

Temperaturmessung

Der Versuch soll mit verschiedenen Methoden der Temperaturmessung bekannt machen und auf die Fehler, die aufgrund von Wärmeleitung, Trägheit, Wärmekapazität und Eigenerwärmung auftreten, hinweisen.

Vorkenntnisse

Temperaturbegriff: Celsius-Skala, Kelvin-Skala – absoluter Nullpunkt – Definition der absoluten Temperatur

Begriff der Wärmemenge: Wärmekapazität – spezifische Wärme – Schmelzwärme (Latente Wärme)

Statistische Deutung der Temperatur und der Wärmemenge

Wärmetransport: Wärmeleitung – Konvektion – Wärmestrahlung

Temperaturabhängige Eigenschaften: Thermische Ausdehnung – Temperaturabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit – Beweglichkeit – Bändermodell – Ladungsträgerkonzentration – Seebeck – und Peltier-Effekt (Thermospannungen)

Physikalische Grundlagen

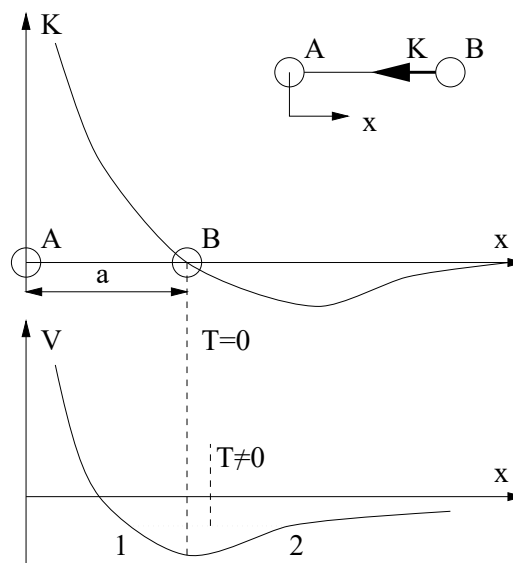
Thermometer

Bei einem Thermometer dient ein temperaturabhängiger physikalischer Effekt, der *eindeutig* mit der Temperatur zusammenhängt, zu deren Bestimmung. Da es eine stoffunabhängige Definition der Temperatur gibt (Wirkungsgrad von Wärmemaschinen), braucht man zur Definition einer Skala nur zwei Fixpunkte und eine Unterteilung zu vereinbaren. In diesem Versuch werden drei verschiedene Thermometerarten verwendet: das Ausdehnungsthermometer, das Widerstandsthermometer und das Thermoelement.

1. Ausdehnungsthermometer (z.B. Alkohol-Thermometer)

Die temperaturabhängige Größe ist hierbei das Volumen einer festen Menge von Alkohol im Vakuum. Das Volumen wird gemessen, indem die Länge eines Alkoholfadens in einer Kapillare, die mit dem Volumen in Verbindung steht, beobachtet wird. Die Änderung des Volumens eines festen oder flüssigen Körpers hat folgende Ursache: Aufgrund der Anziehungs- und Abstoßungskräfte zwischen den Atomen stellt sich ein Gleichgewichtsabstand ein. Trägt man die Kraft zwischen zwei Atomen über ihrem Abstand x voneinander auf, so ergibt sich qualitativ der in der Abbildung dargestellte Verlauf.

Würden die Atome als Folge der thermischen Bewegung nicht schwingen, so wäre ihr Gleichgewichtsabstand a . Unter Benutzung der bekannten Beziehung $K = -dV/dx$, wobei V die potentielle Energie des Atoms A im Kraftfeld von B ist, ergibt sich das darunter gezeichnete Bild. Je nach Temperatur vergrößert sich die Schwingungsamplitude des Atoms B (das Atom B "rollt in der Potentialmulde zwischen 1 und 2). Da die Potentialkurve asymmetrisch ist, nimmt das Atom B im zeitlichen Mittel bei seinen Schwingungen zwischen den Punkten 1 und 2 einen größeren mittleren Abstand von A ein. Dies ist der Grund für die Wärmeausdehnung fester Körper und Flüssigkeiten.



