



1. Eichinvarianz (8 Punkte)

(a) Gegeben sei das Vektorpotential

$$\vec{A} = ((5x - 1)y + z, 4x^2 - z + x, x - y) .$$

Bestimmen und skizzieren Sie das magnetische Feld. Geben Sie Quellen und Wirbel von \vec{B} an. Das Vektorpotential legt das elektrische Feld noch nicht fest. Welche Bedingungen an das elektrische Feld ergeben sich hier aus den Maxwell'schen Gleichungen? Berechnen Sie $\text{div}\vec{A}$. Geben Sie eine Eichtransformation an, so dass die Coulomb-Eichung erfüllt ist.

(b) Betrachten Sie jetzt folgende Potential:

$$\vec{A} = \frac{a}{c}(-z^2/2 + 8x + z, (x + 8)y, x); \quad \Phi = -axt; \quad a = \text{const} .$$

- Betrachten Sie \vec{E} und \vec{B} sowie die Wirbel und Quellen der Felder. Skizzieren Sie \vec{E} und \vec{B} . Was erhalten Sie für die Stromdichte \vec{j} und die Ladungsdichte ρ ?
- Erfüllen das Vektorpotential \vec{A} und das skalare Potential Φ die Lorentzgleichung? Wenn nicht, geben Sie eine Eichtransformation $(\vec{A}, \Phi) \rightarrow (\vec{A}', \Phi')$ an, so dass \vec{A}' und Φ' die Lorentzgleichung erfüllen.

2. Energie und Impuls elektromagnetischer Wellen(6 Punkte)

transversale elektromagnetische Welle in einem nicht leitenden, ungeladenen Medium sei

- linear polarisiert, $\vec{E} = \vec{E}_0 \sin[k(z - ct)]$ bzw.
- zirkular polarisiert, $\vec{E} = \vec{E}_0 \{ \cos[k(z - ct)] \vec{e}_x + \sin[k(z - ct)] \vec{e}_y \}$.

In welche Richtung breitet sich die Welle aus? Berechnen Sie

- die magnetische Induktion $\vec{B}(\vec{r}, t)$
- den Poynting-Vektor $\vec{S}(\vec{r}, t)$,
- den Strahlungsdruck auf eine um den Winkel ϑ gegen die Ausbreitungsrichtung geneigte total absorbierende Ebene.

3. Energie-Impuls Tensor(6 Punkte)

Betrachten Sie den Energie-Impuls Tensor aus der Vorlesung:

- Wie transformiert sich $T_{\mu\nu}$ unter der Lorentztransformation
- Wie transformiert sich die Impulsdichte \vec{g} , der Drucktensor t_{lm} und die Energiedichte u unter einer orthogonalen Transformation des \mathbb{R}^3 . (Benutzen Sie das bekannte Transformationsverhalten von \vec{E} und \vec{B})