	----------

Die elastischen Verschiebungsanteile aus der Schubverzerrung der Beplankung 1 und 2 ergeben sich im allgemeinen Fall aus den Gleichungen Gl. 9-16 und Gl. 9-17. Die Biegeverformungen der beulenden Beplankung können dabei über den Faktor b abgeschätzt werden, indem der Schubmodul der Beplankung reduziert wird. Dabei gilt für b :

$$1,0 \leq b \leq 0,5$$

Gl. 9-15

Mit $b = 1,0$ [-] wird die quasi - ebene Beplankung beschrieben während $b = 0,5$ [-] das vollständige Zugfeld charakterisiert, vergl. Abb. 2-10 und Abb. 2-11. Im quasi - ebenen Zustand der Beplankung werden Druck- und Zugspannungen infolge äußerer Beanspruchungen oder Zwängungen in gleichem Maße weitergeleitet. Beult die Beplankung, so können Druckspannungen nur noch begrenzt und im Grenzstand des vollständigen Zugfelds gar nicht mehr aufgenommen werden. Dadurch wächst die horizontale Verformung der Beplankung überproportional zur äußeren Kraft F_V . Die Schubsteifigkeit sinkt auf 50% der Anfangsschubsteifigkeit G .

$$u_{G,1,inst} = \frac{a^2 F_V \cdot h}{b G_1 t_1 \ell}$$

Gl. 9-16

$$u_{G,2,inst} = \frac{(1-a)^2 F_V \cdot h}{b G_2 t_2 \ell}$$

Gl. 9-17

Für den symmetrischen Fall vereinfachen sich diese Gleichungen mit $G_1 = G_2 = G$, $t_1 = t_2 = t$ und $a = \frac{1}{2}$ zu:

$$u_{G,inst} = \frac{F_V \cdot h}{2 b G t \ell}$$

Gl. 9-18

Auch im gebeulten Zustand der Beplankung werden die Rippen im Wesentlichen durch Normalkräfte beansprucht, so dass die Arbeitsanteile aus Querkräften und Momenten vernachlässigt werden können, vergl. Kapitel 4. Mit A und E_0 werden die Querschnittsflächen der Rippen und deren E-Modul in Faserrichtung beschrieben.

$$u_{E,inst} = \frac{2}{3} \frac{F_V}{E_0 A} \left(\ell + \frac{h^3}{\ell^2} \right)$$

Gl. 9-19

Kapitel 10: Zusammenfassung

Um ein sinnvolles statisches Modell für die Beschreibung von Holztafeln mit planmäßig beulender Beplankung unter scheibenartiger Beanspruchung zu finden, werden numerische und experimentelle Untersuchungen an Tafeln durchgeführt. Dabei wird zwischen Tafeln unterschieden, bei denen der Rippenabstand a_r im Vergleich zur Plattendicke t klein genug ist, so dass die Zusatzbeanspruchungen der Beplankung aus den Imperfektionen als klein gelten können (ohne Beulen, quasi - eben), und solchen, für die diese Zusatzbeanspruchungen nicht vernachlässigt werden können (mit Beulen). Mit dem Vergleich dieser Untersuchungen werden die signifikanten mechanischen Eigenschaften von Tafeln mit planmäßig beulender Beplankung herausgearbeitet. Zudem wird in dieser Arbeit detailliert aufgezeigt, welchen Einfluss die Verbindung der Rippen untereinander auf die Orientierung der Verbindungsmittelkräfte am Beplankungsrand hat. Die erzielten numerischen Ergebnisse werden im Folgenden durch experimentelle Untersuchungen am Beplankungswerkstoff, der Verbindungen und der ganzen Tafel verifiziert.

Durch diese numerischen und experimentellen Untersuchungen kann gezeigt werden, dass die Bemessung von scheibenartig beanspruchten Holztafeln mit dünner, beulgefährdeter Beplankung nach der Schubfeldtheorie geführt werden darf. Die gelenkige Verbindung der Rippen untereinander ist nicht erforderlich, um im gebeulten Zustand statisches Gleichgewicht in der Tafel zu erzeugen. Im gebeulten Zustand der Beplankung entstehen an deren Rändern Druckgurte, so dass die Verbindungsmittel parallel zum Beplankungsrand beansprucht werden.

