

Schwerependel und Schallwellen

Die Charakterisierung periodischer Vorgänge mit Hilfe der Fourieranalyse wird am Beispiel eines physikalischen Pendels, zweier gekoppelter Pendel sowie Schallwellen demonstriert. Im Versuch werden die Frequenz und die Dämpfung eines anharmonischen Pendels bei verschiedenen Trägheitsmomenten und der Einfluss unterschiedlicher Kopplungsstärken auf die Eigenfrequenzen eines Doppelpendels untersucht. Zusätzlich werden Klänge auf ihr Frequenzspektrum hin analysiert.

Vorkenntnisse

Grundgesetze der Mechanik: Newton'sche Mechanik – Erhaltungssätze – Bewegungsgleichungen – Rotationsbewegungen

Mechanik des starren Körpers: Berechnung von Schwerpunkt und Trägheitsmoments eines Körpers – Steinerscher Satz

Schwingungen: ungedämpfte und gedämpfte freie Schwingung (Amplitude, Schwingungsdauer, Kreisfrequenz) – Einfluss der Dämpfung, Dämpfungsfaktor, logarithmisches Dekrement – Differentialgleichungen für harmonische Schwingungen (insbesondere für Drehschwingungen) und deren Lösungen – mathematisches und physikalisches Pendel – Anharmonische Schwingungen – Frequenzveränderung bei großer Amplitude – gekoppelte Pendel, Schwebungen – Fourieranalyse (Bedeutung für die Physik)

Wellen: Unterschied zur Schwingung – Schallwellen – Hör- und Sprachphysiologie

Physikalische Grundlagen

Viele beobachtbare Vorgänge in der Natur haben einen periodischen Charakter, d.h. in zeitlichen und räumlichen Abständen treten immer wieder gleiche Zustände auf. Sei es eine Schaukel, eine Wasserwelle, der Herzschlag eines Menschen, eine Schallwelle oder die Netzspannung im Haushalt. In Anlehnung an Heraklits philosophische Aussage „Alles fließt“ könnte ein Dogma der Physik daher auch lauten „Alles schwingt“.

Der harmonische Oszillator

Ein System, das periodisch ablaufende Bewegungen durchführen kann, wird als Oszillator bezeichnet. Der einfachste und wichtigste Fall ist der freie, harmonische Oszillator. Die wesentlichen Idealisierungen bei diesem Konzept sind die Annahme einer Ruhelage, in die der Oszillator durch eine zur Auslenkung linearen Kraft stets zurückgeführt wird, sowie die Vernachlässigung aller

Energieverluste. Eine Möglichkeit wäre ein Massenpunkt, welcher an einer Feder befestigt und sonst frei von Kräften ist. Die Feder wirkt nach dem Hookeschen Gesetz linear der Auslenkung aus der Ruhelage entgegen: $F = m \cdot a = -D \cdot \Delta x$. Wird zusätzlich noch angenommen, dass die Ruhelage $x_0 = 0$ ist, folgt $\Delta x = x$ und somit nach Umstellen für die Bewegungsgleichung:

$$m \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + D \cdot x = 0 \quad (1)$$

Unabhängig von dem speziellen Sachverhalt wird im Hinblick auf die Lösung $\omega^2 = \frac{D}{m}$ gesetzt und es folgt die allgemeine Form:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 \cdot x = 0 \quad (2)$$

Erwartungsgemäß ist die Lösung des harmonischen Oszillators, die beispielsweise über einen komplexen Exponentialansatz bestimmt werden kann:

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega t) + B \cdot \cos(\omega t) = C \cdot \cos(\omega t + \Delta) \quad (3)$$

An den beiden Darstellungen der Lösung wird deutlich, dass die Summe von Sinus- und Kosinusfunktionen gleicher Frequenz wieder eine Kosinusfunktion (bzw. Sinusfunktion) gleicher Frequenz ergeben. Die zwei bei einer Differenzialgleichung zweiter Ordnung entstehenden Freiheitsgrade drücken sich in den Parametern A und B bzw. C und Δ aus. Sie können über die Anfangsposition $x(0)$ und -geschwindigkeit $v(0)$ festgelegt werden. Alle Bewegungsgleichungen, die von Gleichung (2) abweichen, führen streng genommen zu anharmonischen Abläufen. Die Periodendauer T kann mithilfe der Kreisfrequenz ω über $T = \frac{2\pi}{\omega}$ berechnet werden.

Der gedämpfte harmonische Oszillator

Wird die Bewegung des harmonischen Oszillators durch eine Kraft gebremst, die proportional zur Geschwindigkeit ist, ergibt sich die Bewegungsgleichung

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\delta \cdot \frac{dx}{dt} + \omega^2 \cdot x = 0. \quad (4)$$

Diese Gleichung und auch die Lösung unterscheiden sich von der des harmonischen Oszillators nur um einen Term, der die Dämpfung ausdrückt. Die Lösung lautet

$$x(t) = (A \cdot \sin(\omega t) + B \cdot \cos(\omega t)) \cdot e^{-\delta \cdot t} \quad (5)$$

$$\text{bzw.} \quad x(t) = (C \cdot \sin(\omega t + \Delta)) \cdot e^{-\delta \cdot t}. \quad (6)$$

Dies ist eine exponentiell abklingende harmonische Schwingung. δ heißt Abklingkonstante. Als weiteres Maß für die Dämpfung definiert man das logarithmische Dekrement Λ als

$$\Lambda = \ln \left(\frac{\Phi_k}{\Phi_{k+1}} \right) = \delta \cdot T. \quad (7)$$

Dabei ist Φ_k die Größe des k . maximalen Ausschlags des Schwingers und Φ_{k+1} die des darauffolgenden maximalen Ausschlags in derselben Auslenkungsrichtung. Um einen Mittelwert der Dämpfung über einen größeren Beobachtungszeitraum als eine Periode anzugeben, kann aus der Lösung der Differentialgleichung auch der Zusammenhang

$$\Lambda = \frac{1}{n} \cdot \ln \left(\frac{\Phi_k}{\Phi_{k+n}} \right) \quad (8)$$

hergeleitet werden. Dabei bezeichnen ϕ_k und ϕ_{k+n} zwei Maxima oder Minima in einem zeitlichen Abstand von n Periodendauern.

Das mathematische Pendel

Stellt man sich einen Massenpunkt vor, der reibungsfrei an einem masselosen Faden aufgehängt ist und auf den lediglich die Schwerkraft wirkt, ist das Bild des mathematischen Pendels bereits vollständig. Mithilfe von Abbildung 1 lässt sich schnell einsehen, dass sich die einzige Kraftkomponente der Schwerkraft, die der Pendelbewegung entgegenwirkt, über $m \cdot g \cdot \sin(\Phi)$ berechnen lässt.

