Versuch 24: Strahlung des schwarzen Körpers

Die Gesetze der thermischen Strahlung (Plancksches Gesetz, Wiensches Verschiebungsgesetz) werden behandelt. Die Isothermen der Strahlung eines annähernd schwarzen Körpers sollen gemessen werden. Das T^4-Gesetz von Stefan und Boltzmann wird überprüft und die Temperatur einer Glühlampenwendel bestimmt.

Vorkenntnisse

Temperatur – Temperaturgleichgewicht – Grundbegriffe der Photometrie – Wärmetransportprozesse – Abstandsgesetz – Lambertsches Cosinusgesetz – Amplitude und Intensität – Spezifische Ausstrahlung – Absorptionsgrad – Kirchhoffsches Gesetz – Schwarzer Körper – Hohlraumstrahler – Zustandsdichte –Strahlungsdichte – Schwarze Temperatur – Farbtemperatur – Plancksches Gesetz – Wiensches Verschiebungsgesetz – Stefan-Boltzmann-Gesetz – Messgeräte zur Wärmestrahlung: Thermosäule, Bolometer, Pyrometer – Fermi-Dirac-, Bose-Einstein- und Boltzmann-Verteilung und deren Geltungsbereiche

Physikalische Grundlagen

Die Gesetze der Wärmestrahlung werden in der Literatur ausführlich behandelt. Hier sollen nur die unmittelbar zum Versuch gehörenden Einzelheiten kurz zusammengestellt werden.

Spezifische Ausstrahlung R: Sie ist definiert als pro Flächen- und Zeiteinheit ausgestrahlte Energie.

Absorptionsgrad α:

$$\alpha = \frac{\text{absorbierte Strahlungsenergie}}{\text{auffallende Strahlungsenergie}}$$

Reflexionsgrad r:

$$r = 1 - \alpha$$

Das Kirchhoffsche Gesetz

Für *alle* Körper ist bei gegebener Temperatur das Verhältnis von spezifischer Ausstrahlung und Absorptionsgrad konstant, und dem Betrage nach gleich der spezifischen Ausstrahlung des schwarzen Körpers (für diesen gilt definitionsgemäß $\alpha = 1$ für alle Frequenzen) bei der gleichen Temperatur. Es ist ausschließlich eine Funktion von T und ν:

$$\frac{R_1}{\alpha_1} = \frac{R_2}{\alpha_2} = R_\mathrm{s} = f(T,\nu)\cdot \mathrm{d}\nu$$

Strahlung eines schwarzen Körpers

Das Plancksche Gesetz

Es soll hier eine Herleitung gegeben werden, die sehr anspruchsvoll, aber auch sehr allgemeingültig ist (z. B. auch auf Phononen, d. h. Schwingungsquanten, anwendbar), und weiterführende Grundbegriffe der Thermodynamik anspricht. Eine andere, hier nicht gezeigte, Herleitung des Strahlungsgesetzes ist die von Einstein. Lediglich eine sollte bei der Vorbereitung des Versuches erarbeitet werden.

Kernpunkt dieses Gesetzes ist die von Planck geforderte Quantisierung der Strahlung, die letztlich zu den unten beschriebenen Verteilungsfunktionen führt:

$$E = h\cdot\nu \qquad (h = 6{,}6252\cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js})$$

Dies bedeutet, dass ein strahlender Körper mit dem Strahlungsfeld Energie nicht in beliebigen Portionen, sondern nur in ganzzahligen Vielfachen des Energiequantums $h\cdot\nu$ (Photon) austauschen kann.

Denkt man sich einen Hohlraum, dessen Wände schwarze Strahler gleicher Temperatur sind, so kann man die im Hohlraum befindliche Strahlung mit stehenden Wellen beschreiben. Andernfalls würden die Wellen weginterferieren. Für solche stehenden Wellen gelten nun Randbedingungen, die auf die sogenannte Zustandsdichte $D(\nu)\cdot\mathrm{d}\nu$ führen (siehe z. B. K. H. Hellwege: *Einführung in die Festkörperphysik*, S.117-119,123 oder Weizel, *Theoretische Physik*), welche angibt, wieviele solcher Quantenzustände im Frequenzbereich zwischen ν und $\nu+\mathrm{d}\nu$ überhaupt möglich sind. Für Photonen (und auch Phononen) gilt:

$$D(\nu)\cdot\mathrm{d}\nu = \frac{4\pi\cdot V\cdot\nu^2}{c^3}\mathrm{d}\nu$$

Diese Zustände sind bei einer gegebenen Temperatur nicht alle besetzt. Die Besetzung im thermodynamischen Mittel wird durch Verteilungsfunktionen $n(T,\nu)$ beschrieben. (Herleitung in späteren Thermodynamik-Vorlesungen):

