

1. Pauli-Paramagnetismus

In einem äußeren Magnetfeld sind die Einteilchenenergien eines nicht wechselwirkenden Fermigases¹ $\epsilon_\sigma(p)$ für die beiden Spinrichtungen $\sigma = \pm 1$ (parallel oder antiparallel zum Magnetfeld) unterschiedlich:

$$\epsilon_\sigma(p) = \frac{p^2}{2m} - \sigma\mu_B B.$$

(μ_B ist das Bohrsche Magneton.) Für beide Spineinstellungen ergeben sich damit unterschiedliche Besetzungszahlen $\langle n_\sigma(p) \rangle$ bei gleichem chemischen Potential μ . Magnetisierung und Suszeptibilität sind definiert durch

$$M = \mu_B (\langle N_+ \rangle - \langle N_- \rangle) \quad \text{mit} \quad N_\sigma = \sum_p n_\sigma(p)$$

und

$$\chi = \chi(B, T) = \left(\frac{\partial M}{\partial B} \right)_{T, N}.$$

- Zeigen Sie $\chi(T, 0) = N\mu_B^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\epsilon \Omega'(\epsilon) n(\epsilon)$, wobei $\Omega(\epsilon)$ die Zustandsdichte und $n(\epsilon)$ die Fermiverteilung zum chemischen Potential $\mu(T)$ ist.
- Zeigen Sie mit Hilfe der Sommerfeldentwicklung $\mu(T) = \epsilon_F - \frac{\pi^2 (k_B T)^2}{12\epsilon_F^2}$ für ein Elektronengas mit $\epsilon = \frac{p^2}{2m}$ und Fermienergie ϵ_F .
- Entwickeln Sie mit der Sommerfeld'schen Methode $\chi(T, 0)$ bis zur Ordnung T^2 . Die Gesamtteilchenzahl ist natürlich vorgegeben, so dass die in (b) berechnete Temperatur zu berücksichtigen ist.

2. Emission von Elektronen

Betrachten Sie quasifreie Elektronen in einem Metall, umgeben von Vakuum mit einem Außenraumpotential V_0 . Bei $T=0$ befinden sich alle Elektronen innerhalb des Metalls aufgrund einer geringeren potentiellen Energie, bringen Sie jedoch die Austrittsarbeit W_A auf, so können Sie das Metall verlassen.

- Geben Sie Zustandsdichte und mittlere Besetzungszahlen der Elektronen im Außenraum und im Metall an.
- Bestimmen Sie die mittlere Elektronendichte außerhalb des Metalls bei der Temperatur T . Temperaturen für endliche Dichten sind im allgemeinen relativ hoch bei Austrittsarbeiten in der Größenordnung von eV - vielleicht hilft Ihnen dieser Hinweis, die Fermi-Verteilung zu vereinfachen.

¹Die in der Vorlesung behandelten Ableitungen der Einteilchenenergien sind hier wegen fehlender Wechselwirkung Null.