

Strömungsmechanik

Mit verschiedenen Probekörpern sollen in einem durch einen Ventilator gebildeten Windkanal grundlegende Eigenschaften von strömenden Medien untersucht werden. Insbesondere geht es um die Phänomene Reibung und Auftrieb. Auch wird die Druckverteilung an einem Tragflügelmodell gemessen.

Literaturhinweise

Neben der Standard-Literatur sind in folgenden Büchern weiterführende Informationen zu finden (deren Kenntnis *nicht zwingend* erforderlich ist):

- i. Prandtl, *Führer durch die Strömungslehre*, Kap. 2.3, 4.2, 4.3, ...
- ii. Gersten, *Einführung in die Strömungsmechanik*.
- iii. Kaufmann, *Technische Hydro- und Aeromechanik*.

Vorkenntnisse

Kenngößen von Flüssigkeiten: Dichte – Kompressibilität – Viskosität

Beschreibung von Strömungen: Kontinuitätsgleichung – Navier-Stokes-Gleichung – Eulergleichung – Reynoldszahl

Unterscheidungskriterien bei Strömungen: ideale Strömungen – reibungsarme Strömungen – laminare und turbulente Strömungen

Laminare Strömungen: Gesetz von Hagen-Poiseuille – Gesetz von Stokes – Bernoulligleichung, Bernoullieffekt und seine Auswirkungen

Körper in Strömungen: Prandtl'sche Grenzschicht – Stromlinien – Abreißen von Stromlinien – c_A - und c_W -Wert – Lilienthaldiagramm

Messgeräte: Prandtl-Rohr – Pitot-Rohr – Drucksonde

Grundlagen

Die Strömungsmechanik ist die Lehre der Mechanik von "flüssigen" Medien, d.h. Stoffen, deren Moleküle keine feste Lage gegeneinander haben. Nicht dazugezählt wird die sogenannte "Rheologie", die sich mit Stoffen befasst, bei denen die Bewegung der Moleküle gegeneinander durch einen Trägheitseinfluss gehemmt wird, der nicht von der Masse der Teilchen herrührt. Die Medien der Strömungsmechanik haben drei charakteristische Parameter:

1. Der Kompressionsmodul K : Er ist das Verhältnis von Druck- zu Volumenänderung, d.h.

$$\Delta P = -K \frac{\Delta V}{V} \quad (1)$$

Durch die Kompressibilität wird u.a. die Schallausbreitung ermöglicht, was sich in der Beziehung $c = \sqrt{K/\rho}$ (ρ : Dichte) für die Schallgeschwindigkeit widerspiegelt. Für kleine Strömungsgeschwindigkeiten $v \ll c$ ist das Verhalten näherungsweise gleich dem für $K \rightarrow \infty$, sodass auch die stark kompressiblen Gase sich dann wie inkompressible Medien (z.B. Flüssigkeiten) verhalten. Nur dieser Fall soll in diesem Versuch behandelt werden.

2. Die Dichte ρ : Sie bewirkt, dass das Medium auf eventuelle Druckschwankungen nicht schlagartig reagieren kann.

3. Die (dynamische) Viskosität η : Sollen in einem Medium benachbarte Moleküle mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten aneinander vorbeiströmen, so kann dies i.A. nur durch eine Kraft geschehen, die proportional zur Geschwindigkeitsdifferenz ist (Fall der sog. Newton'schen Flüssigkeit). Makroskopisch äußert sich diese in der Scherspannung. Die Einheit der Viskosität ist $Pa \cdot s$.

Die Strömungsmechanik inkompressibler Medien wird auch Hydrodynamik genannt. Ihr Grundgesetz ist die Navier-Stokes-Gleichung (hier für den betrachteten Spezialfall der inkompressiblen Medien; ihre allgemeine Form gibt auch eine Beschreibung von kompressiblen Medien)

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{f} - \text{grad } p + \eta \cdot \Delta \vec{v}. \quad (2)$$