Fermi-Dirac-Verteilung: $n_\mathrm{F}(T,\nu) = \dfrac{g}{\exp(E/kT)+1}$ (für Fermionen)

Bose-Einstein-Verteilung: $n_\mathrm{B}(T,\nu) = \dfrac{g}{\exp(E/kT)-1}$ (für Bosonen)

Boltzmann-Verteilung: $n_\mathrm{MB}(T,\nu) = g\cdot\exp(-E/kT)$ mit $E = h\cdot\nu - E_0$

(Anm.: Das chemische Potential E_0 ist für Photonen gleich Null.) g ist der Entartungsfaktor des Energiequants $h\cdot\nu$. Photonen sind Bosonen (Spin 1-Teilchen) und haben zwei Polarisationsmöglichkeiten (siehe Optik-Versuche), woraus $g=2$ folgt.

Die spektrale Energiedichte ergibt sich, indem man das Energiequant $h\cdot\nu$ mit der Zustandsdichte und der Verteilungsfunktion multipliziert und durch das Volumen teilt:

$$\begin{aligned} f(T,\nu)\cdot\mathrm{d}\nu &= h\cdot\nu\cdot n_\mathrm{B}(T,\nu)\cdot D(\nu)\cdot\mathrm{d}\nu\cdot 1/V \\ &= \frac{8\pi\nu^3 h}{c^3}\cdot\frac{1}{\exp(h\cdot\nu/kT)-1}\cdot\mathrm{d}\nu \qquad \text{Plancksches Strahlungsgesetz}\end{aligned}$$

Hierdurch wird die abgestrahlte Energie in *alle* Richtungen berücksichtigt. Bei realen Strahlern muss $f(T,\nu)$ auf den messbaren Raumwinkel bezogen werden!

Als Grenzfälle dieses Gesetzes erhält man die lange vor Planck bekannten Gesetze von Wien und Rayleigh-Jeans:

$$\begin{aligned} f(T,\nu) &= \frac{8\pi\nu^3 h}{c^3}\exp\left(-h\cdot\nu/kT\right) && \text{für} \quad h\cdot\nu \gg kT \\ f(T,\nu) &= \frac{8\pi\nu^2 kT}{c^3} && \text{für} \quad h\cdot\nu \ll kT \end{aligned}$$

Das Wiensche Verschiebungsgesetz

Eine Berechnung des Maximums der Planckschen Formel bei konstanter Temperatur führt auf

$$\lambda_{\text{max}} \cdot T = \text{const} \approx 2900\ \mu\text{m} \cdot \text{K}$$

Das Stefan-Boltzmann-Gesetz

Integration der Planckschen Formel über alle Frequenzen ergibt die gesamte abgestrahlte Energie pro Fläche und Zeit:

$$U = \int c \cdot f(T,\nu) \cdot \mathrm{d}\nu = \sigma \cdot T^4, \qquad \sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{K}^4\text{m}^2}$$

mit der Stefan-Boltzmann-Konstanten σ .

Registrierung der Strahlung

Hierzu muss ein Zusammenhang zwischen der von einem Körper pro Zeiteinheit abgestrahlten Energie und der vom Empfänger pro Zeiteinheit aufgenommenen Energie hergestellt werden.

Abgestrahlte Leistung

Die von einer strahlenden Fläche A_S ausgesendete Leistung ist $I_0 = \int U \cdot \mathrm{d}A_\text{S}$. Bei schräger Emission gilt das Lambertsche Cosinus-Gesetz

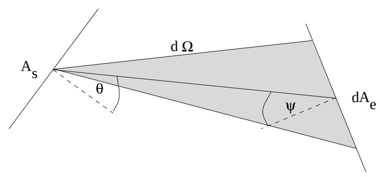
$$I_\Theta = I_0 \cdot \cos\Theta$$

wobei Θ der Winkel ist, um den die Fläche A_S geneigt ist.

