

Versuch 16: Gitterspektrometer

Mit dem Gitterspektrometer wird eine absolute Wellenlängenmessung für die sichtbaren Spektrallinien des Hg/Cd-Spektrums durchgeführt. Auch wird die Gitterkonstante eines unbekanntes Gitters bestimmt. Weiter werden das Auflösungsvermögen bestimmenden Faktoren untersucht.

Vorkenntnisse

Abbildung durch Linsen – Kollimator – Fernrohr – Okular – Aufbau von Spektrographen und Spektrometern – elektromagnetische Wellen – Photonen – Frequenz – Wellenlänge – Farben – Spektrallinien – Kohärenz – Beugung am Spalt – Doppelspalt und Gitter – Vielstrahlinterferenz – Haupt- und Nebenmaxima – Auflösungsvermögen des Beugungsgitters – absolute Wellenlängenmessung – Vergleich mit Prismenspektrometer

Physikalische Grundlagen

Beugung am Gitter

Ein Gitter kann als eine Reihe von N parallelen, äquidistanten Oszillatoren mit Abstand d betrachtet werden, die phasengleich mit gleicher Amplitude A und Wellenlänge λ ausstrahlen (Huyghenssche Elementarwellen). Der Phasenunterschied benachbarter Wellen ist dann

$$\theta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \sin(\varphi). \quad (1)$$

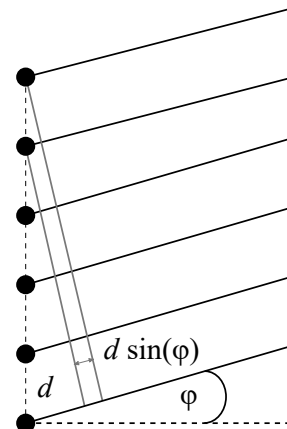
In Richtung von ϕ ergibt sich als resultierende Welle

$$A_R(\varphi) = A(\cos(\omega t) + \cos(\omega t + \theta) + \cos(\omega t + 2\theta) + \dots \\ \dots + \cos(\omega t + (N - 1)\theta))$$

Für $\theta = 2m\pi$, $m \in \mathbb{Z}$, wird A_R maximal (Hauptmaxima). Es ist $d \cdot \sin(\varphi) = m \cdot \lambda$ und $I_{\max} = N^2 \cdot I_0$. Mit Hilfe einer Reihendarstellung lassen sich die Amplitude A_R und die Intensität I auch als

$$A_R(\varphi) = A \cdot \frac{\sin(N\theta/2)}{\sin(\theta/2)} \cos\left(\omega t + \frac{N-1}{2}\theta\right) \quad (2)$$

$$\Rightarrow I(\phi) = I_0 \frac{\sin^2(N\theta/2)}{\sin^2(\theta/2)} \quad (3)$$



schreiben. Betrachtet man nun, dass jeder einzelne Gitterstrich wieder einen Spalt darstellt, so muss dies in der hergeleiteten Intensitätsfigur berücksichtigt werden. Dazu multipliziert man mit der des Einzelspalts und erhält:

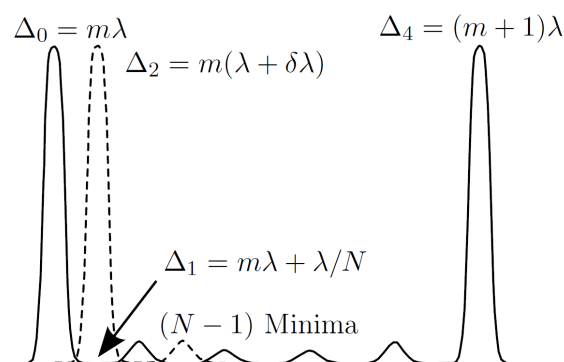
$$I(\phi) = I_0 \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\pi s}{\lambda} \sin \theta\right)}{\left(\frac{\pi s}{\lambda} \sin \theta\right)^2} \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{N\pi d}{\lambda} \sin \theta\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta\right)} \quad (4)$$

Hierbei ist s die Gitterspaltbreite. *Schätzen Sie ab, wo sich der Einfluss der Beugungsfigur des Einzelspalts (erster Term) deutlich bemerkbar macht.*

