INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dr. R. Darradi

Fortgechrittene Methoden der Theoretischen Physik — WS 2009/2010

11. Übungsblatt — Abgabe: **Donnerstag, den 28.01.2009, Hausaufgabenkiste bei A316**

1. Betrachten Sie die r-abhängigen Operatoren

$$\begin{aligned} \text{Dichte} \quad & \hat{n}(\vec{r}) = \sum_l \delta(\vec{r} - \hat{\vec{R}}_l) \\ \text{Impulsdichte} \quad & \hat{\vec{p}}(\vec{r}) = \sum_l \delta(\vec{r} - \hat{\vec{R}}_l)\hat{\vec{p}}_l \\ \text{Spindichte} \quad & \hat{\mathbf{S}}(\vec{r}) = \sum_l \delta(\vec{r} - \hat{\vec{R}}_l)\hat{\mathbf{S}}_l \end{aligned}$$

eines N-Teilchen-Systems, mit $l = 0, \cdots N$, wobei $'\wedge'$ sich auf die Operatoren bezieht und r eine reale Raumkoordinate ist.

(a) Benutzen Sie, dass unter der Inversion $P\hat{R}_l P^{-1} = -\hat{R}_l$, $P\hat{p}_l P^{-1} = -\hat{p}_l$, und $P\hat{\mathbf{S}}_l P^{-1} = \hat{\mathbf{S}}_l$ um zu zeigen, dass

$$PA(\vec{r})P^{-1} = \epsilon_A^p A(-\vec{r}) \ ,$$

für $A(\vec{r}) = \hat{n}(\vec{r})$, $\hat{\vec{p}}(\vec{r})$ und $\hat{\mathbf{S}}(\vec{r})$, mit $\epsilon_n^p = -1$, $\epsilon_p^p = -1$, und $\epsilon_s^p = 1$.

(b) Nehmen Sie an, dass ein statistischer Operator ρ unter der Inversion invariant ist $[\rho, H] = 0$. Benutzen Sie die Ortsraumabhängige Spektralfunktion $\chi_{\mu\nu}(\vec{r}, t, \vec{r'}, t') \equiv i\Theta(t - t')\langle[A_\mu^+(\vec{r}, t), A_\nu(\vec{r'}, t')]\rangle$. Zeigen Sie, dass für diesen Fall gilt

$$\chi_{\mu\nu}(r, t; r', t') = \varepsilon_\mu^p \varepsilon_\nu^p \chi_{\mu\nu}(-r, t; -r', t') \ .$$

Zeigen Sie, dass daraus folgt, dass für einen translations invarianten und zeitunabhängigen Hamiltonoperator.(d.h. $\chi_{\mu\nu}(\vec{r}, t, \vec{r'}, t') = \chi_{\mu\nu}(\vec{r} - \vec{r'}, t - t')$) für Fouriertransformation $\chi_{\mu\nu}(\vec{p}, \omega)$ gilt:

$$\chi_{\mu\nu}(\vec{p}, \omega) = \epsilon_\mu^p \epsilon_\nu^p \chi_{\mu\nu}(\vec{-p}, \omega) \ . \tag{1}$$

(c) Benutzen Sie Gleichung

$$\chi_{\mu\nu}^R(\vec{p}, \omega = 0) \equiv \chi_{\mu\nu}^{iso}(\vec{p})$$

und Gleichung (1) um die isoliert Suszeptibilität abzuleiten. Was ist die physikalische Bedeutung davon?

(d) Gegeben seien zwei Operatoren mit $A_\mu^+ = A_\mu$ und $A_\nu^+ = A_\nu$. Zeigen Sie dass $\langle A_\mu | A_\nu \rangle = \langle A_\nu | A_\mu \rangle$ und damit, dass das Mori-Produkt für diese Fall real ist.