

**22. Ein paar Differentialgleichungen... (12 Punkte)**

Charakterisieren Sie den Typ folgender Differentialgleichungen und geben Sie jeweils die Lösung nach der vorgegebenen Methode an:

- (a) Trennung der Veränderlichen:

$$y' = y^2 x^3$$

- (b) Charakteristische Gleichung:

$$y'' + 4y' + 5y = 0$$

- (c) Variation der Konstanten:

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$$

- (d) Laplace-Transformation:

$$y' + y = \sin(x), \quad y(0) = 1$$

- (e) Laplace-Transformation:

$$\begin{aligned} y' + y - x &= 0 \\ x' - y + x &= 2 \end{aligned}$$

mit Anfangsbedingungen  $y(0) = 1$  und  $x(0) = 2$ .

**23. Hochpass-Filter (8 Punkte)**

In der nachfolgenden Abbildung ist der typische Aufbau eines Hochpass-Filters skizziert.

- Bestimmen Sie die Differentialgleichung der Ausgangsspannung  $U_A(t)$  für eine angelegte Eingangsspannung  $U_E(t)$  ohne Belastung von  $U_A(t)$ .
- Lösen Sie die DGL für den Fall, dass die Eingangsspannung  $U_E(t)$  zur Zeit  $t = 0$  sprunghaft eingeschaltet wird.
- Lösen Sie die DGL mit Randbedingungen aus (b) anschliessend mithilfe Laplace-Transformation, d.h. wenden Sie die Laplace-Transformation auf die DGL an, lösen Sie die erhaltene Gleichung nach  $\mathcal{L}(U_A(t))$  auf und bestimmen Sie die Lösung durch Laplace-Rücktransformation  $\mathcal{L}^{-1}(U_A(s))$ .