Das spektrale Auflösungsvermögen des Gitterspektrometers

Ein Spektralapparat ordnet Licht verschiedener Wellenlängen räumlich nebeneinander an. Das Gitterspektrometer ermöglicht die Absolutmessung von Wellenlängen: Die beim Beugungsgitter auftretenden Ablenkungswinkel lassen sich direkt mit der Wellenlänge verknüpfen, wenn die Gitterkonstante bekannt ist. Um die Leistung eines Spektrometers beurteilen zu können, wird unter anderem dessen Fähigkeit angegeben, zwei dicht benachbarte Spektrallinien zu trennen (spektrales Auflösungsvermögen). Im geometrisch-optischen Sinne ist eine Spektrallinie ein Bild des Spaltes (völlig analog zur ungebeugten nullten Ordnung).

Für den Prozess der "Lichtzerlegung" ist beim Gitter die Beugung des Lichtes verantwortlich. Die Spektrallinie ist das Ergebnis der Interferenz aller vom Gitter ausgehenden Elementarwellen. Eine einfache Deutung dieses Phänomens ist möglich, wenn man annimmt, dass von jeder Gitterfurchung eine Elementarwelle ausgeht. Da im allgemeinen viele Gitterfurchungen am Zustandekommen einer Spektrallinie beteiligt sind, spricht man von einer Vielstrahlinterferenz. Die rechnerische Durchführung liefert als Ergebnis für den Beugungswinkel β_m des Hauptmaximums der Wellenlänge λ in der m -ten Ordnung



$$\sin(\beta_m) = m \cdot \frac{\lambda}{g} \quad (5)$$

wenn g die Gitterkonstante (d.h. Abstand zweier benachbarter Öffnungen) bezeichnet. Die Spektrallinien sind die Hauptmaxima der Vielstrahlinterferenz. Zwischen ihnen liegen $N - 1$ Minima und $N - 2$ Nebenmaxima, wobei N die Zahl der beteiligten Gitterfurchungen ist. Das Auflösungsvermögen $\lambda/\delta\lambda$ charakterisiert die Leistungsgrenze des Gerätes: $\delta\lambda$ ist die kleinste Wellenlängendifferenz zwischen zwei noch getrennten Spektrallinien. Für λ wird hierbei die mittlere Wellenlänge $(\lambda + \delta\lambda)/2$ eingesetzt.

Man definiert: Zwei Spektrallinien sind dann aufgelöst, wenn das Maximum der einen in das erste Minimum der anderen fällt. Gehört zur Wellenlänge der Gangunterschied $\Delta_0 = m \cdot \lambda$, so ist für das 1. Minimum daneben $\Delta_1 = m\lambda + \lambda/N$. Auf diese Stelle soll das Hauptmaximum der zweiten Spektrallinie fallen, wenn es noch getrennt werden soll, also $\Delta_2 = m(\lambda + \delta\lambda)$. Aus $\Delta_1 = \Delta_2$ folgt für das Auflösungsvermögen

$$\lambda/\delta\lambda = m \cdot N. \quad (6)$$

Es wächst also mit der Ordnung m und der Zahl N der ausgeleuchteten Gitteröffnungen.

Bemerkungen

Die Nebenmaxima sind bei hinreichend großer Gitterstrichzahl in ihrer Intensität im Vergleich zu den Hauptmaxima vernachlässigbar schwach. In der Praxis wird das oben angegebene Auflösungsvermögen jedoch nicht erreicht. Vielmehr gilt $\lambda/\delta\lambda < m \cdot N$. Dies wird z.B. dadurch bewirkt, dass die einzelnen Gitterstriche ungleichmäßig ausgeleuchtet sind, d.h. dass die einzelnen interferierenden Elementarwellen unterschiedliche Intensitäten besitzen, entgegen den Voraussetzungen der obigen Betrachtung. Ebenso verringert ein zu breiter Eintrittsspalt das Auflösungsvermögen (breite Spalte sind aber oft aus Intensitätsgründen notwendig). Das Licht ist dann nicht mehr über die ganze Spaltbreite kohärent. Nur ein Teil der ausgeleuchteten Gitterstriche trägt dann zur Interferenz bei. Neben der Information über die Wellenlänge des Lichtes kann mit dem Spektralapparat zusätzlich noch die Intensitätsverteilung gemessen werden. Aus den Intensitäten von Spektrallinien kann eine Reihe weiterer Aussagen gewonnen werden, z.B. über die chemische Zusammensetzung eines Stoffes, die Anregungszustände der Moleküle oder die Temperatur.

