Technische Universität Braunschweig

Prof. Dr. U. Motschmann
Dr. M. Feyerabend

ELEKTRODYNAMIK SS 2019

4. Übungsblatt — Abgabe: 9 Mai 2019 bis 9.45 Uhr im Kasten vor A317

Fragen zu den Aufgaben: Moritz Feyerabend, Raum 3.317, Tel.: 391-5187, m.feyerabend@tu-bs.de

8. **Retardierte Potentiale: rotierende Kugel** **(9 Punkte)**

Eine homogen geladene Vollkugel mit dem Radius R und der Gesamtladung Q beginne zur Zeit $t = 0$ um die $\underline{e}_3$-Achse durch ihren Mittelpunkt mit konstanter Winkel*beschleunigung* $\underline{\alpha}$ zu rotieren. Der Mittelpunkt der Kugel sei $\underline{0}$.

(a) Konstruieren Sie die Ladungsdichte $\rho(\underline{x}, t)$ und die Stromdichte $\underline{j}(\underline{x}, t)$ innerhalb und ausserhalb der Kugel.

(b) Skizzieren Sie die Kugel, den Aufpunkt $\underline{x}$ (mit $|\underline{x}| = r$) ausserhalb der Kugel ($r > R$) und den Einflussbereich, der das Signal zur Zeit $t \geq 0$ am Aufpunkt beeinflussen kann für die drei Situationen

i. $ct \leq r - R$
ii. $r - R \leq ct \leq r + R$
iii. $r + R \leq ct$

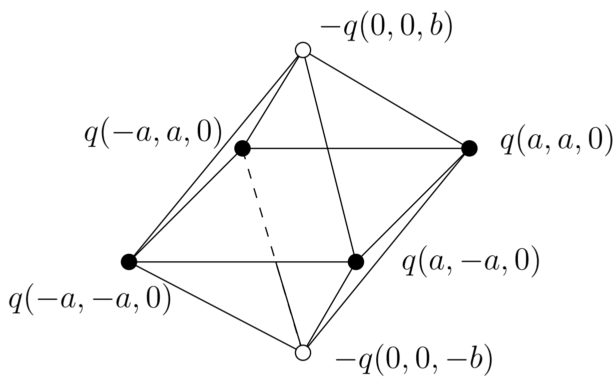
(c) Bestimmen Sie mittels der retardierten Potentiale das von dieser Ladungs- und Stromverteilung erzeugte elektromagnetische Feld (also $\underline{E}$ und $\underline{B}$) in den Raumpunkten $\underline{x}$ mit $r > R$ und für Zeiten t mit $ct \leq r - R$ bzw. $ct \geq r + R$.

(d) Diskutieren Sie Ihr Ergebnis physikalisch und interpretieren Sie die einzelnen Beiträge zu $\underline{E}$ und $\underline{B}$ anhand der Skizze aus (b). Erläutern Sie insbesondere die Zeitabhängigkeit von $\underline{E}(\underline{x}, t)$ und $\underline{B}(\underline{x}, t)$ für $r > R$ für die Zeitbereiche (b)i. und (b)iii.

Hinweis: Ausnutzen von $|...| = \sqrt{(...) \cdot (...)}$ und mehrfaches Substituieren führt zu elementar rechenbaren Integralen.

9. **Multipolentwicklung: Beispiele** **(6 Punkte)**

Es sollen Monopol- und Dipolmoment sowie die entsprechden Beiträge zum Potential $\Phi(\underline{x})$ für zwei konkrete Ladungsverteilungen berechnet werden:



Bitte wenden→

(a) Für die skizzierte Anordnung von sechs Punktladungen.

(b) Für einen Zylinder mit Radius R und Länge L, der mit der homogenen Ladungsdichte

$$\rho(\underline{x}) = \{\rho_0\,; \quad \text{für } -L/2 \le x_3 \le L/2 \text{ und } x_1^2 + x_2^2 \le R^2\} \tag{1}$$

belegt ist.

10. **Klassische Lebensdauer eines Wasserstoffatoms** **(5 Punkte)**

Klassisch nimmt man an, dass sich Elektronen auf Kreisbahnen um den Kern bewegen. Da eine Kreisbewegung jedoch eine beschleunigte Bewegung darstellt, strahlt das Elektron gemäß der Larmor-Gleichung Energie ab. Dieser Energieverlust würde dazu führen, dass ein Elektron innerhalb kürzester Zeit in den Atomkern stürzt.
In dieser Aufgabe soll die Zeitskala dieses Prozesses für das Wasserstoffatom abgeschätzt werden. Nehmen Sie dazu an, dass das Elektron zunächst im Abstand a_0 (Bohrscher Radius) um das Proton kreist. Außerdem sei die Energie des Elektrons näherungsweise durch seine potentielle Energie $U_{pot} = -q\Phi$ im Potential des punktförmigen positiven Kerns, wobei $q > 0$ gilt, gegeben. Verwenden Sie nun die Larmor-Gleichung um über die Bewegungsgleichung zu einer Differentialgleichung für den Kernabstand $a(t)$ zu gelangen. aus der sich die Zeit τ ergibt, nach der das Elektron den Kern erreicht. Geben Sie τ an.

Hinweis:

Die abgestrahlte Intensität entspricht dem Verlust der Energie des Elektrons: $\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = -I$.
Innerhalb einer Periode ändert sich der Abstand des Elektrons vom Kern nur wenig. Approximieren Sie

$$\begin{aligned} < r(t) > &= a(t) \\ < \frac{1}{r(t)} > &= \frac{1}{a(t)} \\ < \frac{1}{r^4(t)} > &= \frac{1}{a^4(t)} \end{aligned}$$

wobei $< ... >$ die Mittelung über eine Periode und $r(t) = |\underline{x}(t)|$ darstellen. Benutzen Sie zum einen die Bewegungsgleichung für das Elektron und mitteln Sie diese geeignet. Benutzen Sie zum anderen den Virialsatz für das Coulomb-Potential. Die Kombination von beidem liefert eine leicht lösbare Dgl. für $a(t)$.