Wird noch mit Hilfe der Winkelbeschleunigung α die Beschleunigung $a = l \cdot \alpha = l \cdot \frac{d^2\Phi}{dt^2}$ ausgedrückt, so folgt insgesamt $F = m \cdot a = m \cdot l \cdot \frac{d^2\Phi}{dt^2} = -m \cdot g \cdot \sin(\Phi)$. Nach Umstellen erhält man die Bewegungsgleichung des mathematischen Pendels

$$\frac{d^2\Phi}{dt^2} + \frac{g}{l} \cdot \sin(\Phi) = 0. \quad (9)$$

Um eine Lösung für diese Differentialgleichung zu erhalten, wird $\sin(\Phi)$ in eine Taylor-Reihe um die Ruhelage $\Phi = 0$ entwickelt. Bei kleinen Auslenkungen genügt es häufig, nur das erste Glied dieser Reihe zu berücksichtigen ($\sin \Phi \approx \Phi$). Dies führt auf den Fall des harmonischen Oszillators. Eine genauere Lösung, die erste Abweichungen des Pendels vom harmonischen Oszillator berücksichtigt, erhält man durch Hinzufügen eines weiteren Terms der Taylor-Entwicklung

$$\sin \Phi \approx \Phi - \frac{1}{6} \cdot \Phi^3 \quad (10)$$

Die Bewegungsgleichung des anharmonischen Oszillators lautet dann

$$\frac{d^2\Phi}{dt^2} + \omega_0^2 \Phi - \frac{\omega_0^2}{6} \cdot \Phi^3 = 0 \quad \text{mit} \quad \omega_0^2 = \frac{g}{l} \quad (11)$$

Um für diese Differentialgleichung eine Näherungslösung zu erhalten, wird die Zeitachse zunächst so gewählt, dass gilt: $\Phi(t = 0) = 0$. Die Lösungsfunktion muss dann eine ungerade Funktion sein, d.h. bei einer Fourier-Entwicklung (s. unten) müssen die Koeffizienten der Kosinusreihe verschwinden, da der Kosinus eine gerade Funktion ist. Für eine Näherungslösung kann man sich dann auch in diesem Fall auf die ersten zwei Terme der Entwicklung beschränken und man erhält

$$\Phi(t) = \Phi_0 \sin(\omega t) + \epsilon \cdot \Phi_0 \sin(3\omega t) \quad (12)$$

mit den Fourier-Koeffizienten: $a_1 = \Phi_0$, $a_2 = \epsilon \cdot \Phi_0$. Für die einzelnen Terme in Gleichung (11) erhält man bei Verwendung des Additionstheorems $\sin(3\omega t) = 3\sin(\omega t) - 4\sin^3(\omega t)$ die Gleichungen

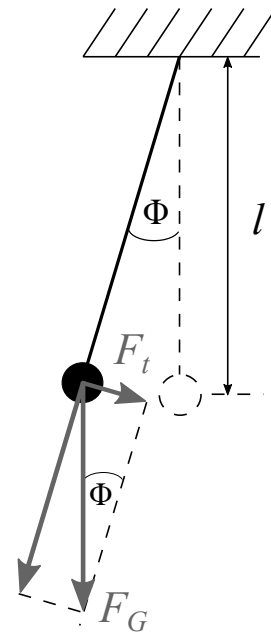


Abb. 1: Das mathematische Pendel

$$\frac{d^2\Phi}{dt^2} = -\omega^2\Phi_0 \sin(\omega t) - 9\omega^2\epsilon\Phi_0 \sin(3\omega t) \quad (13)$$

$$\omega_0^2\Phi = +\omega_0^2\Phi_0 \sin(\omega t) + \omega_0^2\epsilon\Phi_0 \sin(3\omega t) \quad (14)$$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{6}\omega_0^2\Phi^3 &= -\frac{3\omega_0^2}{24} \cdot \Phi_0^3 \sin(\omega t) + \frac{\omega_0^2}{24} \cdot \Phi_0^3 \sin(3\omega t) \\ &\quad -\frac{\omega_0^2}{2}\Phi_0^3\epsilon \cdot \sin^2(\omega t) \cdot \sin(3\omega t) + \dots \end{aligned} \quad (15)$$

Die Terme mit ϵ^2 und ϵ^3 lässt man unter der Annahme, dass $\epsilon \ll 1$ ist, weg. Die Gleichungen (13), (14) und (15) werden nun addiert. Die linke Seite ist nach Gleichung (11) Null. Wenn Gleichung (12) die Näherungslösung sein soll, müssen die Koeffizienten von $\sin(\omega t)$ und $\sin(3\omega t)$ jeweils für sich verschwinden. Für die Koeffizientensumme von $\sin(\omega t)$ folgt also

$$-\omega^2 + \omega_0^2 - \frac{3}{24}\omega_0^2\Phi_0^2 = 0 \quad (16)$$

oder

$$\omega^2 = \omega_0^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{8} \cdot \Phi_0^2\right) \quad \text{bzw.} \quad \omega \approx \omega_0 \left(1 - \frac{\Phi_0^2}{16}\right) \quad (17)$$

bei Verwendung der Näherungsformel $\sqrt{1-x} \approx 1 - \frac{1}{2}x$. Für ϵ ergibt sich aus der Koeffizientensumme von $\sin(3\omega t)$

$$-9\omega^2\epsilon + \omega_0^2\epsilon + \frac{\omega_0^2}{24} \cdot \Phi_0^2 = 0. \quad (18)$$

Setzt man näherungsweise $\omega^2 \approx \omega_0^2$, so folgt aus Gleichung (18)

$$\epsilon = \frac{\Phi_0^2}{192}. \quad (19)$$

Eine genauere Lösung bekommt man mit Hilfe des vollständigen elliptischen Integrals, das auch bei der Berechnung der Bogenlänge einer Ellipse auftritt. (Für Interessierte: siehe z.B. : Greiner, W.: THEORETISCHE PHYSIK - Mechanik I). Hieraus erhält man für das mathematische Pendel die exakte Periodendauer über

$$T = 4\sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \int_0^{\pi/2} \frac{d\Phi}{\sqrt{1+x(\Phi)}}. \quad (20)$$

Eine Näherung für $\sqrt{1+x(\Phi)}$ liefert schließlich für die Periodendauer bei großen Auslenkungen

$$T \approx 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \left(1 + \frac{1}{4} \cdot \sin^2\left(\frac{\phi_0}{2}\right)\right) = T_0 \cdot \left(1 + \frac{1}{4} \cdot \sin^2\left(\frac{\phi_0}{2}\right)\right) \quad \text{mit} \quad T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (21)$$

Für kleine Anfangswinkel $\phi_0 \ll 1$ wird $\sin^2(\frac{\phi_0}{2})$ vernachlässigbar klein, sodass Gleichung (21) in die Periodendauer T_0 der harmonischen Näherung übergeht. Die Abweichung wird maximal für einen Winkel von $\phi_0 = 180^\circ$ und beträgt dann 25%.

Das physikalische Pendel

Sobald es nicht mehr ausreicht einen Körper als Massenpunkt zu beschreiben, um seine Bewegungen vorherzusagen, muss die räumliche Ausdehnung des Körpers berücksichtigt werden. Dabei entstehen weitere Freiheitsgrade. Beim starren Körper, bei dem alle Massenelemente einen festen Abstand zueinander aufweisen, kommen drei Rotationsfreiheitsgrade hinzu. Bei einer festen Drehachse spricht man vom physikalischen Pendel.