2. Widerstandsthermometer

Der Widerstand eines Festkörpers hängt von der Konzentration und der Beweglichkeit der Ladungsträger ab. In Metallen ist die Konzentration der Elektronen praktisch temperaturunabhängig, wobei die Beweglichkeit von der Temperatur abhängt. Es ergeben sich bei Raumtemperatur positive Temperaturkoeffizienten $\Delta R/(R \cdot \Delta T)$ in der Größenordnung $< 1 \frac{\%}{^\circ\text{C}}$ (R : Widerstand). Bei Halbleitern ändert sich dagegen sowohl die Konzentration als auch die Beweglichkeit der Ladungsträger mit der Temperatur. Bei Temperaturen um die Raumtemperatur zeigen sich negative Temperaturkoeffizienten von $\Delta R/(R \cdot \Delta T) \approx -(3 - 6) \frac{\%}{^\circ\text{C}}$.

Im stationären Zustand bewegt sich eine elektrische Ladung in einem Leiter im Mittel mit einer konstanten Geschwindigkeit. Diese ist die Folge des Gleichgewichtes (Newton'sches Axiom) zwischen den die elektrischen Ladungen beschleunigenden Kräften als Folge des elektrischen Feldes und der bremsenden Reibungskräfte. Für die mittlere Geschwindigkeit der Ladungsträger, die sog. Driftgeschwindigkeit gilt die Beziehung

$$v_{\text{Drift}} = \mu \cdot E, \quad (1)$$

wobei E die elektrische Feldstärke ist und μ die temperaturabhängige *Beweglichkeit* der Ladungsträger. Die Stromdichte j in einem Leiter lässt sich schreiben als

$$\begin{aligned} j &= \sigma \cdot E \\ &= n \cdot e \cdot v_{\text{Drift}} \\ &= n \cdot e \cdot \mu \cdot E \quad \Rightarrow \quad \sigma = n \cdot e \cdot \mu \end{aligned}$$

Hier ist σ die spezifische Leitfähigkeit, n die Ladungsträgerkonzentration und e die Elementarladung. Mit dieser Beziehung lässt sich die Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit (bzw. des spezifischen Widerstandes $1/\sigma$) von Metallen und Halbleitern verstehen.

3. Thermoelement

Zwei Drähte aus verschiedenen Metallen sind miteinander verlötet. Die Temperatur der einen Lötstelle sei T_0 (Eisbad, d.h. 0°C), die der anderen sei T (Messstelle). Dann bildet sich eine Spannung U aus, die sich empirisch in guter Näherung durch

$$U = \sigma \cdot (T - T_0) + \beta \cdot (T - T_0)^2 \quad (2)$$

beschreiben lässt. Die Konstante σ heißt Seebeck-Koeffizient und hängt vom Material der *beiden* Drähte ab. Für nicht zu große Temperaturdifferenzen kann der quadratische Term vernachlässigt werden.