Vorbereitende Aufgabe

1. Leiten Sie die Beugungsbedingung (5) für das Gitter her.
2. Leiten Sie in Vorbereitung auf Versuchsteil 4 ausgehend von Abb. 2 die Bedingung für die Beugungsmaxima bei schrägem Lichteinfall,

$$d \cdot (\sin(\alpha) + \sin(\beta)) = m\lambda, \quad (7)$$

her. Der Linienabstand des Gitters wird hierbei mit d bezeichnet.

Experiment

Versuchsaufbau

Das verwendete Spektrometer ist in Abb. 1 schematisch dargestellt. Das Licht der Hg/Cd-Spektrallampe trifft auf das Spaltrohr (Kollimator), welcher aus Spalt und Kollimatorlinse L_K zusammengesetzt ist. Auf einem drehbaren und durch drei Schrauben in alle Richtungen justierbaren Spektrometertisch wird das Gitter platziert. Über ein bewegliches Fernrohr mit beleuchtetem Fadenkreuz können die Beugungsmaxima beobachtet werden. Fernrohr und Prismmentisch sind um eine gemeinsame Achse drehbar, die senkrecht durch das Zentrum der Teilkreisebene verläuft. Diese Achse wird als Spektrometerachse (S) bezeichnet.

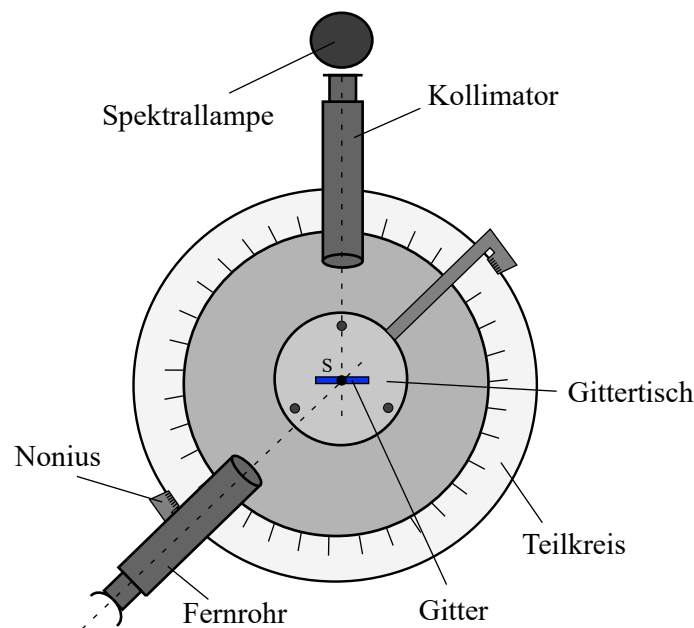


Abb. 1: Schematische Darstellung des Gitterspektrometers.

Einer der beiden Versuchsaufbauten ist als offener Aufbau realisiert, d.h. das Spaltrohr und das Fernrohr sind hierbei aus Einzelkomponenten zusammengesetzt: Der Spalt steht im Brennpunkt der Kollimatorlinse L_K . Auf der beweglichen optischen Bank wird ein Fernrohr aus den Linsen L_1 und L_2 aufgebaut und so justiert, dass der (fast zugekehrte) Spalt optimal scharf erscheint. Mit Hilfe der Blende B_1 , die in den Strahlengang des Fernrohrs gesetzt werden kann, beschränkt man das Gesichtsfeld weiter, um uninteressante Bereiche auszublenden. Um die Einstellung des Auges auf die optische Achse zu erleichtern, kann man die kleine Blende B_2 vor das Fernrohr-Okular setzen. Die Gesichtsfeldblende enthält zusätzlich ein Fadenkreuz, das die genaue Einstellung des schwenkbaren Armes der optischen Bank auf die einzelnen Spektrallinien gestattet.