Eine wichtige Größe dabei ist der Schwerpunkt des Pendels. Für Systeme von Massenpunkten bzw. kontinuierliche Massenverteilungen mit der Gesamtmasse M berechnet sich der Schwerpunkt $\vec{r}_S$ über

$$\vec{r}_S = \frac{1}{M} \sum_i \vec{r}_i \cdot m_i \quad \text{bzw.} \quad \vec{r}_S = \frac{1}{M} \int \vec{r}(m) \cdot dm. \quad (22)$$

Das Trägheitsmoment Θ , also der Widerstand, den der Körper bezüglich einer Veränderung seiner Rotationsbewegung um eine bestimmte Drehachse aufweist, lässt sich über

$$\Theta = \int r^2 dm \quad (23)$$

berechnen. Dabei ist r der senkrechte Abstand zur Drehachse. Für ein physikalisches Pendel gilt nach dem Drehimpulssatz

$$\Theta \cdot \frac{d^2\Phi}{dt^2} + M \cdot g \cdot s \cdot \sin(\Phi) = 0, \quad (24)$$

wobei s der Abstand zwischen Drehpunkt und Schwerpunkt ist. Daraus folgt für kleine Winkel

$$\frac{d^2\Phi}{dt^2} + \frac{M \cdot g \cdot s}{\Theta} \cdot \Phi = 0 \quad (25)$$

und hieraus die Eigenkreisfrequenz

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{M \cdot g \cdot s}{\Theta}} \quad (26)$$

Vorbereitende Aufgabe

Bestimmen Sie in Vorbereitung auf Versuchsteil 1, wo sich der Schwerpunkt des großen Pendels in Abhängigkeit vom Abstand des Gewichts zur Drehachse s befindet. Das große Pendel stellt ein System aus Stange und Gewicht dar (siehe Abbildung 2). Zeigen Sie zusätzlich, dass das Trägheitsmoment des großen Pendels θ_{Pendel} in Abhängigkeit vom Abstand des Gewichts von der Drehachse s über

$$\begin{aligned} \theta_{\text{Pendel}} &= \theta_{\text{Pendelstange}} + \theta_{\text{Pendelgewicht}} \\ &= \frac{r^2 + R^2}{4} M + \frac{1}{12} M h^2 + M s^2 + \frac{1}{3} m l^2 \end{aligned} \quad (27)$$

berechnet werden kann. Die Dichte des Pendels sowie dessen geometrischen Maße sind auf Seite 11 gegeben. R ist der Radius des zylinderförmigen Pendelgewichts mit $D = 2R$ und r der Stangenradius mit $d = 2r$. M ist die Masse des Gewichts, m die Masse der Pendelstange.

Gekoppelte Pendel

Zwei durch beispielsweise eine Feder verbundene Pendel (hier: gleiche Länge l , gleiche Masse m) heißen *gekoppelte Pendel*. Für ein solches System erhält man aus den Bewegungsgleichungen (für kleine Winkel) ein zweidimensionales System von gekoppelten Differentialgleichungen zweiter Ordnung

$$\Theta \cdot \frac{d^2 \phi_1}{dt^2} + D_g \cdot \phi_1 - D_f(\phi_2 - \phi_1) = 0 \quad (28)$$

$$\Theta \cdot \frac{d^2 \phi_2}{dt^2} + D_g \cdot \phi_2 + D_f(\phi_2 - \phi_1) = 0. \quad (29)$$

Hierbei sind ϕ_1, ϕ_2 die Winkelausschläge der beiden Pendel, Θ deren Trägheitsmoment, l und m deren Länge und Masse, g ist die Erdbeschleunigung. $D_g = m \cdot g \cdot l$ ist das rücktreibende Moment infolge der Schwerkraft. Der Ausdruck $D_f(\phi_2 - \phi_1)$ ist das durch die Kopplungsfeder hervorgerufene Drehmoment. Bis auf den letzten Term sind die Gleichungen damit identisch zu der Bewegungsgleichung des physikalischen Pendels in Gleichung (25).

Werden die beiden Gleichungen addiert bzw. subtrahiert, ergeben sich zwei ungekoppelte Differentialgleichungen für die Winkelsumme $(\phi_2 + \phi_1)$ bzw. -differenz $(\phi_2 - \phi_1)$:

$$\Theta \cdot \frac{d^2(\phi_2 + \phi_1)}{dt^2} = -(m \cdot g \cdot l) \cdot (\phi_2 + \phi_1) \quad (30)$$

$$\Theta \cdot \frac{d^2(\phi_2 - \phi_1)}{dt^2} = -(m \cdot g \cdot l + 2 \cdot D_f) \cdot (\phi_2 - \phi_1) \quad (31)$$

Beide Gleichungen stellen harmonische Oszillatoren da, sodass für die Lösungen gilt

$$(\phi_2 + \phi_1) = 2A \cdot \cos(\omega t + \delta) \quad \text{mit} \quad \omega = \sqrt{\frac{mgl}{\Theta}} \quad (32)$$

$$(\phi_2 - \phi_1) = 2B \cdot \cos(\Omega t + \Delta) \quad \text{mit} \quad \Omega = \sqrt{\frac{mgl + 2D_f}{\Theta}} \quad (33)$$

Werden die Lösungen nun wieder addiert bzw. subtrahiert und anschließend durch 2 dividiert, so folgen daraus

$$\phi_1 = A \cos(\omega t + \delta) - B \cos(\Omega t + \Delta) \quad (34)$$

$$\phi_2 = A \cos(\omega t + \delta) + B \cos(\Omega t + \Delta), \quad (35)$$

wobei ω der Eigenkreisfrequenz des Pendels im ungekoppelten Fall entspricht. Ω ist die durch das Kopplungsdrehmoment D_f veränderte Frequenz. Die vier noch freien Parameter (A, B, δ, Δ) werden durch die Wahl der Anfangsbedingungen ($\phi_1(t=0), \phi_2(t=0), \dot{\phi}_1(t=0), \dot{\phi}_2(t=0)$) festgelegt. Für das Schwingverhalten des gekoppelten Pendels unterscheidet man drei einfachere Fälle:

- Beide Pendel werden bei $t = 0$ von der Lage $\phi_1 = \phi_2 = \Phi$ losgelassen. Dann sind die Anfangsbedingungen:

$$\phi_1(t=0) = \Phi, \quad \phi_2(t=0) = \Phi, \quad \dot{\phi}_1(t=0) = 0, \quad \dot{\phi}_2(t=0) = 0$$

Daraus ergibt sich als Lösung: $\phi_1 = \phi_2 = \Phi \cos \omega t$.

- Beide Pendel werden bei $t = 0$ von der Lage $\phi_1 = \Phi, \phi_2 = -\Phi$ losgelassen. Hier sind die Anfangsbedingungen:
 $\phi_1(t=0) = \Phi, \phi_2(t=0) = -\Phi, \dot{\phi}_1(t=0) = 0, \dot{\phi}_2(t=0) = 0$
 Die Lösung lautet: $-\phi_1(t) = \phi_2 = \Phi \cos \Omega t$.

Diese beiden Fälle werden als *Fundamentalschwingungen* bezeichnet.

