INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dr. R. Darradi

Fortgechrittene Methoden der Theoretischen Physik — WS 2009/2010

1. Übungsblatt — Abgabe: **Donnerstag, den 22.10.2009, Hausaufgabenkiste bei A316**

1. Betrachen Sie das Quanten-System mit Eigenwertgleichung:

$$H_0|n\rangle = e_n|n\rangle$$

und Orthonormalbasis

$$\langle m|n\rangle = \delta_{mn}$$

im Zustand $|n\rangle$ bei Zeit $t_0 = 0$. Nach der zeitabhängigen Störungstheorie ist die Übergangswahrscheinlichkeiten für $m \neq n$

$$P_{m\neq n}(t) = |\langle m|V|n\rangle|^2 \frac{4\sin^2[(e_n - e_m)t/(2\hbar)]}{(e_n - e_m)^2} \ . \tag{1}$$

Zeigen Sie, dass für $m = n$

$$P_{nn}(t) = 1 - \sum_{m\neq n} |\langle m|V|n\rangle|^2 \frac{4\sin^2[(e_n - e_m)t/(2\hbar)]}{(e_n - e_m)^2}$$

gilt. Interpretieren Sie dieses Ergebnis in Bezug auf Gleichung (1) und in Bezug auf die Wahrscheinlichkeitserhaltung.

2. Gegeben sei ein zwei-Niveau System:

$$H = H_0 + W, \ \ H_0 = \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & -E \end{pmatrix}, \ W = \begin{pmatrix} 0 & V \\ V & 0 \end{pmatrix} \ .$$

Die Eigenzustände von H_0 sind $|0\rangle$ und $|1\rangle$, mit Energien E und $-E$. Zeigen Sie, dass der Zeitentwicklungs-Operator im Schrödinger-Bild gegeben ist durch

$$U(t,0) = \begin{pmatrix} \cos(a\tau) - \frac{iE}{a}\sin(a\tau) & \frac{iV}{a}\sin(a\tau) \\ \frac{iV}{a}\sin(a\tau) & \cos(a\tau) + \frac{iE}{a}\sin(a\tau) \end{pmatrix}$$

mit $a = \sqrt{E^2 + V^2}$ und $\tau = t/\hbar$. Vergleichen Sie dieses Resultat mit Gleichung (1) aus Aufgabe (1). Was ist der Unterschied? Skizzieren Sie

$$P_{mn}(t) = |\langle m|e^{-iH_0 t/\hbar} U_D(t,0)|n\rangle|^2$$

unter der Annahme, dass das System bei $t = 0$ im Zustand $|0\rangle$ ist. Dazu wählen Sie für $m, \ n = 1, \ 0$ und $m, \ n = 0, \ 0$ mit $\hbar = 1$, $E = 1$ und $V = 0.1$.