Sie ist die Anwendung der Newton'schen Bewegungsgleichung

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_{\text{außen}} + \vec{F} \quad (3)$$

auf die Hydrodynamik und sieht auch analog aus: Auf der linken Seite steht die zeitliche Änderung der Geschwindigkeit (bzw. des Impulses), durch die der weitere zeitliche Verlauf der Strömung bestimmt wird. Sie ist proportional zu den auf die Moleküle wirkenden Kräften: zum Einen die äußeren Kräfte (z.B. die Schwerkraft), die hier als Kraftdichte \vec{f} (Kraft pro Volumen) auftreten, und zum Anderen die Kräfte durch Stöße benachbarter Moleküle, deren Summe im statistischen Mittel gerade der Druckgradient ist, und drittens den Reibungskräften, die durch den Term $\eta \cdot \Delta \vec{v}$ berücksichtigt werden.

Ob nun Viskosität oder Trägheit für das Verhalten einer Strömung vorherrschend ist, hängt nun von der Größe

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}, \quad (4)$$

die als kinematische Viskosität bezeichnet wird, ab.

Ähnlichkeitsgesetze

Bei stationären Strömungsproblemen viskoser Flüssigkeiten ist eine analytische Lösung der Navier-Stokes-Gleichung meistens nicht möglich, sodass man auf experimentelle Untersuchungen an Modellströmungen angewiesen ist. Voraussetzung dafür ist die physikalische Ähnlichkeit der beiden Strömungen. Physikalische Ähnlichkeit bedeutet die Proportionalität

- der geometrischen Abmessungen,

- der Oberflächenparameter,
- aller für die Stömung maßgebenden Parameter der Flüssigkeit sowie
- aller auf die Flüssigkeit wirkenden Kräfte.

Für jedes System wählt man eine charakteristische Geschwindigkeit v (etwa die Strömungsgeschwindigkeit eines Windkanals) sowie eine charakteristische Länge d (i.a. die Maximalausdehnung senkrecht zur äußeren Strömung). Die Reynolds-Zahl Re ist definiert als

$$Re = \frac{v \cdot d \cdot \varrho}{\eta} = \frac{v \cdot d}{\nu} \quad (5)$$

und ergibt eine dimensionslose Kennzahl für das Strömungssystem. Dabei sind:

- v : (mittlere) Strömungsgeschwindigkeit
- d : charakteristische Länge oder Durchmesser
- ϱ : Dichte des strömenden Mediums
- η : dynamische Viskosität
- ν : kinematische Viskosität

Zwei Systeme verhalten sich ähnlich, wenn sie ähnliche Reynolds-Zahlen besitzen. Die Reynolds-Zahl entspricht dem Verhältnis

$$Re = \frac{\text{Trägheitskraft}}{\text{Reibkraft}} \quad (6)$$

und kennzeichnet damit die Art der Strömungskräfte:

1. Fall: $Re \ll 1$: Hier ist η vergleichsweise groß, so dass die Zähigkeit überwiegt. Wegen der entsprechend kleinen Geschwindigkeit spricht man von schleichender Strömung. Die auftretenden Kräfte sind proportional zur Geschwindigkeit, was z.B. das Stokes'sche Gesetz für die Kraft auf eine Kugel oder das Gesetz von Hagen-Poiseuille für den Druckabfall im Rohr belegen.

2. Fall: $Re \gg 1000$: Es handelt sich hierbei um die sog. reibungsfreie Strömung. Hier ist die Zähigkeit klein.

Sie äußert sich lediglich in einer Grenzschicht an der Oberfläche von Körpern, in der die Strömungsgeschwindigkeit linear mit dem Abstand von der Oberfläche wächst. Die auftretenden Kräfte sind proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit, z.B. in dem Reibungs- und dem Auftriebsgesetz (s.u.).

Das Reibungsgesetz sagt aus, dass die Widerstandskraft eines Körpers in einer homogenen Luftströmung proportional zum Staudruck q der Strömung (Def. s.u.) und zur angeströmten Fläche A ist, wenn die Form und die Lage zur Strömungsrichtung des Körpers gleichbleibt. Es ist also $F_R = c_W \cdot A \cdot q$ mit der Proportionalitätskonstanten c_W , dem Widerstandsbeiwert.