- Pendel 2 wird in die Lage Φ ausgelenkt und Pendel 1 in der Nulllage belassen. Dann lauten die Anfangsbedingungen:
 $\phi_1(t=0) = 0, \phi_2(t=0) = \Phi, \dot{\phi}_1(t=0) = 0, \dot{\phi}_2(t=0) = 0$
 Die Lösung lautet: $\phi_1 = \Phi/2 \cdot (\cos \omega t - \cos \Omega t), \quad \phi_2 = \Phi/2 \cdot (\cos \omega t + \cos \Omega t)$
 Schreibt man diese mit Hilfe von Additionstheoremen um, so folgt

$$\begin{aligned}\phi_1 &= \Phi \sin\left(\frac{\omega + \Omega}{2} t\right) \cdot \sin\left(\frac{\Omega - \omega}{2} t\right) \\ \phi_2 &= \Phi \cos\left(\frac{\omega + \Omega}{2} t\right) \cdot \cos\left(\frac{\Omega - \omega}{2} t\right)\end{aligned}$$

Ist die Kopplung schwach, d.h. das Kopplungsmoment klein ($D_f \ll D_g$), dann ist $(\Omega - \omega)$ auch klein gegenüber $(\Omega + \omega)$. Damit kann die Bewegung der Pendel aufgefasst werden als eine Schwingung der Frequenz $(\Omega + \omega)$, deren Amplitude sich langsam mit der Frequenz $(\Omega - \omega)$ ändert. Diese Art der Schwingung wird als *Schwebung* bezeichnet. Der Kopplungsgrad k beider Pendel ist definiert als das Verhältnis

$$k = \frac{D_f}{D_g + D_f} = \frac{D_f}{m \cdot g \cdot l + D_f}. \quad (36)$$

Entsprechen die Anfangsbedingungen keinem der genannten Spezialfälle, so treten ebenfalls Schwebungen auf, nur ist die mathematische Behandlung dann schwieriger.

Wellentheorie

Werden mehrere Oszillatoren miteinander gekoppelt, kann sich die Auslenkung eines Pendels auf die anderen übertragen, sodass es dann nicht nur eine Schwingung gibt, sondern gleich mehrere. Die sich so ausbreitende kinetische Energie wird als mechanische Welle bezeichnet. Der Zustand dieser Welle hängt somit nicht nur von der Zeit, sondern auch vom Ort ab. Bei mechanischen Wellen handelt es sich immer um schwingende Massen, weshalb sie ein Medium benötigen. Ein alltägliches Beispiel ist Schall in der Erdatmosphäre, bei dem es sich um eine longitudinale Welle handelt. Viele Formen der Energieausbreitung können als Welle beschrieben werden, so auch das Licht, das eine elektromagnetische Welle ist. Der mathematische Formalismus ist jedoch für alle Wellen gleich und wird durch die Wellengleichung

$$\Delta \vec{r}(x, y, z, t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{r}(x, y, z, t)}{\partial t^2} \quad (37)$$

beschrieben. Dabei ist $\vec{r}(x, y, z, t)$ die Auslenkung (in beliebige Richtung), $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ der Laplace-Operator und v die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle. Jede Funktion $\vec{r}(x, y, z, t)$, die von Ort und Zeit abhängt und diese Gleichung erfüllt, beschreibt somit eine Welle.

Fourieranalyse

(siehe z.B.: Berkeley Physik Kurs Bd. 3

Gehrtsen, Kneser, Vogel, „Physik“

Meyberg u. Vachenaer „Höhere Mathematik 2“, Springer

Schulz, „Physik mit Bleistift“)

Fourierreihe

Jedes periodische Signal kann *eindeutig* in eine Reihe orthogonaler Funktionen entwickelt werden (verallgemeinerte Fourierreihe). Eine besondere Stellung unter diesen Funktionen haben $\sin(n\omega t)$ und $\cos(m\omega t)$, da sie zusammen mit einer Konstanten ein Orthonormalsystem bilden. So lässt sich jede periodische Funktion der Zeit $f(t)$ in eine Reihe der Form

$$f(t) = b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \sin(n\omega t) + \sum_{m=1}^{\infty} b_m \cdot \cos(m\omega t) \quad (38)$$

oder auch

$$f(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cdot \sin(n\omega t + \epsilon_n) \quad (39)$$

entwickeln. Diese Reihe wird „Fourierreihe“ genannt. *Warum sind Gleichungen (38) und (39) gleichwertig?* Die einzelnen Komponenten der Reihe heißen

$$\begin{array}{ll} n = 0 & : \text{arithmetischer Mittelwert} \\ n = 1 & : \text{Grundschwingung} \\ & \vdots \\ n = k & : (k - 1). \text{ Oberschwingung} \end{array}$$

Die Koeffizienten a_n, b_m und c_n geben dabei den Anteil der n -ten bzw. m -ten Oberwelle zur Funktion $f(t)$ an. Im Allgemeinen geht der Beitrag der Oberwellen für wachsende n gegen Null, sodass man in praxi meist nur endlich viele Glieder zu berücksichtigen braucht. Die Form des periodischen Signals wird durch das Verhältnis der Amplituden der a_n, b_m von Sinus- und Kosinusreihe bestimmt. *Sehen Sie sich für die wichtigsten Signalformen (Rechteck, Dreieck, Sägezahn) die Fourierentwicklung z.B. im Bronstein, „Taschenbuch der Mathematik“ an.*

Fourierintegral

Ist die Funktion $f(t)$ *nicht periodisch* und unendlich, sondern geht z.B. für $t \rightarrow \infty$ gegen Null (*Dämpfung*), dann reichen in der Reihenentwicklung abzählbar viele Glieder nicht mehr aus. Man muss zur kontinuierlichen Darstellung, d.h. zum Integral übergehen. Hier ist es nun üblich, nicht für Sinus und Kosinus getrennte Integrale zu benutzen, sondern (nach der Eulerschen Beziehung) mit der Exponentialfunktion zu rechnen, wobei

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \cdot e^{i\omega t} \cdot d\omega. \quad (40)$$

Dieses Integral heißt *Fourierintegral*. Man kann zeigen, dass die Funktionen $f(t)$ und $F(\omega)$ *umkehrbar eindeutig*, d.h. *eindeutig* miteinander zusammenhängen. Es gilt weiterhin

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-i\omega t} \cdot dt. \quad (41)$$

Dieser Zusammenhang zwischen $f(t)$ und $F(\omega)$ gilt für beliebige Funktionen, die einige Voraussetzungen bezüglich Stetigkeit erfüllen müssen und ist bekannt unter dem Namen „Fouriertransformation“. $F(\omega)$ heißt (*Frequenz-)Spektrum* von $f(t)$. Die Fouriertransformation erlaubt, Funktionen der Zeit eindeutig in Funktionen der Frequenz bzw. Funktionen des Ort eindeutig in Funktionen des Impulses abzubilden, wo manche mathematische Operationen leichter durchzuführen sind. Es lassen sich z. B. Differentiationen in einfache Multiplikationen überführen.