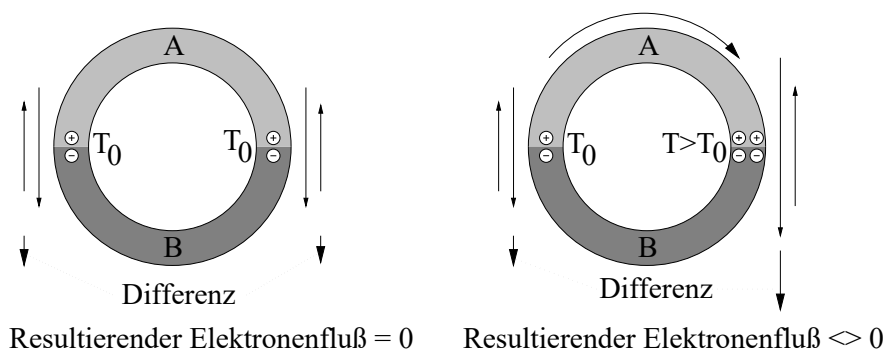


Abb. 1: Thermoelement

Für das Auftreten von Thermospannungen gibt es mehrere Ursachen. Die wohl Wichtigste wird im Folgenden anschaulich und vereinfacht dargestellt (siehe Abbildung 1): Werden die Enden zweier Halbringe aus unterschiedlichen Metallen A und B miteinander in sehr engen Kontakt gebracht, so gehen an den Kontaktstellen Elektronen von einem zum anderen Metall über. Die Übergangsraten $A \rightarrow B$ und $B \rightarrow A$ sind wegen unterschiedlicher Materialeigenschaften nicht gleich. Deshalb gibt es an beiden Kontakten resultierend elektrische Felder, d.h. Kontaktspannungen.

Sind beide Kontakte auf derselben Temperatur T , so sind auch diese beiden Felder gleich, aber entgegengesetzt gerichtet. Ein Maschenumlauf über die Spannungen ergibt also Null. Ist nun aber eine Kontaktstelle auf der Temperatur $T > T_0$, so sind die beiden elektrischen Felder nicht mehr gleich, d.h. ein Maschenumlauf ist nun ungleich Null. Diese *Thermospannung* kann mit einem empfindlichen Messgerät bestimmt werden. Die folgende Tabelle gibt einen Überblick über einige gebräuchliche Thermoelemente:

Thermoelement	T_{\max} ($^\circ\text{C}$)
Kupfer/Konstantan	ca. 400
Eisen/Konstantan	ca. 700
Nickel-Chrom/Nickel	ca. 1200
Platinrhodium/Platin	ca. 1700
Wolfram/Molybdän	ca. 2400

Vor- und Nachteile der drei Thermometerarten:

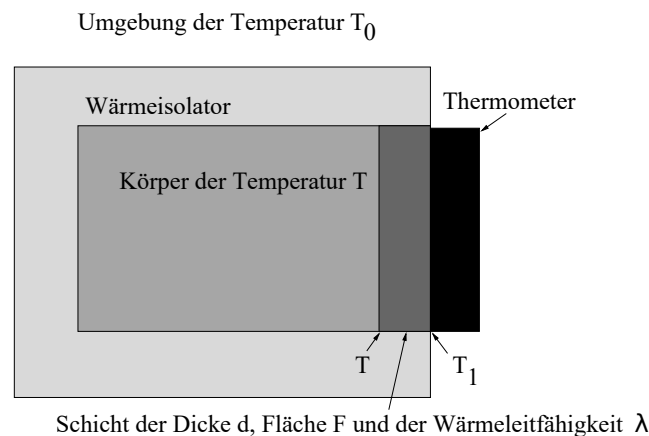
Die folgende Tabelle gibt einen Überblick über die Vor- und Nachteile der oben besprochenen Thermometerarten:

Art	Vorteile	Nachteile
Ausdehnungsthermometer	Einfachheit	große Wärmekapazität, große Anzeigetragheit, schwierige Montage an Festkörperoberflächen
Widerstandsthermometer	Kleinheit, geringe Wärmekapazität, sehr schnell, Fernmessung möglich → EDV	Eigenerwärmung bei der Messung des Widerstandes
Thermoelement	Kleinheit, geringe Wärmekapazität, sehr schnell Fernmessung möglich → EDV großer Temperaturbereich, Spannungsangabe ohne Zufuhr von Energie	geringe Ausgangsspannung

Experiment

Modell zur Temperaturmessung

Zur Verdeutlichung der Verhältnisse bei der Temperaturmessung dient ein Modell:



Der Körper, dessen Temperatur T bestimmt werden soll, sei über eine Schicht der Dicke d und Wärmeleitfähigkeit λ mit dem Thermometer verbunden. Die Umgebung habe die von T und T_1 abweichende Temperatur T_0 . Der Körper steht also über die Schicht mit der Umgebung und dem Thermometer in Verbindung. Vor der Messung seien das Thermometer und der Körper voneinander getrennt, sodass das Thermometer die Umgebungstemperatur T_0 habe und der Körper die Temperatur T . An der Kontaktstelle zwischen Thermometer und Schicht herrsche die Temperatur T_1 .

