1. Drehimpuls

Ein Massenpunkt (Masse m) bewegt sich mit $|\vec{v}| = \text{const}$ auf einem Kreis mit Radius R . Zeigen Sie, dass der Drehimpuls $\vec{L}$ von der Wahl des Koordinatenursprungs abhängt, indem Sie (i) $\vec{L}$ bezogen auf den Mittelpunkt $\vec{M}$ des Kreises bestimmen und (ii) $\vec{L}$ bezogen auf einen Punkt $\vec{P}$ bestimmen, der in der Kreisebene liegt und den Abstand $a > R$ vom Mittelpunkt des Kreises hat.

2. Freier Fall mit Reibung

Berechnen Sie die Endgeschwindigkeit eines im freien Fall befindlichen Massenpunktes der Masse m , auf den neben der Schwerkraft die durch die Luftreibung verursachte Kraft $|\vec{W}| = m\eta|\vec{v}^2|$ mit $\eta = \text{const}$ wirke.

Hinweis: Die Aufgabe läßt sich ohne explizites lösen der BWGL beantworten!

3. Harmonischer Oszillator: Erzwungene Schwingungen

Betrachten Sie den angetriebenen, gedämpften harmonischen Oszillator

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = f(t). \quad (1)$$

(a) Ermitteln Sie für $0 < \gamma < \omega_0$ (Schwingfall) die allgemeine Lösung von Gl. 1 für folgende rechte Seiten:

- i. $f(t) = a = \text{const.}$ iii. $f(t) = f_0[\sin(\omega t) + 2 \cos(2\omega t)]$
ii. $f(t) = f_0 \text{Re}(e^{i\omega t})$ (f_0 und ω reell).

Verwenden Sie dabei jeweils den angegebenen Ansatz zum Auffinden einer partikulären Lösung:

- i. Raten!
ii. $x(t) = \text{Re}(\hat{x}_0 e^{i\omega t})$; $\hat{x}_0$ komplex.
iii. $x(t) = a \sin(\omega t) + b \cos(\omega t) + c \sin(2\omega t) + d \cos(2\omega t)$ mit $a, b, c, d = \text{const.}$

Hinweis: rechnen Sie bei ii. mit komplexen Funktionen, d.h., lassen Sie die Realteilbildung weg, und bestimmen Sie Amplitude und Phase der partikulären Lösung als Funktion von ω , ω_0 und γ ! Skizzieren Sie $|\hat{x}_0|$ und die Phasenverschiebung als Funktion von ω .

- (b) Überlegen Sie sich anschließend, wie man die Lösung für iii. auf ii. zurückführen kann (hier ist keine Rechnung verlangt, sondern eine gute Begründung Ihrer Antwort!).
(c) Bestimmen Sie für i. die Lösung des AWP's $x(0) = x_0$; $v(0)=0$!
(d) Berechnen Sie außerdem für den Fall ii. den Energieverlust pro Zeit für große Zeiten $t \gg (\omega_0^2 - \gamma^2)^{-1/2}$, der durch die Reibungskraft $-2m\gamma\dot{x}$ hervorgerufen wird. Mitteln Sie dabei über mehrere Schwingungsperioden! (hier: reelle Lösung verwenden)!