Als ein Ergebnis der experimentellen Untersuchungen werden Konstruktionsregeln definiert, die eine ausreichend tragfähige und duktile Verbindung der Rippen mit der Beplankung über stiftförmige Verbindungsmittel sicherstellen, so dass die plastischen Tragreserven der Tafel aktiviert werden können. Ein Biegebruch der Beplankung kann auf Grund der hier definierten Verbindungsmittelabstände ausgeschlossen werden, weil die Beanspruchbarkeit der Tafel durch die Tragfähigkeit der Verbindungsmittel begrenzt wird. Diese Konstruktionsregeln sind einzuhalten, wenn Tafeln mit beulender Beplankung nach der Schubfeldmethode bemessen werden.

Um den praktischen Einsatz von Tafeln mit dünner, planmäßig beulender Beplankung zu ermöglichen, werden Gruppen von diesen Tafeln mit und ohne Öffnungen sowie unterschiedlichen globalen Lagerungen analysiert. Es kann gezeigt werden, dass die Bemessungsregeln von Tafelgruppen mit quasi - ebener Beplankung auf Tafelgruppen mit beulender Beplankung übertragbar sind.

Auf Grund der bauphysikalischen Zwangsbedingungen werden insbesondere bei Außenbauteilen unsymmetrisch beplankte Tafeln verwendet. Mit numerischen Untersuchungen wird das Tragverhalten von Tafeln mit einer gebeulten und einer ebenen Beplankung dargestellt.

Aus den Ergebnissen dieser Arbeit sind in Anlehnung an die DIN 1052 8/2004 Bemessungsvorschläge vorgestellt.

Kapitel 11: Literatur

- [1] **Adams P. E., Noel R. (1979):** Plywood Shear Walls, American Plywood Association, Report 105, Tacoma, Washington
- [2] **Ahrens H., Dinkler D (1994):** Finite-Element-Methoden Teil 1, Institut für Statik der TU Braunschweig
- [3] **Alsmarker T. (1992):** Gypsum Plasterboards as Wind Bracing Elements in Timber Framed Buildings, Department of Structural Engineering, Lund Institut of Technology, Report TVBK-1007
- [4] **Blaß H. J., Krämer V. (1997):** Beulnachweise bei Beplankungen von Tafелеlementen und bei Verbundträgern mit Plattenstegen, Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, Abteilung Ingenieur Holzbau, Universität Fridericiana Karlsruhe
- [5] **Blaß H. J., Ehlbeck J., Kreuzinger H., Steck G. (2005):** Erläuterungen zur DIN 1052: 2004-08, Beuthverlag Berlin
- [6] **Boehme C., Gressel P. (1992):** Die Biegeeigenschaften als Prüfkriterium zur Beurteilung der Feuchtebeständigkeit von Holzfaserverplatten, Holz als Roh- und Werkstoff
- [7] **Boehme C. (1980):** Untersuchungen über den Zusammenhang zwischen Rohdichte und Querkzugfestigkeit, Biegefestigkeit sowie Biege E-Modul bei verschiedenen Holzfasertypen, Holzforschung und Holzverwertung 32, 5, S.109-113
- [8] **Bund Deutscher Zimmermeister (2001):** Holzrahmenbau, Bruderverlag, Karlsruhe
- [9] **Bundesverband Deutscher Fertigbau e.V. (2001):** Moderner Holzhausbau in Fertigbauweise, WEKA Media, Kissingen
- [10] **Cziesielski E. (1970):** Beulen randparallel orthotroper Platten mit linearer und parabolischer Normalspannungsverteilung entlang der Beulfeldlänge, Hochschulschrift Univ. Hamburg, Fachbereich Biologie, Dissertation
- [11] **Cziesielski E. u.a. (1984):** Konstruktion und Berechnung von Holzhäusern in Tafelbauart, Band 122, Expert Verlag Grafenau
- [12] **Dettmann O.J.P. (2003):** Entwicklung von Modellen zur Abschätzung der Steifigkeit und Tragfähigkeit von Holztafeln, Bericht Nr. 03-1, Institut für Baukonstruktion und Holzbau der TU Braunschweig
- [13] **DIN 1052 (1988) Kommentar:** T1 bis T3, Holzbauwerke, Berechnung und Ausführung, Beuthverlag Berlin

