Prof. Dr. W. Brenig
Dr. R. Darradi

Fortgechrittene Methoden der Theoretischen Physik WS 2009/2010

5. Übungsblatt Abgabe: **Donnerstag, den 18.11.2009, Hausaufgabenkiste bei A316**

1.

(a) Betrachten Sie ein kugelsymmetrisches Potential

$$v(r) = \begin{cases} v_0 & , \ r \leqslant R \\ 0 & , \ \text{else} \end{cases} .$$

Im Grenzfall niedriger Energien, also für $k \to 0$ ist nur die Streuung mit $l = 0$ relevant. Die Lösung der entsprechenden radialen Schrödingergleichung ist $rA_0(r) = \phi(r)$. Zeigen Sie für $r > R$ und $k \to 0$

$$\phi(r) = const \times (r - a) \ .$$

Benutzen Sie die Darstellung von $A_0(r)$ durch Besselfunktionen um zu zeigen, dass

$$\phi(r) = e^{\mathrm{i}\delta_0} \frac{1}{k} \sin(kr + \delta_0) \ .$$

Zeigen Sie mit der logarithmischen Ableitung von $\phi(r)$

$$\lim_{k \to 0} k \cot(kr + \delta_0) = \frac{1}{r - a} \ ,$$

und damit

$$\sigma_{\text{tot}}|_{k \to 0} = 4\pi a^2$$

(b) Skizzieren Sie das Potential und die radiale Wellenfunktion und diskutieren Sie für die folgenden Fälle qualitativ die Streulänge a:

i. $v_0 > 0$ und so, dass $v_0 \gg \hbar^2 k^2/2m$.

ii. $v_0 < 0$ und so, dass die Enegie ε_b des höchsten möglichenweise vorhandenen gebundenen Zustandes des Potentiales $|\varepsilon_b| \gg \hbar^2 k^2/2m$ erfüllt.

iii. $v_0 < 0$ und so, dass die Enegie ε_b des höchsten möglichenweise vorhandenen gebundenen Zustandes des Potentiales $|\varepsilon_b| \sim \hbar^2 k^2/2m$ erfüllt.