



**1. Rapidität (Alfred Robb 1911) (6 Punkte)**

Die Lorentz-Transformation, welche die Koordinaten  $t, z$  und  $t', z'$  zweier Koordinatensysteme  $\mathbf{S}$  und  $\mathbf{S}'$  verknüpft, die sich längs der  $z$ -Achse mit der Geschwindigkeit  $v = \beta c$  gleichförmig gegeneinander bewegen, ist gegeben durch  $t = t'\gamma + z'\beta\gamma, z = -t'\beta\gamma + z'\gamma$ . Diese Transformation ähnelt in ihrer Struktur einer Rotation in der  $t, z$ -Ebene,  $t = t' \cos(\varphi) + z' \sin(\varphi), z = -t'\beta \sin(\varphi) + z' \cos(\varphi)$ .

Die Faktoren  $\gamma$  und  $\beta\gamma$  sind jedoch größer als 1, was mit Sinus- und Kosinus-funktionen nur bei einem imaginären Argument  $\varphi$  möglich ist. Statt dessen kann man einen Ansatz für die Transformation mit den hyperbolischen Funktionen  $\sinh$  und  $\cosh$  mit einem reellen Argument  $y$  machen:  $t = t' \cosh y + z' \sinh y, z = -t' \sinh y + z' \cosh y$ .

Das Argument  $y$  in diesen Transformationsgleichungen wird als Rapidität bezeichnet.

- Berechnen Sie die Abhängigkeit von  $y$  von  $\gamma$  und  $\beta$ .
- Führt man zwei aufeinander folgende Drehungen aus, dann kann man die beiden Drehwinkel einfach addieren. Prüfen Sie, ob diese Beziehung auch für die Rapidität gilt, wenn zwei Lorentz-Transformationen nacheinander ausgeführt werden.

**2. Lorentz-Transformation (4 Punkte)**

Gegeben zwei Koordinatensysteme  $\mathbf{S} \hat{=} (x, y, z, t)$  und  $\mathbf{S}' \hat{=} (x', y', z', t')$  mit Relativgeschwindigkeit  $\vec{v}$  mit Komponenten  $(v_x, v_y, v_z)$  im Koordinatensystem  $\mathbf{S}$ . Die Lorentz-Transformation zwischen  $\mathbf{S}$  und  $\mathbf{S}'$  hat die Form

$$T = D_2 L D_1$$

- Beschreiben Sie die Bedeutung von  $D_2, T$  und  $D_1$
- Betrachten Sie den Spezialfall  $x||x', y||y', z||z'$  und  $\vec{v}$  nicht parallel zu  $x, y$ , und  $z$ . Nehmen Sie an, dass der Ursprung für  $t = 0$  beide Systeme identisch ist.

**3. Geschwindigkeits Transformation (4 Punkte)**

Experiment von Fizeau zur Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes in bewegten Flüssigkeiten.

In  $\mathbf{S}$  ist ein Medium in Ruhe. Die Lichtgeschwindigkeit im Medium ist  $v$  und der Brechungsindex ist  $n = \frac{c}{v}$ .

Berechnen Sie die Lichtgeschwindigkeit, wenn sich das Medium mit Geschwindigkeit  $u$  relativ zu  $\mathbf{S}$  bewegt.

**4. Geschwindigkeitsabhängigkeit der Protonenmasse (6 Punkte)**

Die Ruhemasse des Protons ist  $m_0(p) = 1,66 \cdot 10^{-27}$  kg. Berechnen Sie die Masse des Protons, wenn es sich mit

$$a) 3 \cdot 10^7 \text{ m/s} \quad \text{und} \quad b) 2,7 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

bewegt. Vergleichen Sie die kinetische Energie des Protons in beiden Fällen nach der klassischen und relativistischen Rechnung.

$$1 \text{ Joule} = 1 \text{ kg} \cdot (\text{m/s})^2 = 0,62 \cdot 10^{13} \text{ MeV}$$