- [14] **Dolan J. D. , Foschi R.O. (1991):** Structural Analysis Model for static Loads on Timber Shear Walls, Proceeding of the international Timber Engineer Conference London, B4, 338-345
- [15] **Ehlbeck J. (1996):** Skript zur Vorlesung „Ingenieurholzbau II“, TH Karlsruhe
- [16] **Ehlbeck J., Beyersdorfer P., Steck G. (1988):** Die Auswirkung wechselnder Klimabeanspruchungen auf Formänderungsverhalten und Tragfähigkeit genagelter Holzspanplatten-Vollholz-Verbindungen, Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, Abt. Ingenieurbeu, Universität Karlsruhe
- [17] **Ernst L. J. (1980):** A geometricaly nonlinear finite element shell theory, applications to the postbuckling behaviour of shells, Technische Hogeschool Delft Vakgoep
- [18] **ETH Zürich (2000):** Untersuchung zum Tragverhalten von aussteifenden Wandscheiben aus 8mm dicken, mittelharten Holzfaserplatten HFM 20 der Firma HPM-Pavatex AG, Untersuchungsbericht nicht veröffentlicht
- [19] **Eurocode 5 (1993):** Design of Timber Structures
- [20] **Falk R. H., Itani R.Y. (1989):** Finite Element Modeling of Woods Diaphragms, Journal of structural Engineering, ASCE 115, Nr. 3, S.543-559
- [21] **FMPA Baden Württemberg (1999):** Ermittlung der Feuchteverformung genagelter einseitiger Beplankung (HFM d=8mm) im Klima 20/90 an drei Wandelementen und anschließender Prüfung der Wandelemente im Schubversuch H = 2500 mm, Prüfbericht nicht veröffentlicht
- [22] **Folz B., Filiatrault A. (2001):** Cycling analysis of wood shear walls, Journal of structural Engineering, April, S.433-441
- [23] **Folz B., Filiatrault A. (2002):** Performance-based seismic design of wood framed buildings, Journal of structural Engineering, January, S.39-47
- [24] **Gerard G., Becker H. (1957):** Handbook of structural stability part III – Buckling of curved plates and shells, Technical Note 3783, NACA
- [25] **Glos P., Henrici D., Schmeler B. (1985):** Festigkeit geleimter / genagelter Wandtafeln, Forschungsbericht EGH Nr.82/20 in der DGfH
- [26] **Glos P., Henrici D., Schmeler B. (1987):** Festigkeit von ein- und zweiseitig beplankten Wandelementen, Forschung und Praxis, Holz als Roh- und Werkstoff 45, S41-48
- [27] **Gromala D.S. (1983):** Light Frame Wall Systems: Performance and Predictability, US Depart. of Agriculture, Forest Products Laboratory, Research Paper FPL442

- [28] **Gromala D.S. (1985):** Lateral Nail Resistance for ten common sheathing Materials, Forest Product Journal (35), Nr.9, S. 61-67
- [29] **Gromala D.S., McChutcheon W.J., Tuomi R.L., Wolfe R.W. (1981):** Structural Continuity and Component Interaction, Metal Plate Wood Trust Conference, Forest Product Res. Society, Madison, S.138-144
- [30] **Gutkowski R.M., Castillo A.I. (1988):** Single- and Double- Sheathed Wood Shear Wall Study, J. Struct. Eng., Vol. 114, Nr. 6, S.1268-1284
- [31] **Halász von R., Cziesielski E. (1966):** Berechnung und Konstruktion geleimter Träger mit Stegen aus Funierschichtholz, Technische Universität Berlin Institut für Baukonstruktion und Festigkeit
- [32] **Henrici D., Kufner M., Müller I. (1980):** Trag- und Verformungsverhalten von Wandscheiben aus Holz und Holzwerkstoffen unter Schubbeanspruchung, Forschungsbericht EGH Nr. 79501 in der DGfH
- [33] **Henrici D. (1984):** Zur Bemessung windaussteifender, hölzerner Wandscheiben, Bauen mit Holz 12, S.873-877
- [34] **Hertel H. (1960):** Leichtbau: Bauelemente, Bemessung und Konstruktion von Flugzeugen und anderen Leichttragwerken, Springer Verlag Berlin / Göttingen / Heidelberg
- [35] **Itani R.Y., Cheung C.K. (1984):** Nonlinear Analysis of Sheathed Wood Diaphragms, J. Struc. Eng., ASCE 110, Nr.9, S.2137-2147
- [36] **Itani R.Y., Leichiti R.J. und Kasal B. (1994):** Nonlinear Finit Element Model of Complete Light-frame Wood structures, J. Struc. Eng., ASCE 120, Nr.1, S.100-119
- [37] **Johansen K.W. (1949):** Theory of Timber Connections, International Association of Bridges and Structural Engineering, Publication No. 9:249-262, Bern, Schweiz
- [38] **Källsner B. (1983):** Windaussteifungen von Wandkonstruktionen im Skelettbau, bauen mit holz 6/83
- [39] **Källsner B. (1984):** Panels at Wind-Bracing Elements in Timber Walls, Wood Technology Report 56
- [40] **Kessel M. H. (2001):** Scheiben. In: Ingenieur Holzbau, Karlsruher Tage, Tagungsband, Bruderverlag Karlsruhe, S. 48-78
- [41] **Kessel M. H., Huse M., Augustin R. (2001):** Einfluss der Verbindungsmittelabstände auf die Tragfähigkeit von Wandtafeln. Schlussbericht an die Arbeitsgruppe Innovative Projekte AGIP beim Ministerium für Wissenschaft und Kunst des Landes Niedersachsen, Labor für Holztechnik LHT, Hildesheim