Aufgefangene Leistung

Von jedem Punkt der Strahlungsquelle aus erscheint ein Flächenelement $\mathrm{d}A_\text{E}$ des Empfängers unter dem Raumwinkel

$$\mathrm{d}\Omega = \frac{1}{r^2} \cdot \mathrm{d}A_\text{E} \cdot \cos\Psi$$



Die gesamte vom Empfänger aufgenommene Leistung erhält man durch Integration der abgestrahlten Leistung über den Raumwinkel, unter dem der Empfänger vom Sender aus erscheint:

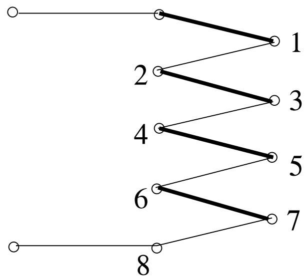
$$\Phi = \int I_\Theta \cdot \mathrm{d}\Omega = \frac{\cos\Theta \cdot \cos\Psi}{r^2} \cdot \int U \cdot \mathrm{d}A_\text{S} \cdot \int \mathrm{d}A_\text{E}$$

Bei gleichförmig heller Quelle und $\Psi = \Theta = 0$ erhält man :

$$\Phi = \frac{U \cdot A_\text{S} \cdot A_\text{E}}{r^2}$$

Die Thermosäule

Als Strahlungsempfänger wird eine Thermosäule verwendet, die aus mehreren hintereinandergeschalteten Thermoelementen (siehe Temperaturversuch) besteht. Die ungeradzahligen Lötstellen sind mit Ruß geschwärzt und werden von der Strahlung erwärmt, während die geradzahligen Zimmertemperatur haben. Die Thermospannungen der einzelnen Elemente addieren sich und werden mit einem Mikrovoltmeter gemessen. Die Thermosäule registriert die Strahlungsleistung aller Frequenzen. Die Anzeige des Mikrovoltmeter ist also ein Maß für die Größe U im Stefan-Boltzmann-Gesetz:



$$\Phi = \frac{1}{r^2} \cdot U \cdot A_\mathrm{S} \cdot A_\mathrm{E} = \sigma \cdot T^4 \cdot A_\mathrm{S} \cdot A_\mathrm{E} \cdot \frac{1}{r^2}$$

Nun ist die Thermosäule ihrerseits ebenfalls ein Strahler mit der Temperatur T_Th, der Leistung an den strahlenden Körper abgibt, und es stellt sich im Gleichgewicht eine Differenzleistungsdichte $\Delta U = \sigma \cdot (T^4 - T_\mathrm{Th}^4)$ ein. Es ist T die Temperatur des Strahlers und T_Th die der Thermosäule. Die empfangene Netto-Leistung ist demnach:

$$\Delta\Phi = \Delta U \cdot A_\mathrm{S} \cdot A_\mathrm{E} \cdot \frac{1}{r^2} = \sigma \cdot A_\mathrm{S} \cdot A_\mathrm{E} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot (T^4 - T_\mathrm{Th}^4)$$

Weiter besteht in der Thermosäule ein Gleichgewicht zwischen dieser empfangenen und der durch Wärmeleitung pro Zeiteinheit abtransportierten Wärme $\dot{Q}$:

$$\Delta\Phi = \dot{Q} = -\alpha \cdot \operatorname{grad} T = \alpha \cdot (T_\mathrm{Th} - T_0)$$

T_0 ist die Umgebungstemperatur, α enthält den Wärmeleitkoeffizienten sowie sonstige Bauteilkonstanten. Der im Galvanometer gemessene Thermostrom ist in sehr guter Näherung:

$$I_\mathrm{Th} = K \cdot (T_\mathrm{T} - T_0)$$

In die Konstante K geht außer dem ohmschen Widerstand des Kreises auch die Thermokraft der im Thermoelement verwendeten Metalle ein. Aus den letzten drei Formeln erhält man:

$$I_\mathrm{Th} = \frac{K}{\alpha} \cdot \Delta\Phi = \frac{K}{\alpha} \cdot \sigma \cdot \frac{A_\mathrm{S} \cdot A_\mathrm{E}}{r^2} \cdot (T^4 - T_\mathrm{Th}^4)$$

Die Temperatur der Thermosäule T_Th^4 läßt sich mit der Umgebungstemperatur T_0 gut annähern.