Die Fouriertransformation hat erhebliche Bedeutung in allen Gebieten der Physik. Das Integral in Gleichung (41) hat weiterhin den Vorteil, dass es schnell mit Hilfe von Computern berechenbar ist, wenn man für die Anzahl der Messwerte eine Potenz 2^n benutzt. Das dann anwendbare Verfahren der diskreten Fourier-Transformation heißt „Fast Fourier Transform“ (FFT). Das Ergebnis einer Transformation von $f(t)$ mit 2^n Messwerten ist ein Spektrum $F(\omega)$ mit ebenfalls 2^n Stützstellen. Dies lässt sich wieder in ein Amplituden- und ein Phasenspektrum, bzw. in ein Kosinus- und ein Sinusspektrum (= Real- und Imaginärteil) mit jeweils 2^{n-1} Stützstellen zerlegen. Die Synthese der Ausgangsfunktion gelingt nur, wenn sowohl Amplituden- als auch Phasenspektrum (oder sowohl Real- als auch Imaginärteil) berücksichtigt werden. Der Beitrag eines Frequenzintervalls $\delta\omega$ zum Signal wird aber bereits durch die Amplitude $A(\omega)$ wiedergegeben.

Abtasttheorem

Für den Zusammenhang zwischen Zeit- und Frequenzskala gilt

$$n \cdot \delta t \cdot \delta \nu = 1. \quad (42)$$

Hierbei ist δt das Zeitintervall zweier benachbarter Messpunkte und $\delta \nu$ das Frequenzintervall zweier benachbarter Stützstellen des Spektrums $F(\nu)$. Aus dieser Gleichung folgen unmittelbar zwei wichtige Eigenschaften der Fourier-Transformation:

1. Je größer $n \cdot \delta t (= t_{\text{ges}})$, desto kleiner ist $\delta \nu$, d.h. umso feiner ist die Auflösung im Spektrum.
2. Je kleiner δt , desto größer ist $n \cdot \delta \nu$, d.h. die Gesamtlänge des Spektrums.

Weitere Einzelheiten über die Fouriertransformation-Algorithmen, welche hier jedoch nicht vorausgesetzt werden, entnehme man der einschlägigen Spezialliteratur (zum Beispiel O. E. Brigham, *The Fast Fourier Transform*).

Menschliche Physiologie

(siehe z.B.: Bergmann, Schaefer: *MECHANIK, AKUSTIK, WÄRME*

Trautwein, Kreibitz, Oberhausen, Hüttermann: *Physik für Mediziner, Biologen, Pharmazeuten*)

Der Mensch verfügt über Organe, mit denen er Schall erzeugen und wahrnehmen kann. Zur gezielten Erzeugung von komplexen Klängen wie der gesprochenen Sprache spielen mehrere Organe zusammen. Der wichtigste Teil ist die spaltförmige Stimmritze, die von den Stimmbändern umschlossen wird. Diese fungieren als schwingende Membranen, die die Luft in geradezu harmonische Schwingungen versetzen. Die Klangfarbe wird erst durch oberhalb liegende Resonanzräume, Rachen, Nasenhöhle und insbesondere Mundstellung bestimmt. Mit einem weiten Frequenzbereich von 100 Hz bis 10000 Hz ist die menschliche Stimme jedem Musikinstrument überlegen.

Die Wahrnehmung des Schalls wird im Ohr auf zwei Weisen realisiert. Einerseits gibt es die Luftleitung, bei der der Schall über Gehörgang und Trommelfell im Mittelohr auf das Gehörknöchelchen läuft und von da aus letztlich zum Innenohr, wo die Perilymphe zu Schwingungen angeregt wird. Diese wird dann in Aktionspotentiale umgewandelt werden, um über das zentrale Nervensystem (ZNS) transportiert zu werden. Die Eigenfrequenz dieser Luftleitung liegt bei 1 Hz bis 3000 Hz, was somit dem empfindlichsten Bereich angibt. Bei der Knochenleitung werden Schwingungen des Schädelknochens zu den Sinneszellen des Cortischen Organs weitergeleitet, wo sie dann in elektrische Signale für das ZNS umgewandelt werden. Insgesamt liegen die hörbaren Frequenzen zwischen 20 Hz und 20000 Hz, was natürlich individuell sehr verschieden sein kann. Mit dem Alter sinkt die Obergrenze, so dass 50-Jährige im Mittel maximal nur noch etwa 12000 Hz wahrnehmen können.

Experiment

Das Experiment ist in drei Teilversuche unterteilt. Im ersten Versuchsteil wird ein großes anharmonisches Pendel, im zweiten zwei gekoppelte Pendel und im dritten Schall untersucht. Zur Datenaufnahme und Auswertung steht am Versuchsplatz ein Computer zur Verfügung. Die Auslenkung der Pendel bestimmt den Widerstandswert von Präzisionspotentiometern, der dann über eine Analog-Digital-Wandlerkarte gemessen und in ein serielles Signal umgewandelt wird, um es an den Computer weiterzuleiten. Angezeigt und erfasst werden die Daten mit dem LabVIEW-Programm **Anharmonische Schwingungen.vi**. Zur Schallmessung dient ein Mikrofon, dessen Datenblatt im Anhang zu finden ist. Hier wird das LabVIEW-Programm **Schallwellen analysieren.vi** benötigt. Die LabVIEW-Programme werden im Anhang kurz vorgestellt. Zur Auswertung steht das Programm *Origin* zur Verfügung. Ein *Origin*-Tutorial mit den benötigten Funktionen liegt am Versuchsplatz aus.

1. Anharmonisches (großes) Pendel

Insgesamt ist für vier verschiedene Einstellungen das Schwingverhalten des großen Pendels aufzuzeichnen: jeweils zwei unterschiedliche Auslenkungen (eine große und eine kleine) für zwei unterschiedliche Positionen des Pendelgewichts. Der Abstand des Gewichts zur Drehachse ist zu messen, bevor ein neues Trägheitsmoment eingestellt wird.

Achtung! Beim Auslenken des großen Pendels sowie während der gesamten Messdauer ist darauf zu achten, dass niemand den Schwenkbereich des Pendels betritt!

Zu jeder Messung ist der zeitliche Verlauf der Schwingung darzustellen, eine Fourieranalyse (hier: FFT) durchzuführen und das daraus entstehende Frequenzspektrum graphisch aufzutragen. Die Diagramme können mit dem Drucker im Praktikumsraum ausgedruckt werden.

Bestimmen Sie aus dem zeitlichen Verlauf der Schwingung das logarithmische Dekrement als Maß für die Dämpfung der Schwingung. Die zugehörigen Frequenzspektren sind zu diskutieren. *Wie äußert sich die Dämpfung im Frequenzspektrum?* Vergleichen Sie zudem die Ergebnisse aus den Frequenzspektren und mit denen aus der rechnerischen Bestimmung des Trägheitsmoments ($\rightarrow$ Vorbereitende Aufgabe, S.5) bzw. der daraus resultierenden Schwingungsfrequenz des großen Pendels. Die Maße des Pendels sind im Folgenden gegeben.

Stablänge l	1,49 m
Stabdurchmesser d	13 mm
Gewichtshöhe h	12,7 cm
Gewichtsdurchmesser D	80 mm
Dichte ρ	7,86 g/cm ³

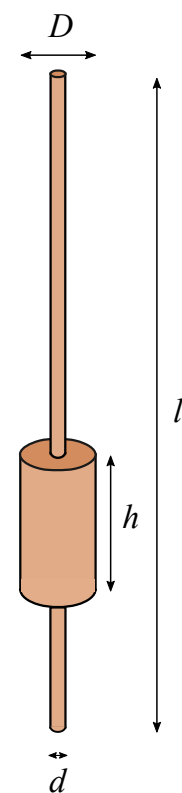


Abb. 2: Großes Pendel

2. Gekoppelte Pendel

Das gekoppelte Pendel besteht aus zwei Pendeln, die über eine Feder ein Kopplungsdrehmoment aufeinander ausüben können. Die Kopplungsstärke kann über den Abstand der Feder von der Drehachse in einem markierten Bereich variiert werden. In diesem Versuchsteil sind insgesamt vier Messungen mit den gekoppelten Pendeln durchzuführen: die erste für den ungekoppelten Zustand und die anderen drei bei verschiedenen Kopplungsstärken.

