

Versuch 15: Lichtgeschwindigkeit

Mit Hilfe einer Laufzeitmessung soll die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum bzw. in Luft sowie festen und flüssigen Stoffen bestimmt werden. Aus den Resultaten sollen die Brechzahlen berechnet werden.

Vorkenntnisse

Brechungsgesetz nach Snellius – Fermat-Prinzip – Dispersion, Modulationsverfahren – Additionstheoreme – Phasengeschwindigkeit, Gruppengeschwindigkeit, Lichtgeschwindigkeit – Messung der Lichtgeschwindigkeit – Maxwell-Gleichungen – Oszillograph – Komplexer Brechungsindex – Absorption – Wellentheorie nach Huygens

Historisches

In seiner heute bekannten Form wurde das Brechungsgesetz bereits um das Jahr 1620 von SNELLIUS formuliert. Bekanntgemacht wurde es aber erst 1637 von DESCARTES, der es mit mechanischen Analogiebetrachtungen durch das Verhältnis der Ausbreitungsgeschwindigkeiten des Lichtes zu erklären versuchte. Er kam auf das Resultat:

$$\frac{\sin(\alpha_1)}{\sin(\alpha_2)} = \frac{c_1}{c_2} = n = \text{const.} \quad (1)$$

Die Frage, ob die größere Lichtgeschwindigkeit dem optisch dichteren oder dünneren Medium zuzuordnen sei, konnte er jedoch nicht richtig beantworten. Das in den Jahren 1662/63 von FERMAT aufgestellte Extremalprinzip und besonders das HUYGENSSche Prinzip der Lichtausbreitung (1678/79), aus denen sich jeweils das Brechungsgesetz nach Snellius ableiten lässt, ergaben eine geringere Geschwindigkeit im optisch dichteren Medium. Ein experimenteller Beweis stand jedoch noch bis in das 19. Jahrhundert aus.

Erste brauchbare Messungen der (Vakuum-) Lichtgeschwindigkeit c_0 gelangen RÖMER im Jahr 1672. Er beobachtete dazu die Bewegung der Jupitermonde über mehrere Jahre. Römer ermittelte eine von der Relativgeschwindigkeit Erde - Jupiter abhängige Variation der Umlaufzeiten der Jupitermonde. Seine Ergebnisse waren zwar ungenau, lieferten aber die richtige Größenordnung und zeigten vor allem, daß sich das Licht mit einer endlichen Geschwindigkeit ausbreitet. Die Ungenauigkeiten resultierten im Wesentlichen aus der Unsicherheit bei der Bestimmung der Entfernung Erde - Sonne, die nur aus der Beobachtung der Sonnenparallaxe zugänglich war.

Erste präzise Messungen der Lichtgeschwindigkeit auf der Erde führten fast zeitgleich 1849 und 1850 FOUCAULT und FIZEAU aus. FIZEAU benutzte eine Anordnung mit schnell rotierenden Zahnrädern. Er verwendete eine Messstrecke von mehr als 8 km. FOUCAULT konstruierte

eine verbesserte Anordnung mit rotierenden Spiegeln. Damit bestimmte er erstmals die Lichtgeschwindigkeit c in Medien, darunter das Lichtgeschwindigkeitsverhältnis von Wasser zu Luft mit $1 : 1,33$. Die größere Lichtgeschwindigkeit liegt demnach im optisch dünneren Medium vor, wie es die Wellentheorie seit HUYGENS vorausgesagt hatte.