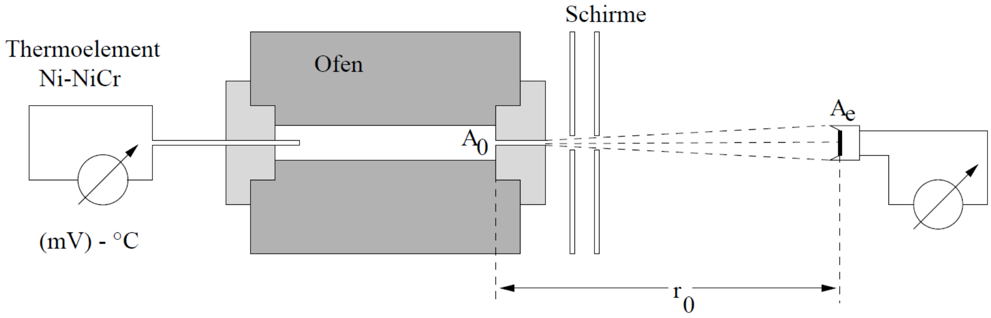
Möchte man mit dem Thermoelement die spektrale Energiedichte $f(T, \nu)$ messen, so ist vorher eine spektrale Zerlegung der Strahlung nötig. Diese erreicht man mit einem Prisma aus geeignetem Material (das auch im Infraroten noch Dispersion zeigt) oder einem Gitter mit passender Gitterkonstanten.

Experiment

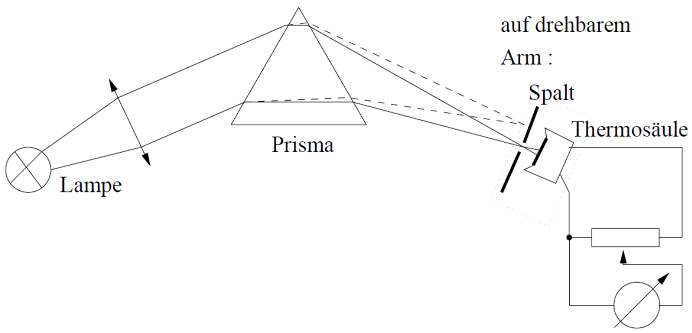
Der schwarze Strahler

Der bei der Herleitung benutzte Hohlraum mit Wänden gleicher Temperatur wird hier durch einen Rohrofen dargestellt, der als schwarzer Körper angenommen wird. In der Mitte ist ein Thermoelement angebracht, welches unmittelbar die Temperatur in °C mißt. Da das Gehäuse selbst sehr stark strahlt, sind zwei wassergekühlte Schirme zwischen Ofen und Thermosäule so aufgestellt, dass nur die Strahlung aus dem Hohlraum des Ofens durchgelassen wird.

In der Thermosäule sind auf der vorderseitig berußten Fläche von ca. $100\,\mathrm{mm}^2$ 16 Manganin-Konstantan-Thermoelemente zusammengelötet. (Jeweils Bändchen von 0,5 mm Breite und $5\,\mu$m Dicke.) Die anderen Enden sind an dicke Kupferstäbe gelötet, deren Temperatur praktisch Zimmertemperatur ist. Der elektrische Widerstand beträgt ca. $10\,\Omega$.



Anordnung zur Messung der spektralen Energiedichte der Lampe



Hierzu ist ein aus Intensitätsgründen stark vereinfachter Spektralapparat aufgebaut: Die leuchtende Lampenwendel wird direkt mit nur einer Linse durch ein Prisma auf eine einstellbare Spaltblende abgebildet, hinter der die Thermosäule steht. Die verwendeten Gläser sind im infraroten Bereich noch hinreichend durchlässig. Infolge der Lichtbrechung durch das Prisma entspricht jede Einstellung β (in Skt.) jeweils einer bestimmten Wellenlänge λ. Die Thermosäule registriert also:

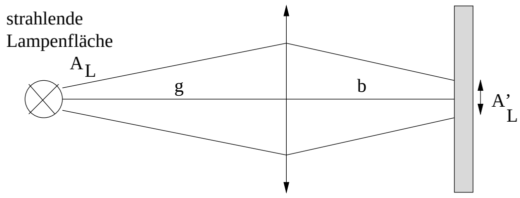
$$I'_{\mathrm{Th}}(\beta) = I_{\mathrm{Th}}(\lambda) = \frac{A_{\mathrm{Lampe}} \cdot A_{\mathrm{E}}}{r^2} \cdot \frac{K}{\beta} \cdot c \cdot f(T,\lambda) \cdot \mathrm{d}\lambda$$

Anordnung zur Bestimmung der Temperatur einer Lampenwendel

Hierbei wird die Gesamtstrahlungsleistung U_{Lampe} der Lampe mit derjenigen eines schwarzen Strahlers U_0 verglichen (siehe Abschnitt „Schwarzer Strahler").