- [42] **Kessel M. H., Schönhoff Th. (2001):** Entwicklung des Nachweisverfahrens von Scheiben auf der Grundlage von Eurocode 5 und DIN 1052 neu. Forschungsbericht des Instituts für Baukonstruktion und Holzbau, Braunschweig
- [43] **Kessel M. H. (2003):** Tafeln – Eine linear elastische Beschreibung, In: Holzbaukalender, Bruderverlag Karlsruhe S. 599-632
- [44] **Kessel M. H., Sandau-Wietfeldt M. (2003):** Erweiterung der Einsatzmöglichkeiten dünner, klebstoff- und bindemittelfreier Holzwerkstoffplatten für den Holzbau, Integrierter Umweltschutz in der Holzwirtschaft. Schlussbericht an das BMBF, Institut für Baukonstruktion und Holzbau, TU Braunschweig
- [45] **Kessel M. H. (2005):** Erläuterungen zur DIN 1052: 2004-08 Kapitel 8.7. Beuthverlag Berlin
- [46] **Klöppel, K., Scheer, J. (1960):** Beulwerte ausgesteifter Rechteckplatten; Bd. 1; W. Ernst u. Sohn
- [47] **Kolb H., Radović B. (1973):** Ermittlung der Festigkeit von Nagelverbindungen zwischen Vollholz und Holzspanplatte, Berichte aus der Bauforschung, Bd. 91
- [48] **Kuhn P., Peterson J. P., Levin L. R. (1952/1):** A Summary of diagonal Tension, Part I – Methodes of Analysis, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington
- [49] **Kuhn P., Peterson J. P., Levin L. R. (1952/2):** A Summary of diagonal Tension, Part II – Experimental Evidence, National advisory committee for Aeronautics, Washington
- [50] **Kollbrunner C. F., Meister M. (1958):** Formeln für das Ausbeulen von Blechen im elastischen und plastischen Bereich, 10er Bericht der T.K. des Schweizer Stahlbauverbandes über Plattenausbeulen, Verlag Schweizer Stahlbauverband
- [51] **Lam F., Durham J., Prion H. G. L. (2001):** Seismic resistance of wood shear walls with large OSB panels, Journal of structural Engineering, December, S.1460-1466
- [52] **Lee Y., Miller T. H. (2001):** Axial strength determination for gypsum-sheath cold formed steel wall stud composite panels, Journal of structural Engineering, June, S.608-615
- [53] **Li, Q. S. (2000):** Buckling of flexural-shear plates, Journal of structural Engineering, December, S.1466-1473
- [54] **Marguerre, K. (1937):** Die mittragende Breite der gedrückten Platte, Luftfahrtforschung, S. 121-128