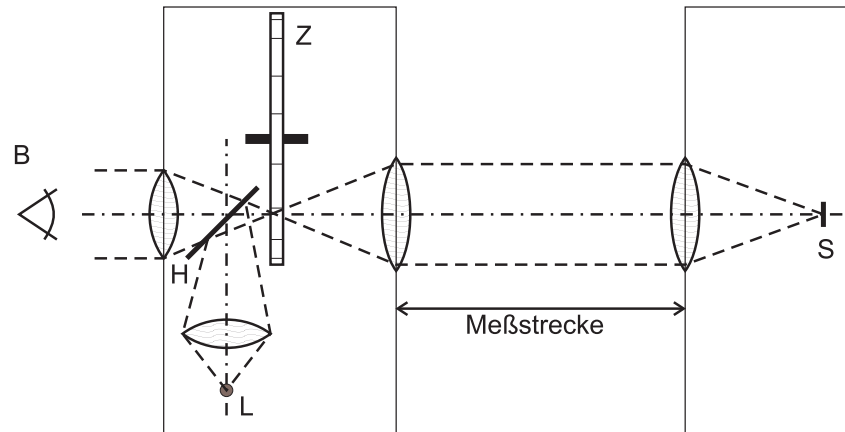


Abb. 1: Aufbau nach FIZEAU aus einer Lichtquelle L, einem halbdurchlässigen Spiegel H, einem schnell rotierenden Zahnrad Z, einem Spiegel S und dem Beobachter B.

Der in diesem Praktikumsversuch benutzte Aufbau ähnelt im Prinzip dem Aufbau nach FIZEAU. Das Licht wird jedoch nicht mechanisch mittels Zahnradern, sondern elektronisch moduliert. Damit lassen sich höhere Frequenzen erreichen, so dass die Messstrecke auf ca. 1 m verkürzt werden kann. Gegenwärtig ist die Lichtgeschwindigkeit eine der am genauesten bestimmbarsten Größen der Physik überhaupt. Seit 1983 wird sie deshalb zur Definition der SI-Einheit Meter verwendet.

Physikalische Grundlagen

Licht breitet sich sowohl in transparenten Medien als auch im Vakuum und über beliebige Entfernungen aus. Licht ist eine eigenständige Form der Materie. Seine Ausbreitungsgeschwindigkeit c_0 im Vakuum ist eine Naturkonstante.

Die MAXWELLSche Theorie erklärt alle Phänomene der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen. Für c ergibt sie einen von der Frequenz unabhängigen Betrag, der die Beziehung

$$\epsilon_0 \cdot \mu_0 \cdot c_0^2 = 1 \quad (2)$$

erfüllt. Die Größen ϵ_0 und μ_0 sind durch elektrostatische Messungen experimentell zugänglich. Die Messung von c_0 stellt eine der wichtigsten Bestätigungen der Theorie von MAXWELL dar. Die präzisen Experimente von FOUCAULT zeigten für einige Medien eine geringe Abweichung zwischen dem Verhältnis c_0/c und der Brechzahl des Mediums n . Diese Abweichung bedarf einer Erklärung. Für die Lichtbrechung ist die Änderung Phasengeschwindigkeit v_P relevant. Die Phasengeschwindigkeit ist die Geschwindigkeit, mit der sich eine bestimmte Phasenlage, wie zum Beispiel ein Wellenberg, im Raum fortbewegt. Es ist bekannt, dass die Brechzahl n im Allgemeinen von der Wellenlänge und somit von der Frequenz abhängt. Dieser Effekt heißt Dispersion. Die Phasengeschwindigkeit ist grundsätzlich von der Frequenz abhängig. Licht besteht jedoch generell nicht aus unendlich langen Wellenzügen, sondern aus Wellenpaketen endlicher Länge. Diese Länge ist als Kohärenzlänge der jeweiligen Lichtquelle messbar. FOUCAULT und FIZEAU

verwendeten modulierte Licht. Die Länge der Wellenpakete ist dadurch in jedem Fall begrenzt. Mit ihren Experimenten bestimmt man die Geschwindigkeit, mit der sich die Wellenpakete im Raum fortbewegen. Sie heißt Gruppengeschwindigkeit v_G und kann von der Phasengeschwindigkeit v_P abweichen. Ein Wellenpaket $y(x, t)$ läßt sich durch Überlagerung (Schwebung) von mehreren, im einfachsten Fall von zwei sinusförmigen Wellen geringfügig verschiedener Wellenlängen λ_1 und λ_2 , unterschiedlicher Ausbreitungsgeschwindigkeiten v_1, v_2 sowie den Frequenzen f_1 und f_2 bei gleicher Amplitude A darstellen:

$$\begin{aligned} y(x, t) &= A \cdot \cos 2\pi \left(\frac{v_1 t}{\lambda_1} - \frac{x}{\lambda_1} \right) + A \cdot \cos 2\pi \left(\frac{v_2 t}{\lambda_2} - \frac{x}{\lambda_2} \right) \\ &= 2A \cos \left[\pi t \left(\frac{v_1}{\lambda_1} + \frac{v_2}{\lambda_2} \right) - \pi x \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \right) \right] \cdot \cos \left[\pi t \left(\frac{v_1}{\lambda_1} - \frac{v_2}{\lambda_2} \right) - \pi x \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

