Prof. Dr. W. Brenig
Dr. R. Darradi

Fortgechrittene Methoden der Theoretischen Physik WS 2009/2010

8. Übungsblatt Abgabe: **Donnerstag, den 10.12.2009, Hausaufgabenkiste bei A316**

1. Das schwere Wasserstoffisotop Deuterium (D) hat den Spin 1, d.h. es ist ein Boson. Geben Sie in Analogie zum H_2-Molekül die Entartung der Rorationszustände von D_2 als Funktion des Drehimpulses an.

2. Sei $\chi(\alpha, \beta)$ eine Zweiteilchen Spinwellenfunktion und P_σ ein Projektor mit $P_\sigma \chi(\alpha, \beta) = \chi(\alpha, \beta)$. Zeigen Sie, dass
$$P_\sigma = \frac{1}{2}(1 + \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2)$$
wobei $\vec{\sigma}$ die Pauli Matrizen sind.

3. Der eindimensionale anharmonische Oszillator ist gegeben durch den Hamiltonoperator
$$\mathbf{H} = -\frac{\hbar}{2m}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 + W(x) \ ,$$
worin $W(x)$ ein Polynom in x ist. Berechnen Sie für den speziellen Fall ($C \in \mathbb{R},\ D \in \mathbb{R}_+$)
$$W(x) = Cx^3 + Dx^4$$
die Energieverschiebung der Niveaus des harmonischen Oszillators in Störungstheorie 1. Ordnung. Bleibt das Spektrum unter Einfluß der Störung äquidistant?
Hinweis: Drücken Sie die Störung mit Hilfe der Auf- und Absteigeoperatoren $\mathbf{A}^\dagger$ und $\mathbf{A}$ aus. Beachten Sie, daß der Erwartungswert eines Produkts dieser Operatoren in einem reinen Zustand des ungestörten harmonischen Oszillators nur dann nicht verschwindet, wenn in dem Produkt gleich viele Auf- und Absteigeoperatoren auftreten.