Zu Beginn des Versuchsteils muss die Masse der Pendelgewichte sowie der Abstand der Gewichte von der Drehachse gemessen werden. Anschließend ist das Frequenzspektrum der beiden Pendel im ungekoppelten Zustand zu bestimmen. Dazu werden beide Pendel ca. 30° ausgelenkt und das Schwingverhalten wird gleichzeitig gemessen.

Danach werden die Pendel über die Feder miteinander gekoppelt. Zu Beginn einer jeden Messung ist nur eines der beiden Pendel auszulenken, während sich das andere in Ruhelage befindet. Eventuell muss das zweite Pendel dafür festgehalten werden, weil es sonst dem ersten Pendel folgt und sich aus der Ruhelage herausbewegt. Die Messung ist für drei unterschiedliche Kopplungsstärken durchzuführen. Der Abstand des Kopplungspunkts von der Drehachse ist für jede der drei Einstellungen zu messen.

Wie im ersten Teilversuch sollen auch hier sowohl die zeitlichen Verläufe als auch die Frequenzspektren graphisch aufgetragen und ausgedruckt werden. Die erhaltenen Spektren sind zu diskutieren. Bestimmen Sie die theoretische Eigenfrequenz der beiden (mathematischen) Pendel und vergleichen Sie diese mit den Ergebnissen aus den Frequenzspektren für den ungekoppelten Fall. Aus den Messungen mit den gekoppelten Pendeln ist für die unterschiedlichen Abstände der Kopplungsgrad k unter Verwendung von Formeln (33) und (36) zu bestimmen.

3. Schallwellen

In diesem Teilversuch sollen Klänge auf die Frequenzen hin untersucht werden, aus denen sie zusammengesetzt sind. Am Versuchsort sind dafür ein Mikrofon, Lautsprecher sowie zwei Stimmgabeln (Kammerton A, 440 Hz) und diverse Klangquellen bereitgelegt. Insgesamt sind sieben Messungen von Klängen durchzuführen: die erste zur Bestimmung des Grundrauschens, drei mit den Stimmgabeln und drei beliebige weitere Klänge, die mit den Klangquellen erzeugt werden können. Mit dem LabVIEW-Programm **Schallwellen analysieren.vi** können Klänge aufgezeichnet sowie die Frequenzspektren dieser Klängen ermittelt werden. Die Frequenzspektren können als **.txt**-Dateien abgespeichert werden, die aufgenommenen Klänge können als **.wav**-Datei abgespeichert werden.

Die erste Messung dient der Ermittlung des Grundrauschens im Praktikumsraum. Auch wenn nicht direkt vor dem Mikrofon ein Klang erzeugt wird, so nimmt das Mikrofon dennoch Umgebungsgeräusche in einiger Entfernung auf.

Danach sind Messungen mit den Stimmgabeln durchzuführen: Nehmen Sie zuerst den Klang einer Stimmgabel ohne Reiter auf. Befestigen Sie nun den Reiter zur Beeinflussung des Schwingverhaltens an der Stimmgabel und nehmen Sie erneut den Klang auf. *Was verändert sich im Frequenzspektrum? An welcher Position des Reiters ist die Beeinflussung maximal? Warum?* Überlagern Sie nun die Klänge von verstimmter und ungestimmter Stimmgabel.

Aus den vorliegenden und wahlweise auch selbst mitgebrachten Klangquellen sind nun drei auszuwählen und die erzeugten Klänge zu analysieren. Nach Möglichkeit ist ein dumpfes (z.B. Stampfen), ein schrilles (z.B. ein Quietscheentchen) und ein rauschendes Geräusch (z.B. Zusammenknüllen von Papier) aufzunehmen.

Die erhaltenen Frequenzspektren sind graphisch darzustellen und zu diskutieren. Zudem ist ein Zusammenhang zu den Klängen herzustellen. Die technischen Daten des Mikrofons sind zu berücksichtigen, insbesondere im Hinblick auf eine Fehlerbetrachtung.

Anhang

LabVIEW-Programme

Die in LabVIEW entwickelten Programme müssen, nachdem sie geöffnet wurden, zunächst ausgeführt werden, indem der Pfeil im oberen Bereich unterhalb des Hauptmenüs angeklickt wird (vgl. Abbildung 3). Wenn also die Diagramme alle leer sind, liegt es höchstwahrscheinlich daran, dass das Programm noch nicht ausgeführt wird.

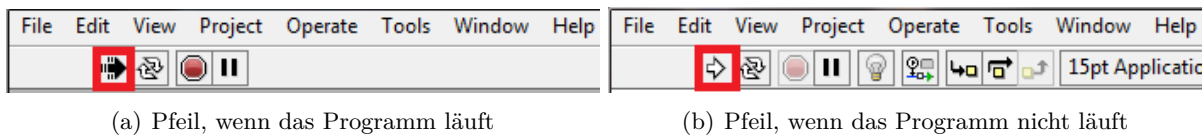


Abb. 3: Obere Programmleiste beim Ausführen und Nichtausführen des LabVIEW-Programms

Für die Datenaufnahme werden die Programme **Anharmonische Schwingungen.vi** und **Schallwellen analysieren.vi** benötigt. Diese werden im Folgenden kurz vorgestellt.

Anharmonische Schwingungen.vi

Die Benutzeroberfläche des Programms zu den Pendelversuchen ist in Abbildung 4 zu sehen. Im linken Diagramm wird der aktuellen, zeitliche Verlauf aller vier Kanäle angezeigt. Die Größe des Zeitfensters kann über das Eingabefeld unter dem Diagramm verändert werden.

Unter dem Diagramm befindet sich eine Legende, die anzeigt, welche Kanäle welchem Pendel und welcher Farbe zugeordnet sind. Im unteren linken Bereich befindet sich die Nulllagenkorrektur.