Einfluss der Wärmekapazität

Im Idealfall einer unendlich großen Wärmeleitfähigkeit λ der Grenzschicht und der Annahme, dass die Umgebung keine Wärme aufnimmt, verteilt sich die Wärme beim Zusammenbringen von Thermometer und Körper sofort auf beide Körper. Es entsteht ein Messfehler, der durch die Wärmekapazität des Thermometers verursacht wird. Der Gegenstand mit der höheren Ausgangstemperatur (dies sei z.B. der Körper) wird Wärme an den mit der niedrigeren abgeben. Für die ausgetauschte Wärmemenge muss aber der Energieerhaltungssatz gelten, d.h.

$$\delta Q_{\text{abgegeben}} = \delta Q_{\text{aufgenommen}} \quad (3)$$

Mit $\Delta Q = C \cdot \Delta T$ folgt:

$$\begin{aligned} \Delta Q_{\text{Körper}} &= \Delta Q_{\text{Thermometer}} \\ \Rightarrow C_{\text{Körper}} \cdot (T - T') &= C_{\text{Thermometer}} \cdot (T' - T_0), \end{aligned}$$

wobei T' die Endtemperatur nach dem Wärmeaustausch ist: $T_0 < T' < T$. Auflösen nach T' ergibt:

$$T' = \frac{C_{\text{Körper}} \cdot T + C_{\text{Thermometer}} \cdot T_0}{C_{\text{Körper}} + C_{\text{Thermometer}}} = \frac{T + \frac{C_{\text{Thermometer}}}{C_{\text{Körper}}} \cdot T_0}{1 + \frac{C_{\text{Thermometer}}}{C_{\text{Körper}}}} \quad (4)$$

Für $C_{\text{Thermometer}} \ll C_{\text{Körper}}$ folgt also $T' \approx T$. Daraus folgt die Bedingung für eine korrekte Messung: Das Thermometer muss eine im Vergleich zum Körper, dessen Temperatur gemessen werden soll, vernachlässigbare Wärmekapazität haben.

Fehler durch Wärmeleitung

Der Körper werde auf der konstanten Temperatur T gehalten. Nach genügend langer Zeit stellt sich dann ein Gleichgewicht zwischen Körper, Thermometer und Umgebung ein, d.h. die Wärmeleistung \dot{Q} , die der Körper abgibt, ist gleich der Wärmeleistung \dot{q} , die die Umgebung über die Oberfläche und das Thermometer aufnimmt.

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= \frac{A \cdot \lambda}{d} \cdot (T - T_1) && \text{Wärmeleitungsgleichung für den stationären Zustand} \\ &= \dot{q} = K_0 \cdot (T_1 - T_0) && \text{Newtonsches Abkühlungsgesetz} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\Rightarrow (T - T_1) = (T_1 - T_0) \cdot \frac{d}{A \cdot \lambda} \cdot K_0 \quad (6)$$

Je größer die Wärmeleitfähigkeit λ und die Fläche A sind und je kleiner die Dicke d der Schicht zwischen Thermometer und Körper ist, desto kleiner ist die Temperaturdifferenz zwischen der vom Thermometer angezeigten Temperatur T_1 und der Körpertemperatur T . Die Konstante K_0 , die den Wärmeübergang von der Fläche mit dem Thermometer auf die Umgebung charakterisiert, soll möglichst klein sein.

Trägheit der Anzeige

Es wird Wärme an die Umgebung abgegeben, sei es durch Wärmeleitung, etwa durch die Drähte des Thermoelementes, oder durch Konvektion. Der Körper und das Thermometer erwärmen die Luft an ihren Oberflächen. Die erwärmte Luft steigt nach oben. Die Wärmeleistung \dot{Q} , die von einem Körper an die Umgebung abgegeben wird, ist in erster Näherung proportional zur