Der zweite Cosinus-Term der zweiten Zeile in Gl. (3) beschreibt die Hüllkurve. Die Maxima liegen vor, wenn das Argument Null wird. Daraus folgt:

$$t \cdot \left(\frac{v_1}{\lambda_1} - \frac{v_2}{\lambda_2} \right) = x \cdot \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right). \quad (4)$$

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Maximums ist gerade die Gruppengeschwindigkeit v_G . Man erhält unter Einführung von $\Delta v = v_2 - v_1$ und $\Delta \lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ die Beziehung:

$$v_G = \frac{x}{t} = v_2 - \lambda_2 \cdot \frac{\Delta v}{\Delta \lambda}. \quad (5)$$

Der Grenzübergang $\Delta \lambda \rightarrow 0$ liefert die RAYLEIGH-Beziehung:

$$v_G = v_p - \lambda \frac{dv_p}{d\lambda}. \quad (6)$$

Unter Verwendung der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ und des Betrages des Wellenvektors $k = 2\pi/\lambda$ erhält man eine besonders einfache Schreibweise:

$$v_P = \frac{\omega}{k} \quad ; \quad v_G = \frac{d\omega}{dk}. \quad (7)$$

Im Vakuum breiten sich alle Lichtwellen mit der gleichen Geschwindigkeit aus. Es ist $v_P = v_G = c$.

Experiment

Messprinzip

Das Messprinzip beruht letztlich auf einer Laufzeitmessung des Lichtes für eine bekannte Strecke. Licht wird von einer Leuchtdiode emittiert und nach dem zweimaligen Durchlaufen der Messstrecke von einer Photodiode empfangen. Die Leuchtdiode wird mit einem Wechselstrom der Form $I_0 = A_0 \cdot \sin(\omega_1 t)$ angeregt. Die emittierte Lichtmenge ist in guter Näherung proportional zur Stromstärke. Nach dem Durchlaufen der Messstrecke gelangt das Licht auf die Photodiode. Diese erzeugt einen zur Lichtmenge proportionalen Strom I_1 mit derselben Frequenz ω_1 . Aufgrund der Laufzeit des Lichtes besteht zwischen I_0 und I_1 jedoch eine Phasenverschiebung φ . Es ist: $I_1 = A_1 \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi)$. Weitere, jedoch konstante Phasenverschiebungen können in den Zuleitungen und in der Elektronik auftreten.

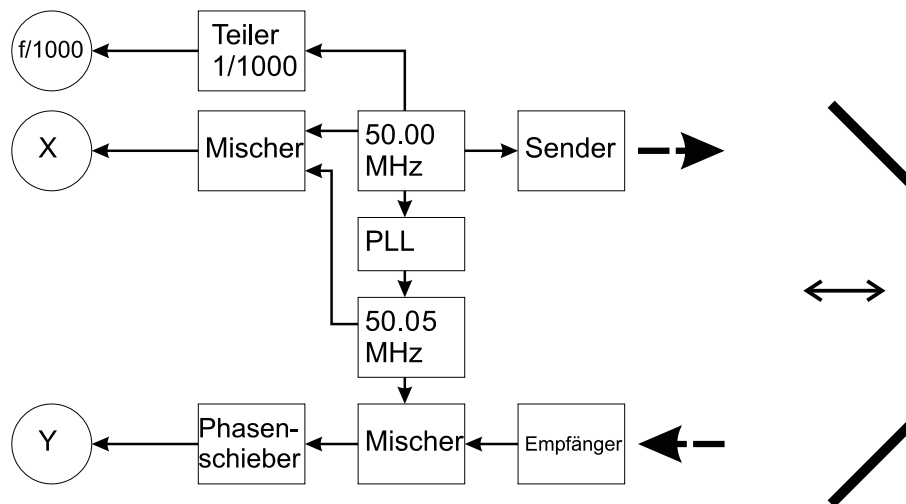


Abb. 2: Schematische Darstellung des Messgerätes.