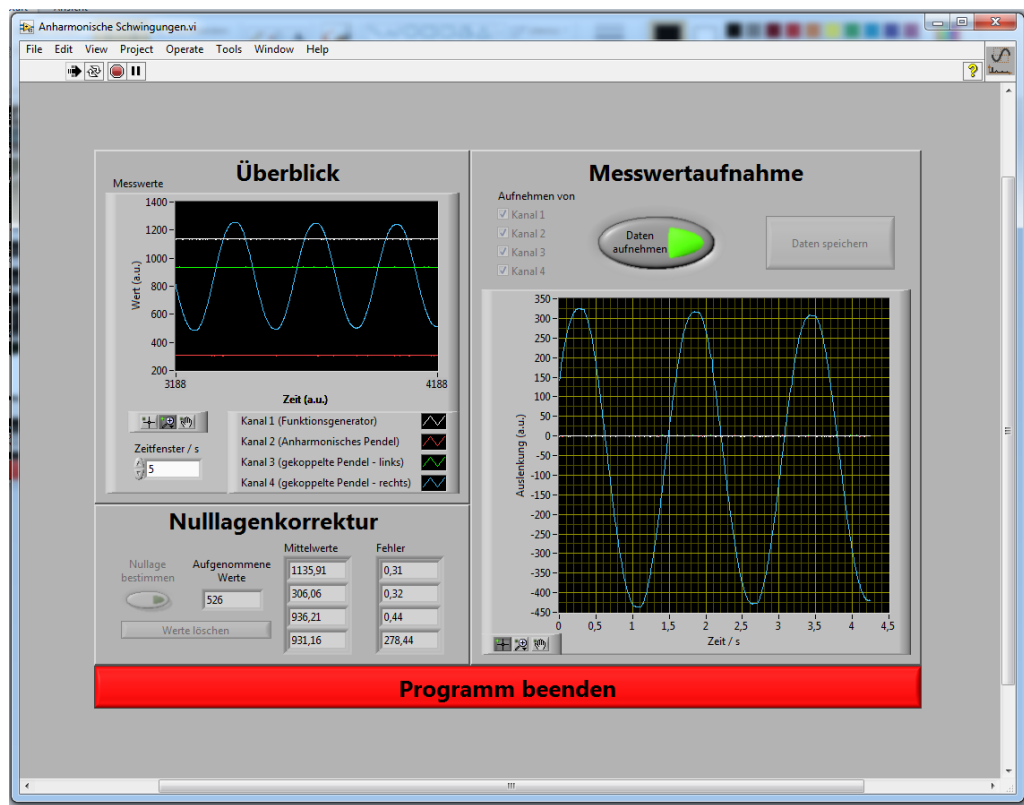


Abb. 4: Programmoberfläche von **Anharmonische Schwingungen.vi**

Grundsätzlich ist sie bei diesem Versuch nicht notwendig, aber da hier in erster Linie die Dynamik und nicht die Statik des Pendels von Interesse ist, ist es sinnvoll, die Nulllagenkorrektur zu verwenden. Wurde die Nulllagenkorrektur ausgeführt, so werden während der Messwertaufnahme die Mittelwerte der zugehörigen Nulllage bei allen Kanälen subtrahiert, so dass die Schwingung um die Nulllage aufgezeichnet wird. *Was ändert sich im Spektrum, wenn die Nulllagenkorrektur nicht durchgeführt wird?*

Zur Nulllagenkorrektur: Wenn sich die zu untersuchende Pendel in ihrer Ruhelage befinden, wird mit einem Klick auf „Nulllage bestimmen“ die Mittelwertbildung eingeleitet und mit einem zweiten Klick wieder gestoppt, sobald sich ein stabiler Fehler einstellt (etwa 1000 aufgenommene Werte zur Mittelwertbildung reichen in der Regel aus). Mit einem Klick auf „Werte löschen“ wird allen Mittelwerten wieder der Wert 0 zugewiesen.

Im rechten Bereich der Programmoberfläche läuft die Messwertaufnahme ab. Nachdem der Knopf „Daten aufnehmen“ angeklickt wurde, beginnt die Messwertaufzeichnung. Die Messdaten werden zudem zur Übersicht während der Datenaufnahme in das rechte Diagramm eingezeichnet. Ein zweiter Klick auf „Daten aufnehmen“ stoppt den Messvorgang und öffnet einen Dialog zum Speichern der Daten.

Schallwellen analysieren.vi

Die Benutzeroberfläche des Programms zur Analyse von Schallwellen ist in Abbildung 5 zu sehen. In dem Diagramm unter **Aufnahme** ist der zeitliche Verlauf des Messsignals in Echtzeit dargestellt.

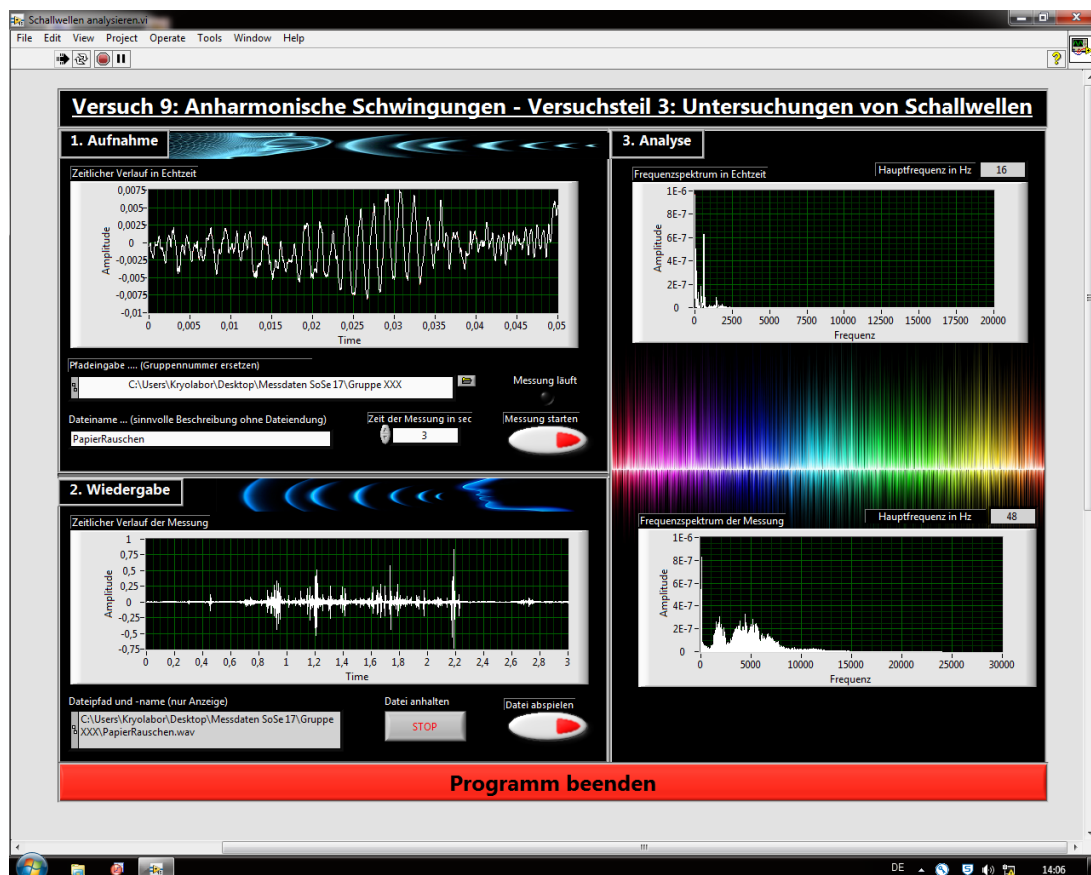


Abb. 5: Programmoberfläche von Schallwellen analysieren.vi

Durch Drücken des Knopfes „Messung starten“ wird das Messsignal für die eingestellte Messdauer aufgezeichnet. Während der Messung leuchtet die Kontrollleuchte „Messung läuft“ auf. Eventuell ist es notwendig, den Knopf „Messung starten“ etwas länger zu drücken, bevor die Messung beginnt. Die Messdaten werden unter dem eingestellten Dateinamen (ohne Dateierweiterung!) abgespeichert. Zunächst ist dafür der Pfad einzustellen, unter welchem die Messdaten gespeichert werden sollen. In der Regel genügt es, dazu die Gruppennummer anzupassen. Unter **Wiedergabe** können die aufgezeichneten Klänge abgespielt werden.

