

1. **Spin-System (9 Punkte)**

Auf dem letzten Aufgabenblatt haben Sie festgestellt, dass das Phasenraumvolumen des idealen Gases stark mit der Energie und Anzahl der Teilchen gewachsen ist. Das muss nicht immer so sein! Stellen Sie sich eine Kette von N freien, klassischen Spins in einem äußeren Feld B vor. Die Energie eines Spins ist, je nach Spinstellung, $\pm\mu B$.

- Berechnen Sie für dieses System die Anzahl möglicher Zustände $g(E)$ zu einer Energie E .
- Vereinfachen Sie $g(E)$ mit der einfachsten Form der Stirling-Formel $n! \approx (n/e)^n$, welche zu zeigen ist. Plotten Sie die Differenz von Fakultät und Näherung relativ zu n als Funktion von n . Was stellen Sie fest? Hilfe zur Stirling Formel: $\ln n! = \sum \dots = \int \dots$
- Zeigen Sie anhand Ihrer Rechnung, dass offensichtlich

$$g(E, N) = g_1(E/N)^N$$

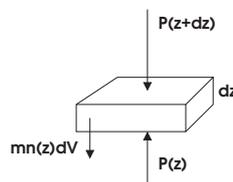
gilt wobei $g_1(E/N)$ das Phasenraumvolumen eines einzelnen Spins ist.

- Plotten Sie Phasenraumvolumen, Entropie und Temperatur als Funktion der Energie. Was fällt Ihnen auf im Vergleich zum idealen Gas?

2. **Barometrische Höhenformel (4 Punkte)**

Die barometrische Höhenformel beschreibt die Abnahme des Luftdruckes P bzw. der Teilchendichte n mit der Höhe z .

- Leiten Sie die Beziehung zwischen Höhe und Druck/Teilchendichte her.
- Ziehen Sie nun eine lineare Temperaturänderung $T(z) = T(z_0) - \alpha(z - z_0)$ mit der Höhe in Betracht und korrigieren Sie Ihr Ergebnis aus 2a.



3. **Die Maxwell-Verteilung (7 Punkte)**

Wir betrachten N nicht-wechselwirkende, klassische Teilchen in einem nach oben unbegrenzten Zylinder mit Radius R . Die Teilchen unterliegen einem seltsamen Gravitationspotential $H_{pot} = mgz^2$.

- Geben Sie die Zustandssumme dieses Systems an.
- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, eines der Teilchen mit Impuls p auf der Höhe z im Zylinder anzutreffen?¹ Was hat Ihre Rechnung mit dem Schlagwort *Verkürzen* zu tun, d.h. was tun Sie eigentlich (Satz genügt)?
- Gegeben sei an dieser Stelle die Maxwell-Verteilung für den Impuls \vec{p} eines Teilchens.

$$\rho(\vec{p}) = \left(\frac{1}{2\pi mkT} \right)^{3/2} e^{-\frac{\vec{p}^2}{2mkT}}$$

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen mit Geschwindigkeitsbetrag v anzutreffen.

- Berechnen Sie die wahrscheinlichste Geschwindigkeit v_p , den Mittelwert der Geschwindigkeit $\langle v \rangle$ und die Schwankung der Geschwindigkeit um ihren Mittelwert $(\Delta v)^2$.

¹Achtung Falle: Sie wollen die Wahrscheinlichkeit eines beliebigen der N möglichen Teilchen berechnen.