Bestimmung von I_{Lampe} und r_{Lampe}:

Bestimmung von A_{Lampe}:



Für die Mikrovoltmeterströme gilt (s. o.):

$$\frac{I_{\text{Lampe}}}{I_{\text{Ofen}}} = \frac{\frac{A_{\text{Lampe}} \cdot A_{\text{E}}}{r^2_{\text{Lampe}}} \cdot \frac{K}{\beta} \cdot \sigma \cdot T^4_{\text{Lampe}}}{\frac{A_{\text{Ofen}} \cdot A_{\text{E}}}{r^2_{\text{Ofen}}} \cdot \frac{K}{\beta} \cdot \sigma \cdot T^4_{\text{Ofen}}} \quad \Rightarrow \quad T^4_{\text{Lampe}} = \frac{I_{\text{Lampe}} \cdot A_{\text{Ofen}} \cdot r^2_{\text{Lampe}}}{I_{\text{Ofen}} \cdot A_{\text{Lampe}} \cdot r^2_{\text{Ofen}}} \cdot T^4_{\text{Ofen}}$$

Die Fläche A_{Ofen} ist am Versuchsaufbau angegeben. Die Lampenfläche kann abgeschätzt werden, indem die Lampenwendel mit einer Linse abgebildet und ausgemessen wird. Man überschätze die strahlende Fläche nicht: Nur die Wendel strahlt, nicht die Zwischenräume!

Versuchsaufgaben

Gleich zu Beginn des Versuches ist bereits der Ofen anzuheizen.

1. Justierung des Spektrometers

1. Der bewegliche Arm ist auf die Stellung 0 Skt zu bringen. Ganz am Ende wird dann die Thermosäule aufgestellt, direkt davor die Spaltblende. Der Abstand sollte nur etwa 1 mm betragen, dadurch kann kaum Streulicht auf die Thermosäule fallen.

2. Den Prismentisch auf dem festen Arm so aufstellen, dass die Achse des Tisches genau über dem Drehpunkt der Arme steht.

3. Unmittelbar vor die Prismenhalterung die Linse auf dem festen Arm aufstellen, davor die Lampe.

4. Durch Verschieben und Drehen der Lampe, deren Glühwendel durch das Prisma auf den Spalt abbilden. Dabei muss das gelbe Licht genau auf den Spalt treffen (beweglicher Arm auf 0 Skt.). Durch Drehen des beweglichen Armes sicherstellen, dass das Spektrum bis weit in den infraroten Bereich messbar ist!

5. Überprüfen, dass alle optischen Elemente festgeschraubt sind und während des Versuchs nicht wackeln oder verrutschen können.

6. Das Prisma so drehen, dass das Licht die minimale Ablenkung erfährt. Dabei muss der weiße Reflex im ultravioletten Bereich bleiben um eine Verfälschung der Ergebnisse zu verhindern!

7. Für Versuchsteil 4 („Berechnung der Lampenwendeltemperatur“) ist eine lineare Kalibierkurve für die Wellenlänge λ und den Ablenkwinkel β zu erstellen. Man trage β über λ auf. Den Winkeln β (in Skt.) für die Mitten der gelben und roten Linien sowie die Grenzbereiche gelb-rot und rot-infrarot werden die entsprechenden Wellenlängen zugeordnet.

$$\begin{array}{llll} \lambda_{\mathrm{gelb}} & \approx 580\,\mathrm{nm} \text{ – Fraunhofer D-Linie} & \lambda_{\mathrm{rot}} & \approx 700\,\mathrm{nm} \\ \lambda_{\mathrm{gelb/rot}} & \approx 660\,\mathrm{nm} \text{ – Fraunhofer C-Linie} & \lambda_{\mathrm{rot/infrarot}} & \approx 780\,\mathrm{nm} \end{array}$$

