INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr. W. Brenig
Dr. R. Darradi

Elektrodynamik SoSe 2009

1. Übungsblatt Abgabe: **Dienstag, den 7.04.2009 um 11:25h, Hausaufgabenkiste bei A316**

1. **Integralsätze(4 Punkte)**
   Verifizieren Sie den Gauß' schen Satz für das Vektorfeld
   $$\vec{E} = ax\vec{e}_x + by\vec{e}_y + cz\vec{e}_z,$$
   und die Kugel
   $$K = \{\vec{r} : x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2\}.$$
   Verifizieren Sie außerdem dem Stokes'schen Satz für das Vektorfeld
   $$\vec{E} = (\frac{4}{3}x - 2y)\vec{e}_x + (3y - x)\vec{e}_y,$$
   und die Fläche
   $$F = \{\vec{r} : \frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{2^2} \leq 1, z = 0\}.$$

2. **Differentialoperatoren (3 Punkte)**
   Ψ sei ein skalares Feld; $\vec{A}$ und $\vec{B}$ seien Vektorfelder. Zeigen Sie:
   (a) $\mathrm{div}\,(\Psi\vec{A}) = \Psi\,\mathrm{div}\,\vec{A} + \vec{A}\cdot\nabla\Psi$
   (b) $\mathrm{div}\,(\vec{A}\times\vec{B}) = \vec{B}\cdot\mathrm{rot}\,\vec{A} - \vec{A}\cdot\mathrm{rot}\,\vec{B}$
   (c) $\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\vec{A} = \mathrm{grad}\,\mathrm{div}\vec{A} - \Delta\,\vec{A}$

3. **δ-Funktion (7 Punkte)**
   Die so genannte δ-Funktion hat für geeignete Testfunktionen $t(x)$ die Eigenschaften
   $$\int_a^b t(x)\,\delta(x-x_0)\,\mathrm{d}x = \begin{cases} t(x_0) & \text{für } a < x_0 < b \\ -t(x_0) & \text{für } a > x_0 > b \\ 0 & \text{für } x_0 \notin [a,b] \end{cases}.$$
   Lösen Sie unter Verwendung geeigneter Testfunktionen folgende Aufgaben.
   (a) Zeigen Sie, hat $f(x) \in C^1(a,b)$ auf (a,b) die einfachen Nullstellen $x_1, x_2, \ldots, x_n$, so gilt dort
   $$\delta(f(x)) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta(x-x_i)}{|f'(x_i)|}.$$
   Hinweis: Zerlegen Sie $\int_a^b t(x)\,\delta(f(x))\,\mathrm{d}x$ in Integrale über Teilintervalle, die jeweils eine der Nullstellen enthalten. Formen Sie diese Teilintegrale durch Substitution um.
   (b) Was folgt für $\delta(-x)$ und $\delta(ax)$ (mit $a \neq 0$)?
   (c) Leiten Sie die Fourierdarstellung
   $$\delta(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{ikx}\,\mathrm{d}k$$
   der δ-Funktion ab.
   (d) Zeigen Sie
   $$f(x)\,\delta(x-a) = f(a)\,\delta(x-a)$$
   und
   $$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x-y)\,\delta(y-a)\,\mathrm{d}y = \delta(x-a).$$