Gemessen wird die Änderung der Phasenverschiebung φ bei einer Änderung der optischen Weglänge.

Um bereits bei optischen Weglängen im Bereich von 1 m eine messbare Phasenverschiebung zu erhalten, muß mit relativ hohen Modulationsfrequenzen gearbeitet werden. Bei diesem Aufbau ist $\omega_1/(2\pi) = f_1 = 50,0$ MHz. Frequenzen dieser Größenordnung können mit einfachen Oszilloskopen nicht mehr ausgewertet werden. Aus diesem Grund werden sowohl I_0 als auch I_1 mit einem Signal I_m einer Frequenz von $f_m = 50,05$ MHz gemischt. Mischen heißt, es wird ein Signal gebildet, dessen Momentanwert dem Produkt der Momentanwerte der eingehenden Signale entspricht:

$$I_{m0} = I_0 \cdot I_m = A_0 \cdot \sin(2\pi f_0 t) \cdot A_m \cdot \sin(2\pi f_m t) \quad (8)$$

$$I_{m1} = I_1 \cdot I_m = A_1 \cdot \sin(2\pi f_0 t + \varphi) \cdot A_m \cdot \sin(2\pi f_m t). \quad (9)$$

Die Spektren der Mischsignale I_m enthalten die Frequenzen $f_1 + f_m$ und $f_1 - f_m$. Der Signalanteil der Summenfrequenz wird elektronisch ausgefiltert. Eine bestehende Phasenverschiebung φ bleibt bei diesem Vorgang erhalten. Anstelle der Signale I_0 und I_1 werden nun die Anteile der Differenzfrequenzen von I_{m0} und I_{m1} ausgewertet. Da diese bei einer Frequenz von 50 kHz liegen, sind sie auf einem einfachen Oszilloskop gut darstellbar.

Vorbereitende Aufgaben

Übungsaufgabe 1

Zeigen Sie rechnerisch den Zusammenhang zwischen der Phasenverschiebung φ und der Kreisfrequenz ω bei unveränderter optischer Weglänge.

Übungsaufgabe 2

Zeigen Sie rechnerisch, dass beim Mischen zweier sinusförmiger Signale gleicher Frequenz mit je einem sinusförmigen Referenzsignal anderer Frequenz zwischen beiden Mischsignalen die gleiche Phasenbeziehung besteht, wie zwischen beiden Ausgangssignalen. Hinweis: Die Rechnung gelingt unter Verwendung der Additionstheroreme $\cos(x \pm y) = \cos(x) \cdot \cos(y) \mp \sin(x) \cdot \sin(y)$.

Versuchsaufgaben

Justierung des Aufbaus

Vorsichtsmaßnahmen: Die Umlenkspiegel sind empfindliche Oberflächenspiegel. Ein Berühren der Spiegeloberfläche ist zu vermeiden. Das Spiegelsystem ist justiert, die Stellschrauben an der Spiegelerückseite sollten nicht ohne Rückfrage beim Assistenten verstellt werden!

Der Umlenkspiegel wird auf die maximale Entfernung gestellt. Eine der Linsen wird mit der planen Seite zum Gerät in Höhe, Seite und Abstand derart vor der Leuchtdiode justiert, dass sich in Höhe des Spiegels ein scharfes Bild der Leuchtdiode ergibt (ggf. ein Blatt Papier als Schirm verwenden). Die zweite Linse wird mit der planen Seite zum Gerät so justiert, dass der Brennpunkt in den Photoempfänger fällt.

Feinjustierung: Man nehme das Oszilloskop im Zweistrahlmodus in Betrieb. Die empfängerseitige Linse wird empfindlich so justiert, dass sich eine maximale Empfangsamplitude ergibt.

