



## 1. Translation und Symmetrietransformationen

(a) Zeigen Sie, dass die Lagrangefunktion

$$L(x, y, \dot{x}, \dot{y}) = \frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{c}{r}; \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}; \quad c = \text{const}$$

nicht invariant unter Translationen  $\vec{r}' = \vec{r} + \epsilon \vec{a}$  mit  $\vec{a} = \text{const}$  ist. Betrachten Sie dazu infinitesimal kleine  $\epsilon$  und entwickeln Sie das Potential  $V(\vec{r}') = -c/r'$  bis zur ersten Ordnung in  $\epsilon$ .

(b) Wie lautet das Noether-Theorem?

(c) Zeigen Sie, dass die Transformation  $x' = x + a \sin(\omega_0 t)$  eine Symmetrietransformation des ungedämpften harmonischen Oszillators ist, wobei  $\omega_0$  die Eigenfrequenz des harmonischen Oszillators ist. Berechnen Sie die zugehörige Erhaltungsgröße.

## 2. Morse-Potential

Ein einfaches Modell für den eindimensionalen Potentialverlauf bei Molekülen ist das sogenannte Morse Potential:

$$V(x) = A[(e^{-\alpha x} - 1)^2 - 1]; \quad A > 0; \quad \alpha > 0.$$

Hier soll der Fall Gesamtenergie  $E < 0$  betrachtet werden, d.h., gebundene Bewegungen eines Massenpunktes der Masse  $m$  in diesem Potential.

(a) Geben Sie die Kraft  $\vec{K}$  an.

(b) Skizzieren Sie  $V(x)$ .

(c) Bestimmen Sie die Umkehrpunkte.

(d) Zeigen Sie, dass sich für kleine Auslenkungen aus der Gleichgewichtslage harmonische Oszillationen ergeben. Berechnen Sie für diesen Grenzfall die Periode  $T$  der Schwingung durch Lösen der BWGL.