Temperaturdifferenz $T - T_0$ zwischen Körper- und Umgebungstemperatur. Das Newtonsche Abkühlungsgesetz lautet (t : Zeit):

$$-\dot{Q} = -\frac{dQ}{dt} = K(T - T_0) \quad (7)$$

Die Wärmeabgabe dQ hat eine Temperaturerniedrigung

$$dT = dQ/C \quad C : \text{Wärmekapazität} \quad (8)$$

zur Folge. Daraus folgt

$$-\frac{dT}{dt} = (T - T_0) \cdot \frac{K}{C}. \quad (9)$$

Durch Integration dieser Gleichung folgt für die Temperatur des Körpers (T_A sei $T(t = 0)$)

$$T = T_0 + (T_A - T_0) \cdot e^{-\frac{K}{C}t} \quad (10)$$

Die Zeitkonstante $\tau = C/K$ bestimmt die Geschwindigkeit, mit der sich die Temperatur ändert. Für die Zeit $t = 5\tau$ ist die Abweichung von der Temperatur T_0 noch

$$T - T_0 = (T_A - T_0) \cdot e^{-5} \approx (T_A - T_0)/148 \quad (11)$$

$$\Rightarrow (T - T_0)/(T_A - T_0) \approx 0,67\% \quad (12)$$

Erwärmung des Widerstandsthermometers durch den Messstrom

Der Widerstand des Widerstandsthermometers wird mit Hilfe einer Wheatstoneschen Brücke oder eines Widerstandsmessgerätes (Digitalmultimeter) gemessen. Es fließt dabei ein Strom I durch das Thermometer mit dem Widerstand $R(T)$. Im Thermometer wird also die elektrische Leistung $P = R \cdot I^2$ in Wärmeleistung umgewandelt, die zu einer Erhöhung der Temperatur des Widerstandsthermometers führt. Der Widerstand des Thermometers bei fließendem Strom I unterscheidet sich also von dem Widerstand, der durch die Temperatur des Körpers bestimmt wird ($I = 0$). Die Verlustleistung $P = R \cdot I^2$ muss durch Wahl von R und I möglichst klein gehalten werden. Außerdem sollte die Widerstandsmessung nur kurzzeitig erfolgen.

Versuchsaufgaben

1. Kalibrierung der Thermometer

Für die Messungen steht ein Behälter zur Verfügung, dessen Innenraum unterteilt ist. An der Zwischenwand befindet sich ein Messingblock zum Anbringen der drei Thermometer. Stecken Sie das Alkoholthermometer in die vorgesehene Bohrung. (*Vorsicht:* Dabei nicht versehentlich oben anstoßen, da es sehr leicht abbricht.) Schrauben Sie dann das Thermoelement an. Das Widerstandsthermometer ist fest installiert.

Füllen Sie den gesamten Behälter mit Leitungswasser. Lesen Sie zunächst die Werte aller drei Thermometer ab und notieren Sie diese als ersten Messpunkt. Bringen Sie dann Wasser mit Hilfe des Wasserkochers auf ca. 95 °C. *Der Minimalfüllstand des Wasserkochers ist dabei nicht zu unterschreiten!* Leeren Sie den Behälter und befüllen Sie diesen nun mit dem erhitzten Wasser. Die Temperatur des kleinen Bades soll möglichst nicht von der des großen abweichen. Messen Sie beim Abkühlen des Wassers die Spannung des Thermoelementes und den Widerstand des Widerstandsthermometers bei verschiedenen vom Alkoholthermometer angezeigten Temperaturen. Die Temperatur der Verbindungsstellen des Thermoelementes mit dem Spannungsmessgerät wird mit Hilfe einer Eisschmelze auf 0 °C gehalten. Das dafür benötigte Eis befindet sich im Eisschrank im Raum von „Versuch 10 – Strömungsmechanik“. Füllen Sie die Eiswürfelbehälter nach Entnahme der Eiswürfel wieder mit Wasser auf!

Tragen Sie die Spannung des Thermoelementes linear über der Temperatur und die Widerstandswerte halblogarithmisch über der inversen Temperatur auf (*Warum?*). Diskutieren Sie die Verläufe.