- [55] **Moheit, W. (1940):** Schubbeulung rechteckiger Platten mit eingespannten Rändern, Stahlbau 13
- [56] **Möhler, K., Ehlbeck J. (1973):** Untersuchungen über das Tragverhalten von Sondernägeln bei Beanspruchung auf Abscheren und Herausziehen, Berichte aus der Bauforschung, Bd. 91
- [57] **Möhler, K., Steck, G. (1979):** Näherungsformeln zur Berechnung von Verbundteilen aus Vollholz und Holzwerkstoffen, Holz als Roh- und Werkstoff 37, S. 221-225
- [58] **Müller G., Groth C. (1997):** FEM für Praktiker, expert Verlag
- [59] **Patton-Mallory M., McChutcheon W.J. (1987):** Predicting Racking Performance of Walls Sheathed on both Sides, For. Prod. J. (37), Nr.9, S27-32
- [60] **Petersen C. (1980):** Statik und Stabilität der Baukonstruktionen; Vieweg & Sohn
- [61] **Pflüger A:** Stabilitätsprobleme der Elastostatik. Berlin, Heidelberg, New York, Springer 1975
- [62] **Polensek A. (1978):** Properties of Components and Joints for Rational Design Procedure of Wood-Stud-Walls, Wood Science 10 Nr. 4, S. 167-175
- [63] **Ozarrska-Bergandy B., Ganowicz R. (1985):** Postbuckling Behaviour of Hardbord under Shear, Wood Science and Technology 19, S 353-361, Springer Verlag
- [64] **Qiao P., Davalos J., Wang J. (2001):** Local Buckling of Composite FRP Shapes by diskrete Plate Analysis, Journal of structural Engineering, March, S.245-255
- [65] **Raschper N. (1990):** Zur Berechnung von Wandscheiben im Holztafelbau, Dissertation, TU Braunschweig
- [66] **Reitinger, R. (1994):** Stabilität und Optimierung imperfektionsempfindlicher Tragwerke, Stuttgart
- [67] **Rode, H. H. (1916):** Beitrag zur Theorie der Knickerscheinungen, Der Eisenbahnbau
- [68] **Rosowsky D. V., Ellingwood B. R. (2002):** Performance-based engineering of wood frame housing: fragility analysis methodology, Journal of structural Engineering, January, S.32-38
- [69] **Schapitz E. (1937):** Beitrag zur Theorie des unvollständigen Zugfeldes, Luftfahrtforschung, S. 129
- [70] **Schurk T. E. (1949):** Die quadratische Platte bei Schubbelastung oberhalb der Beulgrenze, Ingenieurarchiv XVII Band S.1
- [71] **Schulze H. (1996):** Holzbau: Wände, Decken, Dächer, B. G. Teubner Verlag, Stuttgart

- [72] **Schulze H., Gebhardt M. (1994):** Tragverhalten von Mehrreiter Wandscheiben mit Öffnungen, Bauen mit Holz 8/96, S.635-641
- [73] **Serafin M. (2002):** Zur Entstehung des Ingenieurholzbaus, Shaker Verlag
- [74] **Supple W. J., Tompson J. M. T. (1973):** Structural instability fundamental of postbuckling behaviour of structures, IPC
- [75] **Timoshenko S. (1921):** Über die Stabilität versteifter Platten, Eisenbahnbau 12; S.147-163
- [76] **Timoshenko S., Gere J.M. (1961):** Theory of elastic Stability, McGraw-Hill, New York
- [77] **Tuomi R. L. (1978):** Racking Strength of Wood-Frame-Walls, Reprint from Nat. Bureau of Standards, Publication 523, VI-25 bis VI-34
- [78] **Tuomi R. L., Gromala D. S. (1977):** Racking Strength of Walls: Let-in Corner bracing, Sheet Materials and Effect of Loading Rate, For. Prod. Lab. Res. Paper 301
- [79] **Tuomi R. L., McCutcheon W. J. (1978):** Racking Strength of Light Frame Nailed Walls, J. Struc. Div., ASCE 104, ST7, S.1131-1140
- [80] **Wachsmann K. (1930):** Holzhausbau Technik und Gestaltung, Ernst Wasmuth Verlag, Berlin
- [81] **Wagner C. (1982):** Dach- und Deckenscheiben in Holzhäusern in Holztafelbauart, Bauen mit Holz 8/82, S. 509-518
- [82] **Wagner H. (1929):** Ebene Blechwandträger mit sehr dünnen Stegblechen, Zeitschrift für Flugtechnik und Motorschiffahrt 1929 Heft 8-12
- [83] **Wiedemann J. (1996):** Leichtbau 1: Elemente; 2. Auflage, Springer Verlag
- [84] **Wriggers P. (2001):** Nichtlineare Finite-Element-Methoden, Berlin (u.a.) Springer
- [85] **Zienkiewicz O. C. (1984):** Methode der Finiten Elemente, Studienausgabe, München
- [86] **Zur Kammer T (2006):** Zum räumlichen Tragverhalten mehrgeschossiger Gebäude in Holztafelbauart, Bericht Nr. 06-1, Institut für Baukonstruktion und Holzbau der TU Braunschweig

