

1. Randwertproblem (8 Punkte)

Das Volumen

$$V = \{\vec{r} = (x, y, z) : 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, -\infty < z < +\infty\}$$

ist durch Metallplatten begrenzt. Die beiden Platten bei $x = 0$ und $x = a$ sind geerdet, die beiden anderen bei $y = 0$ und $y = b$ haben das Potential Φ_0 . Wegen der Translationssymmetrie in z -Richtung reduziert sich das Problem auf zwei Dimensionen, $\Phi(\vec{r}) = \Phi(x, y)$. Lösen Sie die Laplace-Gleichung im Inneren des Volumens V mit einem Separationsansatz und geben Sie die allgemeine Lösung an. Bestimmen Sie die Konstanten dieser Lösung so, dass die Randbedingungen erfüllt sind.

Hinweis: Zerlegen Sie die Lösung $\Phi(x, y)$ in

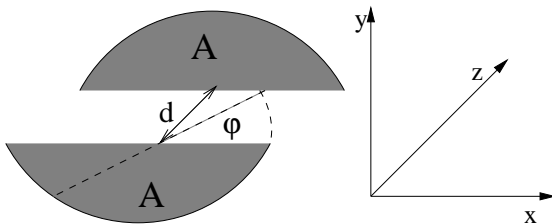
$$\Phi(x, y) = \Phi_1(x, y) + \Phi_2(x, y) = X_1(x) \cdot Y_1(y) + X_2(x) \cdot Y_2(y).$$

Wobei $\Phi_1(x, y)$ und $\Phi_2(x, y)$ jeweils die Randbedingungen $\Phi_{1,2}(x, y) = 0$ auf *drei* der vier begrenzenden Kanten erfüllen.

2. Kapazitäten (6 Punkte)

Wir betrachten zwei konzentrische metallische Kugel endlicher Dicke im Vakuum. Die inner Kugel habe die Radien $a_1 < a_2$, die äussere Kugel habe die Radien $b_1 < b_2$.

- Die innere Kugel wird mit der Ladung Q_1 geladen, die äussere mit der Ladung Q_2 . Was erhält man für die Ladungsdichten auf den 4 Oberflächen?
- Wie lautet die Kapazität C (Merke: $\Delta U \cdot C = Q$) des Systems für $Q_2 = Q_1$.

3. Drehkondensator (6 Punkte)

Betrachten Sie einen sehr einfachen Drehkondensator aus zwei halbkreisförmigen Leiterplatten (Flächeninhalt jeweils A), die im Abstand d parallel zueinander stehen. Eine Platte sei fest, die andere sei drehbar gelagert. Der Winkel φ beschreibe die Lage der beiden Platten zueinander. Für $\varphi = \pi$ stehen sie sich vollständig gegenüber. Eine Fläche trage die Ladung Q , während sich auf der anderen die Ladung $-Q$ befindet. Berechnen Sie die Kapazität der Anordnung in Abhängigkeit von φ . Gehen Sie dabei davon aus, dass die gesamte Ladung jeweils in den sich gegenüberstehenden Platten elementen lokalisiert ist, nehmen Sie an, dass das Feld homogen ist und vernachlässigen Sie Randeffekte.