2. Wärmekapazität eines Alkoholthermometers

Ein kleines Gefäß geringer Wärmekapazität (z.B. ein kleiner Plastikbecher) wird mit wenigen cm³ Leitungswasser gefüllt. Die Temperatur des Wassers wird mit einem Thermoelement gemessen. Erhitzen Sie ein Alkoholthermometer im Flüssigkeitsbad auf ca. 95 °C und tauchen Sie es anschließend in das kleine Gefäß. Die Temperaturänderung des Wassers wird vom Thermoelement angezeigt. Dabei leicht rühren!

Führen Sie den Versuch fünf Mal durch, damit Sie eine sinnvolle Fehlerbetrachtung machen können. Der Wert der Temperaturänderung ist mit Hilfe der Kalibrierungskurve aus Versuchsteil 1 zu ermitteln. Wie groß ist die Wärmekapazität des Alkoholthermometers? *Diskussion! Fehlerrechnung!*

3. Temperaturmessung an der Oberfläche eines Flüssigkeitsbehälters

Befestigen Sie die drei Thermometer an den vorgesehenen Stellen des Behälters (Thermoelement anschrauben, Alkoholthermometer in die Bohrung). Erhitzen Sie Wasser mit Hilfe des Wasserkochers auf ca. 95 °C und befüllen Sie damit nur das kleine Becken des Behälters.

Tragen Sie die von Thermoelement und Widerstandsthermometer angezeigten Temperaturen beim Abkühlen des Behälters über der am Alkoholthermometer abgelesenen Temperatur auf. Die Temperaturänderung für Thermoelement und Widerstandsthermometer ist mit Hilfe der Kalibrierungskurve aus Versuchsteil 1 zu ermitteln. Diskutieren Sie die Kurvenverläufe.

4. Trägheit der Anzeige

Erhitzen Sie ein Alkoholthermometer auf ca. 95 °C. Ein eventuell hängenbleibender Wassertropfen ist sofort abzuwischen. Die angezeigte Temperatur wird beim Abkühlen des Thermometers

in Luft bei verschiedenen Zeiten gemessen. Tragen Sie die Temperaturdifferenz $T - T_0$ halb-logarithmisch über der Zeit auf und ermitteln Sie aus der Kurve die Zeitkonstante $\tau = C/K$. Der Versuch ist dreimal durchzuführen. *Diskussion! Fehlerrechnung!*

5. Bestimmung der Schmelzwärme von Wasser

Erhitzen Sie etwas Wasser mit dem Wasserkocher, bis es zu dampfen beginnt. Wiegen Sie das kleine Holz-Dewargefäß. Füllen Sie ca. 100 ml warmes Wasser in das Dewargefäß und wiegen Sie es erneut. Bestimmen Sie die Temperatur des Wassers im Dewargefäß über das Thermoelement. Schließen Sie den Deckel des Gefäßes, bis die Anzeige einigermaßen konstant ist! Nehmen Sie nun einen Eiswürfel aus der Referenzschmelze des Thermoelementes ($T \approx 0^\circ\text{C}$) und geben Sie ihn in das Dewargefäß. Die Öffnungszeit des Deckels sollte dabei so kurz wie möglich sein. Bestimmen Sie die Temperatur erneut, wenn der Eiswürfel *vollständig* geschmolzen ist. Wiegen Sie das Dewar erneut. Bestimmen Sie aus Ihren Messwerten die Schmelzwärme von Wasser und vergleichen Sie diese mit dem Literaturwert. Diskutieren Sie Ihre Ergebnisse.

Molmasse H_2O	=	18 g/mol
Spezifische Wärme H_2O	=	4,22 kJ/kg · K
Schmelzwärme H_2O	=	6,013 kJ/mol

Zusätzliche Bemerkungen

Diskutieren Sie im Protokoll die folgenden Punkte:

- Geben Sie andere Methoden der Temperaturmessung an.
- Wie ist die Lufttemperatur bei sonnigen Wetter zu messen?
- Welcher zusätzliche Fehler entsteht hier bei nicht sachgemäßer Messung?
- Wie lässt sich die Temperatur von sich bewegenden Gegenständen feststellen? Was ist dabei zu berücksichtigen?