Anhang A - Programmcode

```

/CLEAR,START
/OUTPUT,,sandau
/FILNAM,nbeul22
/CONFIG,NRES,10000/PREP7
/TITLE, System 2.2, kein Beulen

*ABBR,IMPER,IMPER
*ABBR,BERECH,BERECH

*ABBR,First,FIRSTST
*ABBR,Next,NEXTST
*ABBR,Previous,PREVST
*ABBR,Last,LASTST
*ABBR,Normal,Normal
*ABBR,Quer,Quer
*ABBR,Moment,Moment
*ABBR,VP_Top,Vektortop
*ABBR,VP_Mid,Vektormid
*ABBR,HS_Top,Haupttop
*ABBR,HS_Mid,Hauptmid
*ABBR,Verform,Verform

ET,1,Shell93
ET,2,BEAM3
KEYOPT,2,6,1
ET,3,COMBIN7
KEYOPT,3,2,1
ET,4,COMBIN39
KEYOPT,4,4,3
ET,5,COMBIN39
KEYOPT,5,1,0
KEYOPT,5,3,2
ET,10,COMBIN39
KEYOPT,10,1,0
KEYOPT,10,3,1

*ASK,H_Rip,HÖHE RANDRIPPEN [MM],90
*ASK,B_Rip,BREITE DER RANDRIPPEN [MM],60
*ASK,E_Rip,E-MODUL DER RIPPEN [N/MM2],11000
*ASK,G_Rip,SCHUBMODUL RIPPEN [N/MM2],690
*ASK,E_SCH,E-MODUL SCHEIBE [N/MM2],5000
*ASK,GXY_SCH,G-MODUL SCHEIBE [N/MM2],1250
*ASK,HZ,DICKE DER SCHEIBE Z RICHTUNG [MM],4
*ASK,C1, STEIFIGKEIT DER VM [N/MM],500
*ASK,C2,STEIFIGKEIT DES GELENKS
[N/mm],150000

A1=H_Rip*B_Rip
IZ1=(B_Rip**3)*H_Rip/12

R,1,HZ
MP,EX,1,E_SCH
MP,EY,1,E_SCH
MP,NUXY,1,0.3
MP,GXY,1,GXY_SCH

R,2,A1,IZ1,B_Rip
MP,EX,2,E_Rip
MP,GXY,2,G_Rip

```

```

R,3,C1
R,4,1,C1,100,C1+5
R,5,1,C2
R,10,1,C2

*ASK,AbstX,Abstand in x-Richtung,62.5
*ASK,AbstY,Abstand in y-Richtung,62.5
*ASK,nX,Anzahl Elemente in x-Richtung,20
*ASK,ny,Anzahl Elemente in y-Richtung,40
*ASK,nRipV, Anzahl der Vertikalen Rippen, 3
*ASK,AbstRipV, Abstand der Vertikalen Rippen,
10

x1 = (nx+1)*(ny+1)+ny*(nx+1)
x2 = (nx+1)*(ny+1)
x3 = ((nx*2)+1)*(ny+1)+(nx+1)*ny+1
x4 = x3 + nx + 1
x5 = x4 + nx + 1
x6 = x5 + nRipV*(ny+1)

C***Eckknoten für Shell93 Element

*DO,I,0,nY,1
*DO,J,0,nX,1
  N,J*(ny+1)+I+1,J*AbstX,I*AbstY,0
*ENDDO
*ENDDO

C***Zwischenknoten für Shell93 Element

*DO,I,0,nx,1
*DO,J,1,ny,1
  N,(nx+1)*(ny+1)+J+I*ny,I*AbstX,
(J-1)*AbstY+AbstY/2
*ENDDO
*ENDDO

*DO,I,1,nx,1
*DO,J,0,ny,1
  N,(nx+1)*(ny+1)+(nx+1)*ny+J+1+
(I-1)*(ny+1),AbstX/2+(I-1)*AbstX,J*AbstY,0
*ENDDO
*ENDDO

C***Knoten für Rippe

Abst = 0

*DO,I,0,nx,1
  N,X3+I, I*AbstX, ny*AbstY+Abst, 0
  N,X4+I, I*AbstX, -Abst, 0
*ENDDO

nRipV = nRipV-1

*DO,I,0,nRipV,1
*DO,J,0,ny,1
  N,X5+J+I*(ny+1), I*AbstRipV*AbstX-Abst,
J*AbstY,0
*ENDDO