Phänomene der reibungsfreien Strömung

Für die reibungsfreie Strömung eines inkompressiblen Mediums ($\eta = 0$) folgt aus der Navier-Stokes-Gleichung die Euler'sche Gleichung

$$\varrho \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{f} - \text{grad } p. \quad (7)$$

Hieraus folgt das Bernoulligesetz

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + p = \text{const}, \quad (8)$$

welches besagt, dass *längs einer Stromlinie* (Feldlinie eines Geschwindigkeitsfeldes) die Summe aus dem statischen Druck p und dem Staudruck $q = v^2 \cdot \rho/2$ eine Konstante ist, die irrtümlicherweise häufig Gesamtdruck genannt wird. Dies gilt für stationäre (d.h. zeitunabhängige) Strömungen und drückt aus, dass die Energie eines längs der Stromlinie transportierten Flüssigkeitsvolumens konstant ist.

Hält man längs einer solchen Stromlinie die Strömung an, so ist der dort herrschende statische Druck gleich dem Gesamtdruck. Darauf beruht das Prinzip des *Pitot-Rohrs* zur Messung des Gesamtdruckes. Den statischen Druck misst man einfach mit einer Drucksonde, an der die unbeeinflusste Strömung abgenommen wird. Die Kombination beider Geräte ist nun das *Prandtl'sche Staurohr* zur Bestimmung des Staudrucks, aus dem die Strömungsgeschwindigkeit ermittelt werden kann.

Das Bernoulligesetz ist Ursache einer Reihe von Effekten, die einfach damit erklärt werden können, dass an Stellen starker Strömung ein Unterdruck herrscht. Darauf basieren technische Geräte vom Zerstäuber bis zum Flugzeug. Bei sehr kleiner, aber nicht vernachlässigbarer Viskosität ($Re < 1000$) führt dies auf den interessanten Magnus-Effekt. Das Bernoulli-Gesetz kann häufig auch bei nicht streng erfüllten Voraussetzungen angewendet werden und stellt dann meistens eine gute Näherung dar.

Verhalten von Tragflügeln

Die auf einen quer in die Strömung gehaltenen Tragflügel wirkende Kraft zerlegt man in die Komponente parallel zur Strömung, die Reibungskraft F_R , und die senkrecht zur Strömung und zur Flügelachse, die Auftriebskraft F_A . Bei festem Anstellwinkel α sind im Falle reibungsfreier Strömung beide proportional zum Staudruck q und damit zu v^2 sowie zur Fläche A . Es gelten also die Beziehungen

$$F_R = c_W(\alpha) \cdot A \cdot q \quad \text{und} \quad F_A = c_A(\alpha) \cdot A \cdot q \quad (9)$$

mit den Proportionalitätsfaktoren c_W (Widerstandsbeiwert) und c_A (Auftriebsbeiwert). Im Gegensatz zum Reibungsgesetz sind diese hier nicht auf die angeströmte Fläche, sondern auf die gesamte Fläche A bezogen. Beide trägt man im Lilienthal'schen Polardiagramm mit dem Anstellwinkel α als Parameter auf und erhält somit eine Kennlinie der Flügelform.

Experiment

Im Versuch wird die Luftströmung durch einen Ventilator erzeugt, der mit einer regelbaren Wechselspannung betrieben wird. Der Luftstrom kann durch zwei austauschbare Tüllen mit kreisförmigen Querschnitten von 10 und 18 cm Durchmesser kanalisiert und innerhalb gewisser Grenzen als laminar angesehen werden.

Der Staudruck der Strömung wird mit einem Prandtl'schen Staurohr gemessen. Zudem kann die Strömungsgeschwindigkeit mit Hilfe eines Anemometers gemessen werden. Die auf in der Strömung befindliche Probekörper wirkenden Kräfte werden mit einem Kraftmesser und einer Auftriebswaage gemessen. Der Kraftmesser sollte zu Beginn der Messung stets auf Null gesetzt werden, indem die Kunststoffhülle des Kraftmessers auf den Skalenstrich 0 N geschoben wird. Da die zu erwartenden Kräfte gering sind, muss sehr sorgfältig justiert werden.