Setzen Sie das Beugungsgitter mit seiner Halterung auf den drehbaren Spektrometertisch und richten Sie es mit Hilfe der Stellschrauben möglichst genau parallel zur Spektrometerachse aus. Justieren Sie das Gitter des offenen Aufbaus vor Versuchsbeginn so, dass der Spalt auf sich selbst abgebildet wird.

1. Bestimmung der Wellenlängen im Hg/Cd-Spektrum

Verwenden Sie für diesen Versuchsteil das Gitter bekannter Gitterkonstante. Die Liniendichte des Gitters ist als Beschriftung angegeben. Bestimmen Sie die Wellenlängen der Spektrallinien des

Hg/Cd-Spektrums aus den jeweiligen Beugungswinkeln. Vermessen Sie dazu das gesamte Spektrum für alle erkennbaren Ordnungen zu beiden Seiten der nullten Ordnung und bestimmen Sie daraus die jeweiligen Beugungswinkel β_m . Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse für die Wellenlängen der Spektrallinien mit Literaturwerten und diskutieren Sie Ihre Ergebnisse.

2. Bestimmung einer unbekanntes Gitterkonstante

Bestimmen Sie nun mit Hilfe der im vorherigen Versuchsteil bestimmten Werte für die Wellenlängen die Gitterkonstante des Gitters ohne Beschriftung auf analoge Weise. Dieses Gitter hat ein geringeres Auflösungsvermögen als das erste und kann gut für die folgenden Untersuchungen des Auflösungsvermögens eingesetzt werden.

3. Bestimmung des spektralen Auflösungsvermögens

Verwenden Sie weiterhin das Gitter ohne Beschriftung, für das Sie die Gitterkonstante bestimmt haben. In welcher Ordnung lassen sich mit diesem Gitter die beiden gelben Hg-Linien zum ersten Mal getrennt von einander auflösen? Erklären Sie Ihre Beobachtungen mit Hilfe der Anzahl der beteiligten Gitteröffnungen.

Der Einfluss der beteiligten Gitteröffnungen kann genauer überprüft werden, indem man die Zahl der Gitteröffnungen variiert: Setzen Sie hierzu eine zweite Spaltblende zwischen Gitter und Kollimatorlinse. Beobachten Sie die gelbe Hg-Doppellinie in derjenigen Ordnung, in der sie zum ersten Mal aufgelöst ist. Schließen Sie nun langsam die Spaltblende, bis die beiden Linien ineinander verschwimmen. Prüfen Sie mit der zugehörigen Spaltbreite quantitativ die oben angegebene Beziehung für das Auflösungsvermögen.

4. Änderung der Gitterkonstante bei schrägem Lichteinfall

Verifizieren Sie die in Vorbereitung auf diesen Versuchsteil hergeleitete Beugungsbedingung für schrägen Lichteinfall auf das Gitter. Drehen Sie dazu das Gitter um einen bekannten Winkel und gehen Sie wie in Versuchsteil 2 vor, um die neue Gitterkonstante zu bestimmen. Vergleichen Sie die Ergebnisse aus der theoretischen und der experimentellen Bestimmung.

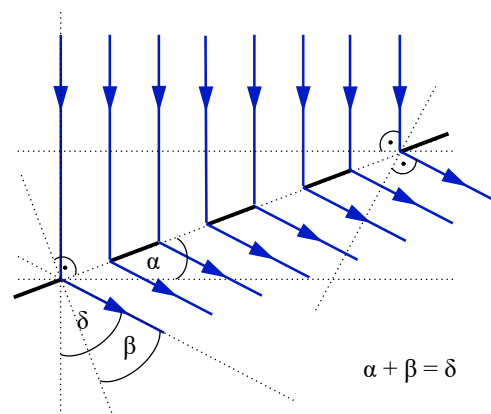


Abb. 2: Skizze zur Herleitung der Beugungsbedingung für schrägen Lichteinfall auf das Gitter. Das Gitter ist um den Winkel α verdreht.