INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dr. R. Darradi

Mechanik — SoSe 2010

9. Übungsblatt — Abgabe: **Montag, den 21.06.2010 um 15:00h, Hausaufgabenkiste bei A316**

1. **Phasenraum**

   (a) (1D harmonischer Oszillator) Geben Sie für (siehe Blatt 1 Aufgabe 3)

      i. den ungedämpften harmonischen Oszillator,

      ii. den gedämpften harmonischen Oszillator ($\gamma < \omega_0$),

      iii. und den mit $f(t) = f_0 \sin(\omega t)$ angetriebenen, gedämpften harmonischen Oszillator ($\gamma < \omega_0$) jeweils $x(t)$ und den zugehörigen Impuls $p(t) = m\dot{x}$ unter den Anfangsbedingungen $x(t=0) = x_0$, $p(t=0) = 0$ an. Plotten Sie für alle drei Fälle $p(t)$ versus $x(t)$ für $\gamma = \omega_0/2$, $\omega = 3\omega_0$, (hierzu können Sie geeignete Plotprogramme verwenden; setzen Sie zum Plotten $x_0 = 1$, $f_0 = 1$, $m = 2,$, $\omega_0 = 1$).
      Welches sind für (i) die Linien konstanter Gesamtenergie im Phasenraum (q, p)?

   (b) Ermitteln Sie für den freien Fall die Kurven konstanter Energie im Phasenraum und fertigen Sie eine Skizze an.

2. **Kanonische Transformation**

   (a) Eine Transformation ist genau dann kanonisch, wenn die Poissonklammern $[Q,P]_{q,p} = 1$, $[Q,Q]_{q,p} = 0$, $[P,P]_{q,p} = 0$ erfüllt sind. Für welche reellen Parameter α, β ist die Transformation $Q = q^\alpha \cos(\beta p)$ und $P = q^\alpha \sin(\beta p)$ kanonisch?

   (b) Gegeben ist die erzeugende Funktion

$$F_2(q,P) = 2\sqrt{\frac{P^2}{4} - e^q} - P \,\mathrm{arcosh}\Big(\frac{P}{2} e^{-\frac{q}{2}}\Big)$$

   Bestimmen Sie die kanonische Transformation, die durch F_2 definiert ist. Transformieren Sie die Hamiltonfunktion

$$H = p^2 + e^q$$

   mit dieser Transformation. Lösen Sie die Hamiltonschen Bewegungsgleichungen in den transformierten Koordinaten. Geben Sie die Lösung auch in den Koordinaten $q(t)$, $p(t)$ an.

   (c) Bestimmen Sie die erzeugende Funktion $F_3(p,Q)$, die die gleiche kanonische Transformation erzeugt, wie $F_2(q,P) = q^2 e^P$.

   (d) Betrachten Sie die kanonische Transformation $Q = aq + bp$ mit $P = cq + dp$ mit $b \neq 0$ und $ad - bc = 1$. Bestimmen Sie die erzeugende Funktion $F_1(q,Q)$.