```

```
*ENDDO
```

```
c***** Beplankung einfügen
```

```
MAT,1
TYPE,1
REAL,1
```

```
*DO,I,1,nX,1
*DO,J,1,nY,1
E,J+(I-1)*(ny+1),J+I*(ny+1),J+I*(ny+1)+1,J+
(I-1)*(ny+1)+1,x1+(I-1)*(nY+1)+J,x2+I*nY+J,x1+
(I-1)*(nY+1)+J+1,x2+(I-1)*nY+J
*ENDDO
*ENDDO
```

```
c***** horizontal Rippen einfügen
```

```
MAT,2
TYPE,2
REAL,2
```

```
*DO,I,0,nx-1,1
E,x3+I,x3+I+1
E,x4+I,x4+I+1
*ENDDO
```

```
c***** vertikale Rippen einfügen
```

```
*DO,I,0,nRipV,1
*DO,J,0,ny-1,1
E, x5+I*(ny+1)+J,x5+I*(ny+1)+J+1
*ENDDO
*ENDDO
```

```
c***** Verbindungsmittel Horizontale Rippen
```

```
TYPE,3
REAL,3
```

```
*DO,I,0,nx,1
E,(I+1)*(ny+1),X3+I
D,x3+I,UZ,0
*ENDDO
```

```
*DO,I,0,nx,1
E,I*(ny+1)+1,X4+I
D,x4+I,UZ,0
*ENDDO
```

```
c***** Verbindungsmittel Vertikale Rippen
```

```
*DO,I,0,nRipV,1
*DO,J,1,ny-1
E,I*AbstRipV*(ny+1)+J+1,x5+I*(ny+1)+J
D,x5+I*(ny+1)+J,UZ,0
*ENDDO
*ENDDO
```

```
TYPE,5
REAL,5
```

```
*DO,I,0,nRipV,1
E,x3+(I*AbstRipV),(x5)-1+((I+1)*(ny+1))
E,x5+(I*(ny+1)),X4+(I*AbstRipV)
```

```
*ENDDO
```

```
TYPE,10
REAL,10
```

```
*DO,I,0,nRipV,1
E,x3+(I*AbstRipV),(x5)-1+((I+1)*(ny+1))
E,x5+(I*(ny+1)),X4+(I*AbstRipV)
*ENDDO
```

```
D,X3,UY,0
D,X4+nx,UX,0
D,X4+nx,UY,0
```

```
*DO,I,0,nx,1
D,I*(ny+1)+1,UZ,0
D,(I+1)*(ny+1),UZ,0
*ENDDO
```

```
*DO,I,0,nRipV,1
*DO,J,1,ny-1
D,I*AbstRipV*(ny+1)+J+1,UZ,0
*ENDDO
*ENDDO
```

```
FINISH
```

```
/SOLU
```

```
F,X3,FX,1
ANTYPE,STATIC
SSTIF,OFF
PSTRESS,ON
NLGEOM,OFF
NSUBST,2
SOLVE
```

```
FINISH
```

```
*CREATE,IMPER,MAC
```

```
/PREP7
FDELETE,ALL
*ASK,S1,Skalierungsfaktor,0.5
NSEL,S,NODE,,1,x3-1
UPCOORD,S1,ON
ALLSEL
FINISH
```

```
/SOLU
```

```
F,X3,FX,1
F,2606,FY,1
ANTYPE,STATIC
SSTIF,ON
PSTRESS,OFF
NLGEOM,ON
NSUBST,1
SOLVE
FINISH
```

```
/PREP7
```

```

UPCOORD,0.01,ON
ALLSEL
ESEL,S,TYPE,,3
EDELE,ALL
ALLSEL
FDELE,ALL
NUMCMP,ELEM

TYPE,4
REAL,4
*DO,I,0,nx,1
  E,(I+1)*(ny+1),X3+I
*ENDDO

*DO,I,0,nx,1
  E,I*(ny+1)+1,X4+I
*ENDDO

*DO,I,0,nRipV,1
*DO,J,1,ny-1
  E,I*AbstRipV*(ny+1)+J+1,x5+I*(ny+1)+J
*ENDDO
*ENDDO

FINISH
*END

*CREATE,BERECH,MAC

/SOLU
ANTYPE,STATIC
PSTRESS,OFF
NLGEOM,ON
SSTIF,ON

NEQIT,15
EQSLV,FRONT,0.001

*ASK,FV,MAXIMALE KRAFT [N],12000
F,X3,FX,FV

KBC,0
ARCLEN,ON,10,0.0001
NROPT,MODI,,OFF
ARCTRM,U,50
NSUBST,100,1000,50
OUTRES,ALL,ALL

SOLVE
FINISH
*END

*CREATE,FIRSTST,MAC
/POST1
SET,FIRST
*END

*CREATE,NEXTST,MAC
/POST1
SET,NEXT
*END

