



1. Entropie des idealen Gases

- (a) Bestimmen Sie die Abhängigkeit der Entropie S eines idealen Gases von E , V und N aus der thermischen

$$pV = NkT$$

und der kalorischen Zustandsgleichung

$$E = \frac{3}{2}NkT.$$

Verwenden Sie dazu den ersten Hauptsatz der Thermodynamik

$$dE = TdS - pdV$$

und beachten Sie dabei, dass S extensiv ist, also

$$S = Ns(E/N, V/N).$$

- (b) Bestimmen Sie erneut die Entropie, aber dieses Mal mit Hilfe der Termzahl $g(E)$ aus Blatt 2, Aufgabe 3. Für große n darf man nähern: $n \pm 1 \approx n$ und $\ln(\Gamma(n)) \approx (n-1) \ln(n-1) - (n-1) \approx n \ln n - n$. Bestimmen Sie aus der so erhaltenen Entropie die oben genannten Zustandsgleichungen. Überprüfen Sie auch die Extensivität der Entropie, einmal mit und einmal ohne Gibb'schen Korrekturfaktor.

2. Maximierung der Entropie

Die Entropie ist definiert als

$$S = -k \langle \ln \rho \rangle.$$

Finden Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung $f(x)$ maximaler Entropie

$$S = -k \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \ln(f(x)) dx$$

unter den Nebenbedingungen $\langle x \rangle = 0$ und $\langle x^4 \rangle = a$. Finden Sie eine weitere Nebenbedingung selber (was muss für eine Wahrscheinlichkeitsverteilung immer gelten?). Verwenden Sie die Methode der Lagrang'schen Parameter.

3. Magnetisierung einer Spin-Kette

Gegeben sei erneut die Spinkette aus Aufgabe 3, Blatt 6, d.h. eine Kette von N freien, klassischen Spins in einem äußeren Feld B . Die Energie eines Spins ist, je nach Spinstellung, $\pm \mu B$.

- (a) Berechnen Sie die Energie E , Entropie S und freie Energie F der Spinkette als Funktion von angelegtem Feld B , der Temperatur T und der Anzahl N der Spins.
- (b) Bestimmen Sie den Erwartungswert der Magnetisierung $\langle M \rangle$. Plotten Sie die Magnetisierungsdichte $\langle M \rangle / N$ als Funktion des angelegten Feldes für verschiedene Temperaturen und erklären Sie den Verlauf physikalisch.
- (c) Die isotherme Suszeptibilität χ_T berechnet sich durch $\chi_T = \frac{1}{N} \left(\frac{\partial M}{\partial B} \right)_T$. Plotten Sie auch diese Größe für verschiedene Parameter und veranschaulichen Sie die Physik.