



**1. Zur adiabatischen Invarianz des Phasenraums**

Ein Teilchen (Impuls  $p = mv$ ,  $p = |\vec{p}|$ ,  $v = |\vec{v}|$ ) befinde sich in einem eindimensionalen Kasten der Länge  $L$ . Das Phasenraumvolumen dieses Systems ist  $\phi = 2Lp$ .

- (a) Eine reversible Kompression des Systems werde nun durch langsames Hereinschieben eines Stempels (Geschwindigkeit  $u = |\vec{u}|$ ) beschrieben. Wesentlich ist hierbei, dass Reflexionen des Teilchens am Stempel ermöglicht werden, um ein Durchlaufen einer Folge von Gleichgewichtszuständen zu erreichen. Berechnen Sie die Änderung des Phasenraumvolumens bei der Kompression. (Die Masse des Stempels sei viel größer als die Masse des Teilchens.)
- (b) Im irreversiblen Fall werde der Stempel so schnell hineinbewegt, dass es zu keinen Stößen des Teilchens mit dem Stempel kommt. Berechnen Sie wieder die Änderung des Phasenraumvolumens.

**2. Zustandsänderung eines idealen Gases**

Ein ideales Gas (Volumen  $V$ , Druck  $p$ , Temperatur  $T$ , Molzahl  $n$  und Gaskonstante  $R$ ) wird im Gleichgewicht durch die Zustandsgleichung

$$pV = nRT$$

beschrieben.

- (a) Berechnen Sie die Arbeit  $w$  einer reversiblen Expansion eines idealen Gases bei konstanter Temperatur.
- (b) Berechnen Sie die Arbeit  $w$ , wenn die Expansion nicht isotherm ( $T = \text{const}$ ), sondern adiabatisch ( $S = \text{const}$ ) durchgeführt wird. Zeigen Sie außerdem, dass die Zustandsänderung durch die Adiabatengleichung

$$pV^\gamma = \text{const} \quad \text{mit} \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

beschrieben wird. Verwenden Sie hierbei, dass für das ideale Gas  $C_p - C_v = nR$  gilt.

- (c) Berechnen Sie die Arbeit  $w$  bei einer Expansion gegen konstanten äußeren Druck  $p_A$ .
- (d) Zeigen Sie, dass bei isobarer ( $p = \text{const}$ ) Zustandsänderung gilt:

$$w = (C_p - C_v)\Delta T.$$

**3. Carnotscher Wirkungsgrad**

Berechnen Sie den Wirkungsgrad  $\eta = \frac{\oint \delta A}{Q_1}$ , also den Quotienten aus insgesamt geleisteter Arbeit und zugeführter Wärme, für den Carnotschen Kreisprozess zuerst allgemein, dann für ein ideales Gas, indem Sie die Arbeit für die Teilschritte ausrechnen.

*Bitte Rückseite beachten  $\implies$*

#### 4. Otto- und Dieselmotor

Als Näherung für einen Ottomotor kann der folgende Kreisprozess betrachtet werden:

- 1.) adiabatische Kompression des gasförmigen Brennstoff-Luftgemisches
- 2.) isochore ( $V = \text{const}$ ) Erwärmung vom Kompressionsvolumen  $V = V_k$
- 3.) adiabatische Expansion nach  $V_k + V_h$  ( $V_h$ : Hubvolumen)
- 4.) isochore Abkühlung

Ähnliches gilt für einen Dieselmotor:

- 1.) adiabatische Kompression von Luft
- 2.) isobare Erwärmung mit Volumenänderung von  $V_k$  nach  $V_k + V_e$ ,  $V_e$ : Einspritzvolumen
- 3.) adiabatische Expansion nach  $V_k + V_h$  ( $V_h$ : Hubvolumen)
- 4.) isochore Abkühlung

- (a) Skizzieren Sie die Prozesse im  $(S, T)$ - sowie im  $(p, V)$ -Diagramm.
- (b) Man bestimme für ein ideales Gas als Arbeitsgas die übertragene Wärme sowie die geleistete Arbeit bei den 4 Schritten als Funktion der Temperatur an den vier Eckpunkten.
- (c) Man zeige, dass der Wirkungsgrad gegeben ist durch  $\eta = 1 - \epsilon^{1-\gamma}$  bzw.  $\eta = 1 - \epsilon^{1-\gamma} \frac{\phi^\gamma - 1}{\gamma(\phi - 1)}$  mit  $\gamma = C_p/C_v$ ,  $\epsilon = (V_k + V_h)/V_k$  (Verdichtungsverhältnis) und  $\phi = (V_k + V_e)/V_k$  (Einspritzverhältnis).