8. Einstellen der Empfindlichkeit: Zunächst kann das Mikrovoltmeter, für den Fall das kein Licht einfällt (Schirm direkt vorm Spalt im Strahlengang), auf Null zurückgesetzt werden. Falls das Mikrovoltmeter nicht genullt wird ist ein Messwert mit abgeschirmtem Licht aufzunehmen und die Messwerte sind zu korrigieren. Anschließend wird der drehbare Arm ohne Schirm soweit gedreht, bis der Spalt infrarotes Licht durchläßt. Spaltbreite auf etwas weniger als 1 mm einstellen um eine gute Auflösung bei hinreichender Intensität zu erreichen. Jetzt kann durch Drehen des Armes (Einstellung bei großer Lampenspannung!) überprüft werden ob das Mikrovoltmeter einen maximalen Ausschlag erfährt.

9. Beim Messen Gleichgewicht der Thermosäule abwarten (ca. 15 sec.). Die Dichte der Messpunkte ergibt sich aus den sofort zu erstellenden Diagrammen: die Maxima sollen sehr genau vermessen werden, an den Flanken der Kurven kann die Dichte der Messpunkte geringer sein. Wichtig ist es, die Lampenfläche nicht zu überschätzen und Fremdstrahlung (Körperwärme) abzuschirmen. Nicht an die Apparatur stoßen!

10. Nach jeder Messung ist der Nullwert des Mikrovoltmeters mit Schirm im Strahlengang erneut zu prüfen.

2. Messung einer Planckschen Kurve

Es soll die Plankschе Kurve für eine Glühlampenwendel entsprechend obiger Beschreibung gemessen werden. Man trage I_{Th} gegen β *sofort* in einem Diagramm auf. Dabei beachte man die Lage des Maximums der Kurve im Vergleich zum sichtbaren Spektrum! Man prüfe die Wirkung (a) eines Wärmeschutzfilters und (b) einer gewöhnlichen Glasplatte (6 V Lampenspannung) und erkläre die Ergebnisse. Durch Verkleinern der Klemmenspannung der Lampe (von 6 V auf 4,2 V) prüfe man das Wiensche Verschiebungsgesetz und messe die Lage des neuen Maximums (β_{max}) der spektralen Energieverteilung.

3. Bestimmung der Temperatur der Lampenwendel

Mit den oben gezeigten Anordnungen zur Bestimmung der Temperatur einer Lampenwendel werden $I_{\mathrm{Lampe}}, r_{\mathrm{Lampe}}$ bzw. A_{Lampe} für die größere Leistung der Lampe gemessen. Dann wird die Thermosäule vor dem Ofen aufgebaut. Die Schirme zum Schutz vor der Abstrahlung des Ofengehäuses sind so aufgestellt, dass die Apertur des Strahlungsempfängers voll ausgenutzt wird. Die Temperatur im Ofen wird am zum Ni-NiCr-Thermoelement kalibrierten Instrument direkt abgelesen. Die Thermosäule wird auf der Bank so verschoben, dass das Mikrovoltmeter maximal ausschlägt. Wieder werden I_{Ofen}, A_{Ofen}, r_{Ofen} gemessen und mit der angegebenen Formel die Temperatur der Lampe berechnet. Für die errechnete Temperatur der Lampenwendel schätze man den Messfehler ab.

4. Berechnung der Lampenwendeltemperatur bei 4,2 V

Mit dem Wienschen Verschiebungsgesetz berechne man die Temperatur T_2 der Lampenwendel bei kleiner Betriebsspannung (4,2 V):

$$T_2 = T_1 \cdot \frac{\lambda_{1\,\mathrm{max}}}{\lambda_{2\,\mathrm{max}}}$$

Eine Diskussion der Ergebnisse ist durchzuführen!

5. Zum Stefan-Boltzmann-Gesetz

Während der Abkühlung des Ofens werden die Spannungswerte des Mikrovoltmeters und die Temperatur gemessen und in einem Diagramm der Thermostrom gegen $T^4 - T_0^4$ (absolute Temperaturen) eingetragen. Da die Temperatur in der 4. Potenz eingeht, bemühe man sich hier um eine möglichst genaue Ablesung. *Man diskutiere den Verlauf der Kurve.*
Dieser Versuchsteil benötigt ca. 45 Minuten!