



1. Rapidität (Alfred Robb 1911) (6 Punkte)

Die Lorentz-Transformation, welche die Koordinaten t, z und t', z' zweier Koordinatensysteme \mathbf{S} und \mathbf{S}' verknüpft, die sich längs der z -Achse mit der Geschwindigkeit $v = \beta c$ gleichförmig gegeneinander bewegen, ist gegeben durch $t = t'\gamma + z'\beta\gamma, z = -t'\beta\gamma + z'\gamma$. Diese Transformation ähnelt in ihrer Struktur einer Rotation in der t, z -Ebene, $t = t' \cos(\varphi) + z' \sin(\varphi), z = -t'\beta \sin(\varphi) + z' \cos(\varphi)$.

Die Faktoren γ und $\beta\gamma$ sind jedoch größer als 1, was mit Sinus- und Kosinus-funktionen nur bei einem imaginären Argument φ möglich ist. Statt dessen kann man einen Ansatz für die Transformation mit den hyperbolischen Funktionen \sinh und \cosh mit einem reellen Argument y machen: $t = t' \cosh y + z' \sinh y, z = -t' \sinh y + z' \cosh y$.

Das Argument y in diesen Transformationsgleichungen wird als Rapidität bezeichnet.

- Berechnen Sie die Abhängigkeit von y von γ und β .
- Führt man zwei aufeinander folgende Drehungen aus, dann kann man die beiden Drehwinkel einfach addieren. Prüfen Sie, ob diese Beziehung auch für die Rapidität gilt, wenn zwei Lorentz-Transformationen nacheinander ausgeführt werden.

2. Lorentz-Transformation (4 Punkte)

Gegeben zwei Koordinatensysteme $\mathbf{S} \hat{=} (x, y, z, t)$ und $\mathbf{S}' \hat{=} (x', y', z', t')$ mit Relativgeschwindigkeit \vec{v} mit Komponenten (v_x, v_y, v_z) im Koordinatensystem \mathbf{S} . Die Lorentz-Transformation zwischen \mathbf{S} und \mathbf{S}' hat die Form

$$T = D_2 L D_1$$

- Beschreiben Sie die Bedeutung von D_2, T und D_1 .
- Betrachten Sie den Spezialfall $x||x', y||y', z||z'$ und \vec{v} nicht parallel zu x, y , und z . Nehmen Sie an, dass der Ursprung für $t = 0$ beide Systeme identisch ist.

3. Geschwindigkeits Transformation (4 Punkte)

Experiment von Fizeau zur Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes in bewegten Flüssigkeiten.

In \mathbf{S} ist ein Medium in Ruhe. Die Lichtgeschwindigkeit im Medium ist v und der Brechungsindex ist $n = \frac{c}{v}$.

Berechnen Sie die Lichtgeschwindigkeit, wenn sich das Medium mit Geschwindigkeit u relativ zu \mathbf{S} bewegt.

4. Geschwindigkeitsabhängigkeit der Protonenmasse (6 Punkte)

Die Ruhemasse des Protons ist $m_0(p) = 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg. Berechnen Sie die Masse des Protons, wenn es sich mit

$$a) 3 \cdot 10^7 \text{ m/s} \quad \text{und} \quad b) 2,7 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

bewegt. Vergleichen Sie die kinetische Energie des Protons in beiden Fällen nach der klassischen und relativistischen Rechnung.

$$1 \text{ Joule} = 1 \text{ kg} \cdot (\text{m/s})^2 = 0,62 \cdot 10^{13} \text{ MeV}$$