Bei den Messungen mit dem Prandtl'schen Staurohr werden die beiden Drücke einem Feinmanometer bzw. Differenzmanometer zugeführt (s. Abb. 1). Das Feinmanometer besteht aus einem Vorratsgefäß (a), das wiederum mit dem Messrohr (b) verbunden ist. In dem System aus Vorratsgefäß und Messrohr befindet sich die rote Manometerflüssigkeit. Über die Schlauchhölven an Vorratsgefäß und Messrohr kann das Manometer mit Schläuchen an die Messapparatur, beispielsweise an das Staurohr, angeschlossen werden. Durch Messen der Auslenkung des Flüssigkeitsstands aus seiner Ruhelage kann mit Hilfe der Eichkonstante C_1 die Druckänderung bestimmt werden.

Eichkonstante des Manometers C_1	$767,9 \text{ Pa/m} \pm 2 \%$
Dynamische Viskosität von Luft ν	$18,19 \cdot 10^{-6} \text{ kg/(m}\cdot\text{s)}$
Dichte von Luft ρ	$1,205 \text{ kg/m}^3$

Wichtig: Die Messungen, insbesondere mit dem Differenzmanometer, sind langwierig. Es ist daher von Beginn an darauf zu achten, dass man die Versuche sorgfältig und zügig durchführt! Auch bei zügiger, korrekter und wiederholungsfreier Messung ist mit einer Dauer von ca. 3,5 h für den gesamten Versuch zu rechnen!

Benetzen Sie vor Beginn der Messungen die Kapillare des Differenzmanometers mit der Manometerflüssigkeit. Erzeugen Sie dazu mit dem Pipettierball auf der Seite des Vorratsgefäßes vorsichtig(!) einen Überdruck, bis sich das Messrohr vollständig mit der Manometerflüssigkeit gefüllt hat. Danach kann der Flüssigkeitsstand während der Durchführung des ersten Versuchsteils in den Gleichgewichtszustand zurückkehren. Auf keinen Fall sollte die Manometerflüssigkeit mit einem Überdruck auf der Kapillarseite zurückgedrückt werden, da sich dann Luftbläschen in der Kapillare bilden!

1. Untersuchung der Strömung im Windkanal

Untersuchen Sie den Windkanal für die weiteren Messungen daraufhin, innerhalb welcher Grenzen die Strömung als laminar und homogen betrachtet werden kann. Verwenden Sie hierbei die

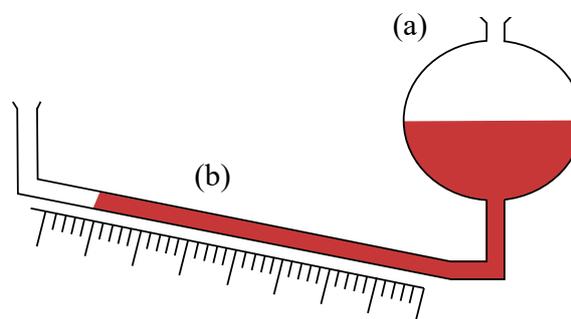


Abb. 1: Das Differenzmanometer

18 cm-Tülle bei hoher Ventilatorstärke und bestimmen Sie mit dem Anemometer die Windgeschwindigkeiten

- im Zentrum der Luftsäule für verschiedene (5 – 10) Abstände vom Tüllenende bis zu ca. 100 cm und
- für verschiedene Abstände (5 – 10) vom Zentrum. Diese Messung ist jeweils bei den Entfernungen vom Tüllenende durchzuführen wo der homogene Bereich beginnt bzw. endet.

Um die korrekte Ausrichtung des Anemometers entlang der Windkanalachse zu garantieren, kann über das Anemometer in die Tülle des Windkanals gepeilt werden. Die mittleren Lamellen am Tüllenausgang und das runde Metallgehäuse des Ventilators im Inneren können dabei als „Kimme und Korn“ verwendet werden. Durch die genaue Ausrichtung von Anemometer, Lamellen und Ventilatormittelpunkt kann die Windkanalachse auf etwa 1cm genau getroffen werden.

Tragen Sie die Ergebnisse graphisch auf und gebe Sie den Bereich homogener Strömung an. Dabei ist die Größe des Rotors am Anemometer zu beachten. Alle folgenden Messungen sind im Zentrum dieses bestimmten Gebietes durchzuführen.