```

```

*CREATE,PREVST,MAC
/POST1
SET,PREVIOUS
*END

*CREATE,LASTST,MAC
/POST1
SET,LAST
*END

*CREATE,NORMAL,MAC
/POST1
/TITEL,System 2.2, kein Beulen:
  RIPPENNORMALKRAFT
/COLOR,PBAK,OFF
/UDOC,1,CNTR,RIGH
/VIEW,1,,,1
ESEL,S,TYPE,,2
ETABLE,IFORXRI,SMISC,1
ETABLE,JFORXRI,SMISC,7
ALLSEL
PLLS,IFORXRI,JFORXRI,1,0
FINISH
*END

*CREATE,Vektortop,MAC
/POST1
/COLOR,PBAK,OFF
/UDOC,1,CNTR,RIGH
ESEL,S,TYPE,,1
SHELL,Top
/TITLE,System 2.2, kein Beulen:
  Hauptspannungsvektoren Oberfläche
/VSCALE,1,0.5,0
PLVECT,S,, ,VECT,ELEM,ON,0
FINISH
*END

*CREATE,VERFORM,MAC
/POST1
ESEL,S,TYPE,,1
/VIEW,1,1,1,1
/ANG,1
/DSCALE,1,5
AVPRIN,0,0,
/TITLE,System 2.2, kein Beulen: Verschiebung
Uz
  der Mittelebene
PLNSOL,U,Z,0,1
FINISH

```

Anhang B - Exemplarische Erläuterung des Programmcodes

In der Tabelle des Anhangs A ist exemplarisch eine ANSYS-Eingabedatei dargestellt. Diese Textdatei wurde in einem beliebigen Editor erstellt. Der Gesamtablauf wurde in Haupt- und Unterprozeduren unterteilt, um die Zwischenergebnisse auf Plausibilität zu kontrollieren.

Nachdem die allgemeinen Dateiinformationen und die Steuerungselemente für die Unterprozeduren in der Hauptprozedur vereinbart wurden, werden die in Kapitel 3.1 beschriebenen Elementtypen mit den zugehörigen, interaktiv abgefragten Materialeigenschaften definiert. Anschließend werden die Geometriedaten der Tafel festgelegt, so dass nun alle Informationen bereit stehen, um die erforderlichen Modellknoten mit den angeschlossenen Elementen erzeugen zu können. Dieses geschieht mittels DO-Schleifen, weil so alle Knoten- und Elementdaten in übersichtlicher Form vorliegen, so dass die Ergebnisdarstellung erleichtert wird. Gegebenenfalls werden die Gelenkbedingungen für die Verbindung der Rippen untereinander festgelegt und die drei globalen Lagerbedingungen eingefügt. Damit ist das Generieren des statischen Modells abgeschlossen.

Um die lineare Beulberechnung durchführen zu können, muss das betrachtete Modell zunächst für eine Einheitslast $F = 1$ N berechnet werden. Im hier dargestellten Beispiel wird anschließend die erste Eigenform des statischen Modells bestimmt. Die bisher aufgezählten Arbeitsgänge sind Bestandteil der Hauptprozedur. Alle weiteren Arbeitsschritte können über Unterprozeduren einzeln gestartet werden.

Zunächst wird aus der aktuellen Eigenform die Imperfektion w_0 der Beplankung erzeugt. Über den Skalierungsfaktor S_1 , der während der Berechnung abgefragt und modifiziert werden kann, lässt sich deren Amplitude an die Anforderungen gemäß Kapitel 4.2 anpassen. Mit einem Skalierungsfaktor $S_1 < 0,00001$ [-] ist die Imperfektion w_0 der Beplankung so gering, dass deren Beulen verhindert wird.

Das Einleiten kleinster Störlasten an den Rippen in x- und y-Richtung ist erforderlich, damit die Randknoten der Beplankung und die Knoten der Rippen nicht koinzident sind. Diese Voraussetzung muss erfüllt sein, damit nach dem Austausch der Federelemente, vergl. Kapitel 3.1.3, ein nicht singuläres Gleichungssystem zur Lösung der nicht linearen

Beulberechnung bereitgestellt wird.

Die hier abgedruckten Einstellungen der nichtlinearen Beulberechnung führen nicht bei allen ab Kapitel 4 vorgestellten Modellen zu Ergebnissen. Insbesondere müssen die Parameter der Bogenlängenschrittweite, dem ARCLLEN-Befehl, und des Gleichungslösers, dem EQSLV-Befehl, in Abhängigkeit der maximalen Kraft F_V entsprechend angepasst werden.

Im Rahmen der nichtlinearen Beulberechnung wird automatisch eine Ergebnisdatei erstellt, in der alle geometrischen und mechanischen Kenngrößen der Modellpunkte und Elemente für jeden Lastschritt abgelegt werden. Die Wahl des Lastschrittes und die Darstellung der Ergebnisse sind über Unterprozeduren einfach möglich, siehe Tabelle Anhang A.