

22. Ein paar Differentialgleichungen... (12 Punkte)

Charakterisieren Sie den Typ folgender Differentialgleichungen und geben Sie jeweils die Lösung nach der vorgegebenen Methode an:

- (a) Trennung der Veränderlichen:

$$y' = y^2 x^3$$

- (b) Charakteristische Gleichung:

$$y'' + 4y' + 5y = 0$$

- (c) Variation der Konstanten:

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$$

- (d) Laplace-Transformation:

$$y' + y = \sin(x), \quad y(0) = 1$$

- (e) Laplace-Transformation:

$$\begin{aligned} y' + y - x &= 0 \\ x' - y + x &= 2 \end{aligned}$$

mit Anfangsbedingungen $y(0) = 1$ und $x(0) = 2$.

23. Hochpass-Filter (8 Punkte)

In der nachfolgenden Abbildung ist der typische Aufbau eines Hochpass-Filters skizziert.

- (a) Bestimmen Sie die Differentialgleichung der Ausgangsspannung $U_A(t)$ für eine angelegte Eingangsspannung $U_E(t)$ ohne Belastung von $U_A(t)$.
- (b) Lösen Sie die DGL für den Fall, dass die Eingangsspannung $U_E(t)$ zur Zeit $t = 0$ sprunghaft eingeschaltet wird.
- (c) Lösen Sie die DGL mit Randbedingungen aus (b) anschliessend mithilfe Laplace-Transformation, d.h. wenden Sie die Laplace-Transformation auf die DGL an, lösen Sie die erhaltene Gleichung nach $\mathcal{L}(U_A(t))$ auf und bestimmen Sie die Lösung durch Laplace-Rücktransformation $\mathcal{L}^{-1}(U_A(s))$.