In den beiden Diagramme unter **Analyse** sind die Frequenzspektren der Echtzeitmessung (oben) sowie der Messung (unten) dargestellt. Mit Hilfe der Diagramm-Werkzeuge kann in bestimmte Bereiche des Diagramms hereingezoomt werden.



Bedienungsanleitung

UM-80 Konferenz-Mikrofon

Best.-Nr. 1269654

Bestimmungsgemäße Verwendung

Das Konferenz-Mikrofon dient zur Umwandlung von akustischen Signalen (Schallwellen) in elektrische Signale. Es eignet sich für Konferenzen, Podcast-Produktionen, Multimedia-Präsentationen und ähnliche Anwendungen.

Der USB-Anschluss darf nur an geeignete USB-Anschlüsse von Computern angeschlossen werden.

Eine andere Verwendung als zuvor beschrieben ist nicht zulässig und führt zur Beschädigung dieses Produktes. Darüber hinaus ist dies mit Gefahren, wie z.B. Kurzschluss, Brand etc. verbunden.

Lesen Sie die Bedienungsanleitung genau durch und bewahren Sie diese für spätere Nachschlagen auf. Reichen Sie das Produkt nur zusammen mit der Bedienungsanleitung an dritte Personen weiter.

Das gesamte Produkt darf nicht geändert bzw. umgebaut werden.

Die Sicherheitshinweise sind unbedingt zu befolgen.

Dieses Produkt erfüllt die gesetzlichen, nationalen und europäischen Anforderungen. Alle enthaltenen Firmennamen und Produktbezeichnungen sind Warenzeichen der jeweiligen Inhaber. Alle Rechte vorbehalten.

Lieferumfang

- Mikrofon
- Bedienungsanleitung

Sicherheitshinweise



Lesen Sie zuerst die komplette Bedienungsanleitung durch, sie enthält wichtige Informationen für den Betrieb.

Bei Schäden, die durch Nichtbeachten dieser Bedienungsanleitung verursacht werden, erlischt die Gewährleistung/Garantie! Für Folgeschäden übernehmen wir keine Haftung!

Bei Sach- oder Personenschäden, die durch unsachgemäße Handhabung oder Nichtbeachten der Sicherheitshinweise verursacht werden, übernehmen wir keine Haftung! In solchen Fällen erlischt die Gewährleistung/Garantie!

- Aus Sicherheitsgründen ist das eigenmächtige Umbauen und/oder Verändern des Mikrofons nicht gestattet.
- Beim Anschluss des Mikrofons sind die Sicherheitshinweise des Gerätes, an das es angeschlossen wird ebenfalls zu beachten.
- Setzen Sie das Produkt keinen hohen Temperaturen, starken Vibrationen, Tropf- oder Spritzwasser aus.
- Benutzen Sie das Produkt nur in gemäßigtem Klima, nicht in tropischem Klima.
- Dieses Produkt ist kein Spielzeug und gehört nicht in Kinderhände.
- Lassen Sie das Verpackungsmaterial nicht achtlos liegen, es könnte für Kinder zu einem gefährlichen Spielzeug werden.
- Gehen Sie vorsichtig mit dem Produkt um, durch Stöße, Schläge oder den Fall aus bereits geringer Höhe wird es beschädigt.
- Beachten Sie auch die weiteren Sicherheitshinweise in den einzelnen Kapiteln dieser Anleitung.
- In gewerblichen Einrichtungen sind die Unfallverhütungsvorschriften des Verbandes der gewerblichen Berufsgenossenschaften für elektrische Anlagen und Betriebsmittel zu beachten.
- Sollten Sie sich über den korrekten Anschluss nicht im Klaren sein oder sollten sich Fragen ergeben, die nicht im Laufe der Bedienungsanleitung abgeklärt werden, so setzen Sie sich bitte mit unserer technischen Auskunft oder einem anderen Fachmann in Verbindung.

Inbetriebnahme



Richten Sie das Mikrofon niemals auf den Schallaustritt von Lautsprechern, da es ansonsten zu Rückkopplungen kommen kann, die die Lautsprecher und den angeschlossenen Computer beschädigen können.

- Stellen Sie das Mikrofon auf eine ebene, saubere Fläche
- Positionieren Sie das Mikrofon möglichst mittig, wenn sie es mit mehreren Personen gleichzeitig nutzen wollen.
- Regeln Sie die Lautstärke des Computers herunter.
- Schließen Sie den USB-Stecker an einen freien USB-Port Ihres Computers an.
- Warten Sie, bis Ihr Betriebssystem die neue Hardware erkannt und installiert hat. Dies geschieht automatisch.
- Stellen Sie das Produkt wenn nötig über Ihren Computer als Audioquellgerät ein.
- Starten Sie bei Bedarf eine geeignete Software für Tonaufnahmen.
- Regeln Sie die Lautstärke über den Computer, an dem das Mikrofon angeschlossen ist.
- Trennen Sie das Produkt nach der Benutzung vom Computer.

Wartung und Reinigung

Das Konferenz-Mikrofon ist wartungsfrei.

Zur Reinigung verwenden Sie bitte nur ein weiches, trockenes oder leicht feuchtes Tuch.

Verwenden Sie auf keinen Fall aggressive Reinigungsmittel oder chemische Lösungen, da sonst die Oberfläche des Gehäuses beschädigt werden könnte.

Entsorgung



Elektronische Geräte sind Wertstoffe und dürfen nicht in den Hausmüll!

Entsorgen Sie das Produkt am Ende seiner Lebensdauer gemäß den geltenden gesetzlichen Bestimmungen.

Technische Daten

Systemvoraussetzungen.....	Windows® 98SE und später
Anschluss.....	USB
Betriebsspannung.....	5 V/DC (über USB)
Stromaufnahme.....	30 mA max.
Frequenzbereich.....	50-20000 Hz
Empfindlichkeit.....	-40 dB (0 dB = 1 V/Pa @ 1 kHz)
Richtcharakteristik.....	Kugel
Abmessungen.....	60 x 67 x 135 mm
Masse.....	85 g
Kabellänge.....	ca. 1,5 m
Betriebstemperaturbereich.....	-10 bis +55 °C
Betriebsluftfeuchtigkeit.....	0 - 65%
Lagertemperaturbereich.....	-20 bis +70 °C
Lagerluftfeuchtigkeit.....	0 - 95%



Dies ist eine Publikation der Conrad Electronic SE, Klaus-Conrad-Str. 1, D-92240 Hirschau (www.conrad.com).

Alle Rechte einschließlich Übersetzung vorbehalten. Reproduktionen jeder Art, z. B. Fotokopie, Mikroverfilmung, oder die Erfassung in elektronischen Datenverarbeitungsanlagen, bedürfen der schriftlichen Genehmigung des Herausgebers. Nachdruck, auch auszugsweise, verboten. Die Publikation entspricht dem technischen Stand bei Drucklegung.

© Copyright 2014 by Conrad Electronic SE.