



16. Energie und Impuls elektromagnetischer Wellen

Eine transversale elektromagnetische Welle im Vakuum sei

- linear polarisiert: $\vec{E} = \vec{E}_0 \sin[k(z - ct)]$;
- zirkular polarisiert: $\vec{E} = E_0 \{ \cos[k(z - ct)] \vec{e}_x + \sin[k(z - ct)] \vec{e}_y \}$.

In welche Richtung breitet sich die Welle aus? Berechnen Sie

- die magnetische Induktion $\vec{B}(\vec{r}, t)$,
- den Poynting-Vektor $\vec{S}(\vec{r}, t)$,
- den Druck der Strahlung auf eine um den Winkel ϑ gegen die Ausbreitungsrichtung geneigte und total absorbierende Ebene.

17. Flug durch einen unendlich großen Plattenkondensator

Im Inertialsystem Σ gelte $\vec{E} = E_0 \vec{e}_2$ und $\vec{B} = 0$. Was für Felder werden aus einem mit $\vec{v}_0$ relativ zu Σ bewegten Inertialsystem Σ' beobachtet? Diskutieren Sie die Fälle $\vec{E} \parallel \vec{v}_0$ und $\vec{E} \perp \vec{v}_0$. Geben Sie jeweils die Lorentzkraft aus Sicht eines Beobachters in Σ bzw. Σ' an, die eine Punktladung erfährt, die in Σ am Ort $\vec{r} = 0$ ruht.

18. Drehimpulsdichte des elektromagnetischen Feldes

Ziel dieser Aufgabe ist es, für eine gegebene Verteilung von Ladungen ρ und Strömen $\vec{j}$ die Drehimpulserhaltung nachzuweisen und einen Ausdruck für die Drehimpulsdichte $\vec{\mathcal{L}}_{\text{feld}}$ des elektromagnetischen Feldes abzuleiten.

- Zeigen Sie, dass sich die zeitliche Ableitung der i -ten Komponente des mechanischen Drehimpulses

$$\frac{d\vec{L}_{\text{mech}}}{dt} = \int_V dV \vec{r} \times (\rho \vec{E} + \frac{1}{c} \vec{j} \times \vec{B}) \quad (1)$$

schreiben lässt als:

$$\frac{d}{dt} \int_V dV (\vec{\mathcal{L}}_{\text{mech}} + \vec{\mathcal{L}}_{\text{feld}})_i = \int_V dV \varepsilon_{ijk} x_j \frac{\partial}{\partial x_l} \left(\frac{1}{4\pi} \right) T_{kl}. \quad (2)$$

Geben Sie $\vec{\mathcal{L}}_{\text{feld}}$ an. T_{ij} ist der Maxwell'sche Spannungstensor.

Hinweis: Zeigen Sie, dass gilt:

$$\left[\vec{E} (\nabla \cdot \vec{E}) - \vec{E} \times (\nabla \times \vec{E}) \right]_\alpha = \sum_\beta \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left(E_\alpha E_\beta - \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{E} \delta_{\alpha\beta} \right).$$

- Um den Fluss der Drehmomentdichte zu bestimmen, muss die rechte Seite von Gleichung (2) als Volumen-Integral über eine Divergenz geschrieben werden. Verwenden Sie Ihr Ergebnis aus Teil (a), um die Gleichung

$$\frac{d}{dt} \int_V dV (\vec{\mathcal{L}}_{\text{mech}} + \vec{\mathcal{L}}_{\text{feld}})_i = \oint_{\partial V} d\vec{f} \cdot \vec{M}$$

abzuleiten. Was erhalten Sie für $\vec{M}$? Interpretieren Sie Ihr Resultat.