2. Überprüfung der Bernoulli-Gleichung

In diesem Versuchsteil soll die Bernoulli-Gleichung $q = \rho/2 \cdot v^2$ überprüft werden. Bestimmen Sie dazu gleichzeitig den Staudruck q mit Hilfe des Prandtl'schen Staurohrs und die Windgeschwindigkeit v mit dem Anemometer. Verwenden Sie die 10 cm-Tülle. Da Windgeschwindigkeit und Staudruck nicht linear mit der Einstellung am Ventilator skalieren kann bei niedrigen Ventilatorstufen eine geringere Datendichte gewählt werden, bei höheren Ventilatorstufen eine höhere Datendichte. Insgesamt sollten 6 – 7 verschiedene Ventilatoreinstellungen bei auf- und absteigender Stufe vermessen werden, sodass die Messwerte einer Stufe gemittelt werden können. Tragen Sie die Messdaten graphisch auf. *Woher können eventuelle Abweichungen von der Bernoulli-Gleichung herrühren?*

Wichtig: Die Zeitkonstante des Manometers beträgt etwa 2 Minuten. Das bedeutet, dass die Differenz der Manometeranzeige zum Gleichgewichtszustand nach 2 Minuten auf $\frac{1}{e} \approx 37\%$ gefallen ist. Wegen dieser großen Trägheit der Manometeranzeige muss sehr sorgfältig gearbeitet werden. Zur Einstellung des hydrostatischen Gleichgewichts ist daher hinreichend lange (mindestens 5 Minuten) zu warten. Durch eine geschickte Messreihenfolge können die Fehler weiter reduziert werden: Nehmen Sie bei gleichen Wartezeiten zunächst Punkte bei aufsteigender Ventilatorstufe auf und anschließend für dieselben Stufen bei absteigender Ventilatorstufe. Die Anzeige für $q = 0$ ist ebenfalls vor und nach der Messung abzulesen.

3. Bestimmung des Strömungswiderstands

Bauen Sie für die Messungen des Strömungswiderstandes den Versuch wie in Abbildung 2 gezeigt auf. Befestigen Sie den hinteren Teil der Versuchsschiene an einem Stativstab. Achten Sie darauf, dass der Wagen leichtgängig ist und die Schiene ein minimales Gefälle aufweist, damit der Faden bereits ohne Luftströmung vorgespannt ist. Verwenden Sie für alle Messungen dieses Versuchsteils die 10 cm-Tülle. Bestimmen Sie mit diesem Aufbau den Strömungswiderstand F_R

- (a) als Funktion der Querschnittsfläche A

Messen Sie die Abhängigkeit des Strömungswiderstands als Funktion der Querschnittsfläche bei fester Anströmgeschwindigkeit für die drei Kreisscheiben. Diskutieren Sie Ihre Ergebnisse.



Abb. 2: Versuchsaufbau zur Bestimmung des Strömungswiderstandes (links) und für die Messungen zur Verfügung stehende Probenkörper (rechts). Der hintere Teil der Versuchsschiene ist an einem Stativstab zu befestigen.

(b) als Funktion des Staudrucks q

Diese Abhängigkeit soll für einen der anderen kleinen Körper (keines der Fahrzeugmodelle!) für verschiedene Windgeschwindigkeiten untersucht werden. Diskutieren Sie Ihre Ergebnisse. *Welche Art der Strömung liegt vor?*

(c) als Funktion der Körperform

Bestimmen Sie für die kleinen Körper gleicher Querschnittsfläche bei einer festen Anströmgeschwindigkeit die Strömungswiderstände und daraus die Widerstandsbeiwerte c_W . Dabei können ggf. auch Ergebnisse aus (a) und (b) verwendet werden. Für die halbrunden Körper und den Tropfen soll die Anströmung von beiden Seiten erfolgen. Bestimmen Sie ebenfalls die c_W -Werte der vorhandenen Fahrzeugmodelle. Diskutieren Sie Ihre Ergebnisse. *Wodurch werden die unterschiedlichen Strömungswiderstände hervorgerufen?*

4. Auftrieb und Strömungswiderstand von Tragflügelmodellen

Messen Sie für den Tragflügel die Auftriebskraft F_A und den Strömungswiderstand F_R als Funktion des Anstellwinkels α bei einem festen Staudruck von etwa $q = 40 \text{ Pa}$ mit der 18 cm-Tülle. Führen Sie diese Messungen mit dem in Abbildung 3 dargestellten Aufbau durch. Wieder sollte darauf geachtet werden, dass der Wagen leichtgängig ist und die Schiene ein minimales Gefälle aufweist, damit der Faden bereits ohne Luftströmung vorgespannt ist. Erstellen Sie aus den c_W - und c_A -Werten ein Lilienthal-Diagramm zur Charakterisierung des Tragflügels.