1. Messung der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum durch direkte Bestimmung der Phasenverschiebung

Der Umlenkspiegel wird auf $l = 1,5\text{ m}$ eingestellt. Das Oszilloskop wird im Zweistrahl-Modus so eingestellt, dass beide Signale mit ca. einer vollen Schwingung den Bildschirm voll ausfüllen. Die Periodendauer T ist zu notieren. Die Phasenverschiebung φ zwischen den beiden Kurven wird jetzt an der Skala des Bildschirms direkt abgelesen und in Bogenmaß umgerechnet. Der Abstand l wird in Schritten von 10 cm verringert und φ erneut abgelesen. Dabei ist gegebenenfalls die Empfindlichkeit des Oszilloskops zu verringern. Es ist φ gegen $2 \cdot l$ graphisch aufzutragen und eine Interpolationsgerade zu bestimmen. Aus deren Steigung wird die Lichtgeschwindigkeit berechnet.

2. Messung der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum mit Hilfe von LISSAJOUS-Figuren

Der Umlenkspiegel wird auf die maximale Entfernung eingestellt. Das Oszilloskop wird in den x/y -Modus gebracht. Die LISSAJOUS-Figur wird mit Hilfe des Phasenschiebers zu einer Geraden geformt. Jetzt wird der Abstand der Spiegel soweit verringert, bis sich erneut eine gerade Figur ergibt. Gegebenenfalls muß die Empfindlichkeit dabei verringert werden. Das Doppelte des benötigten Weges entspricht einer Phasenverschiebung von π .

3. Messung der Lichtgeschwindigkeit in Wasser mit Hilfe von LISSAJOUS-Figuren und Berechnung der Brechzahl

Hinweis: Das Rohr ist mit destilliertem Wasser gefüllt und braucht nicht geöffnet zu werden!

Das Rohr wird in den Strahlengang gebracht und die Phase auf '0' abgeglichen. Anschließend wird das Rohr wieder entfernt und die Phase nur durch Verschieben der Spiegel (man überlege sich, ob der Abstand zu erhöhen oder verringern ist) erneut auf '0' abgeglichen. *Was wird dadurch gewährleistet?* Das Doppelte der benötigten Weglänge plus der Länge der Wassersäule entspricht der optischen Weglänge der Wassersäule.

Die Brechzahl und die Lichtgeschwindigkeit des Wassers sind zu berechnen. Die Wassersäule hat eine Länge von 1,00 m. Der Einfluss der Fenster kann rechnerisch korrigiert werden. Die Fenster haben eine Stärke von 8,1 mm und eine Brechzahl von $n = 1,6$.

4. Messung der Lichtgeschwindigkeit in Bleiglas mit Hilfe von LISSAJOUS-Figuren und Berechnung der Brechzahl

Zuerst ist die Dicke der Probekörper zu vermessen. Danach wird die Winkelschiene, zunächst ohne Probekörper, in den Strahlengang gebracht und die Phase auf '0' am Phasenschieber abgeglichen. Die Stellung der Umlenkspiegel wird notiert. Jetzt wird ein Probekörper auf die Schiene gelegt und – analog zu Aufgabe 3 – durch Verschieben der Spiegel die Gerade wiederhergestellt. Diese Vorgehensweise ist schrittweise mit Erhöhung der Anzahl der Probenkörper zu wiederholen.

Hinweis: Reflexionen an den Übergängen lassen sich reduzieren, indem die Körper z. B. mit einem Tropfen Wasser oder Öl direkt aneinander gesetzt werden.

Zur Auswertung wird die Länge der Glassäule gegen die Wegdifferenz aufgetragen und die Steigung bestimmt. Die Lichtgeschwindigkeit in Bleiglas und die Brechzahl sind zu berechnen.

Anmerkung

In diesem Versuch wird nicht zwischen der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum c_0 und der Lichtgeschwindigkeit in Luft unterschieden. Die daraus resultierenden Fehler sind im Rahmen der Fehlerbetrachtung abzuschätzen.