INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dipl.-Phys. S. Grossjohann

Rechenmethoden II — SoSe 2006

3. Übungsblatt — Abgabe: **09.05.06 (G2) / 10.05.06 (G1) bis 14:55h, HA-Kiste bei A306**

6. **Potenzreihen (5 Punkte)**
   Entwickeln Sie nachfolgende Funktionen in Potenzreihen um z_0 und geben Sie den dazugehörigen Konvergenzradius an.

   (a) $f(z) = \frac{1}{(z-1)}, \quad z_0 = \frac{1}{2}$

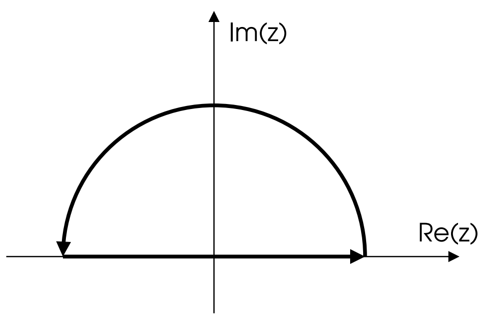
   (b) $f(z) = \frac{z}{(1-z)^2}, \quad z_0 = 0$ Tip: a) scharf anschauen!

   (c) $f(z) = \arctan(z), \quad z_0 = 0$ Tip: $\frac{d\arctan(z)}{dz} = ?$

7. **Ein Integral (5 Punkte)**
   Berechnen Sie den Wert des Integrals
   $$\oint_C \frac{sin(z)}{2z-\pi} dz$$
   wobei C eine Kurve um den Ursprung mit (a) $|z| = 1$ und (b) $|z| = 2$ ist.

8. **Cauchyscher Integralsatz (5 Punkte)**
   Prüfen Sie den Cauchyschen Integralsatz, indem Sie explizit
   $$\oint (z^4 + z + 1) dz$$
   entlang des Kreises mit $|z-1| = 1$ und entlang des quadratischen Weges mit den Eckpunkten $0, 1, 1+i, i$ berechnen.

9. **Cauchysche Integralformel (5 Punkte)**
   Man kann die Cauchysche Integralformel verwenden, um bestimmte Integrale zu berechnen. Als Beispiel soll dieses Verfahren auf
   $$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{x^4+1} dx$$
   angewandt werden. Dazu berechne man das entsprechende Integral im Komplexen mittels der Cauchyschen Integralformel[1] längs des skizzerten Weges für große R. Man zeige, daß im Fall $R \to \infty$ der Beitrag des Halbkreises verschwindet, und man somit obiges Integral bestimmt hat.



[1] Der Residuensatz, da Ihnen unbekannt, darf zur Lösung übrigens nicht verwendet werden!