Wichtig: Beim Wechsel der Tülle gilt die Umrechnung aus Versuchsteil 2 nicht mehr! Zum Einstellen des korrekten Staudrucks $q = 40 \text{ Pa}$ sind also die Strömungsgeschwindigkeit oder der Staudruck erneut zu messen.



Abb. 3: Versuchsaufbau zur Bestimmung des Strömungswiderstands und des Auftriebs eines Tragflügels (links) und Detailaufnahme des Messwagenaufbaus (rechts). Auf den Skalen des Messwagens können die Auftriebskraft F_A sowie der durch die Befestigungsstangen vorgegebene Anstellwinkel α abgelesen werden (hier $F_A = 0,1 \text{ N}$ und $\alpha = 8^\circ$).

5. Druckverteilung am Tragflügel

Für diesen Versuchsteil steht ein Holztragflügel zu Verfügung, der mit durchgehenden Bohrungen versehen ist. Auf diese Weise kann durch Heranführen der Drucksonde mit dem Gummiende an eine Bohrung der Druck am anderen Ende der Bohrung mit dem Feinmanometer bestimmt werden. Verwenden Sie für diesen Versuchsteil die 18 cm-Tülle.

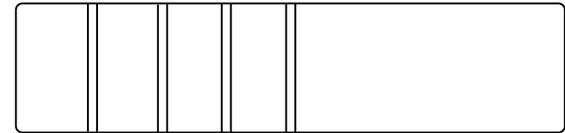
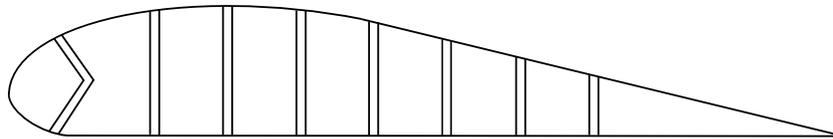
Bestimmen Sie für die Anstellwinkel $\alpha = 0^\circ$ und $\alpha = 15^\circ$ die Druckverteilung an Ober- und Unterseite des Tragflügels, indem Sie den statischen Druck an allen Öffnungen messen. Achten Sie für eine präzise Messung auf einen angemessenen Anpressdruck der Drucksonde senkrecht zur Flügeloberfläche, sodass die Gummidichtung mit der Flügeloberfläche abschließt. Achten Sie außerdem darauf, dass Sie die Drucksonde beim Wechsel von Messpunkt zu Messpunkt nur sehr kurz (ca. 2–4 Sekunden) vom Flügel entfernen, damit sich die Feinmanometeranzeige nicht allzu stark vom Gleichgewichtswert entfernt.

Tragen Sie die gemessenen Druckverteilungen graphisch auf. Verwenden Sie dafür den schematischen Querschnitt des Flügels auf der folgenden Seite, bei dem der Druck durch Pfeile senkrecht zur Oberfläche dargestellt wird. Die Pfeilrichtung gibt dabei an, ob Über- oder Unterdruck vorliegt. Diskutieren Sie die erhaltenen Druckverteilungen!

Anmerkung: Sie können die Messzeit für diesen Versuchsteil optimieren, indem Sie die Messpunkte auf der Ober- oder Unterseite von hinten beginnend nach vorn vermessen und dann auf der jeweils anderen Seite in umgekehrter Reihenfolge fortfahren. Dadurch sind die Drücke zu Beginn der Messung gering und die relativen Druckunterschiede klein, wodurch die Trägheit des Manometers weniger ins Gewicht fällt.

Maßstab:

$\alpha = 0^\circ$



$\alpha = 15^\circ$

