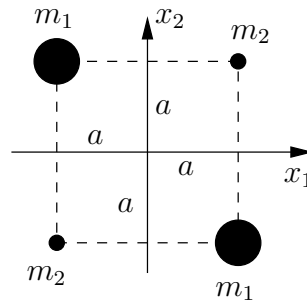


29. Trägheitstensor: Diskrete Massenverteilung

(6 Punkte)

- Bestimmen Sie die Komponenten des Trägheitstensors $\Theta_{ab} = \sum_{\nu} m_{\nu} (x_{\nu}^2 \delta_{ab} - x_{a\nu} x_{b\nu})$ für die Anordnung der vier Massenpunkte aus untenstehender Skizze im skizzierten Koordinatensystem.
- Bestimmen Sie die Hauptträgheitsmomente.
- Bestimmen Sie die Hauptachsen.
- Geben Sie den Trägheitstensor im Hauptachsensystem an.



30. Trägheitstensor: Inhomogene Kugel

(8 Punkte)

Gegeben sei eine Kugel mit Radius R und der Massendichte

$$\rho_m = \rho_0 (1 + \alpha \cos \theta + \beta \cos^2 \theta)$$

in Kugelkoordinaten (r, θ, ϕ) mit $\alpha, \beta \in [0, 1]$.

- Berechnen Sie die Masse M und den Schwerpunkt der Kugel.
- Berechnen Sie den Trägheitstensor der Kugel.
- Bestimmen Sie das Trägheitsmoment der Kugel, wenn sie um eine zur x_3 -Achse parallelen Achse rotiert, die die Kugel bei $\theta = \pi/2$ berührt.
- Nun sei das Trägheitsmoment der Kugel zu bestimmen, wenn sie um eine zur x_1 -Achse parallelen Achse rotiert, die die Kugel bei $\theta = 0$ berührt. Erläutern Sie qualitativ den Unterschied zur Aufgabe (c) (ohne Rechnung).

Hinweis: Nutzen Sie für c) den Satz von Steiner aus: $\Theta = \Theta_S + Ma^2$. Hierbei ist Θ das gesuchte Trägheitsmoment, Θ_S das Trägheitsmoment bei Rotation um eine parallele Achse die durch den Schwerpunkt geht, und a der Abstand dieser Achse zur eigentlichen Drehachse.

Bitte wenden →

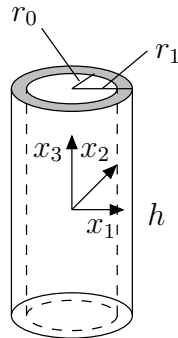
31. Trägheitstensor eines Hohlzylinders

(6 Punkte)

Wir betrachten einen Hohlzylinder mit Höhe h , Innenradius r_0 , Außenradius r_1 und homogener Massendichte ρ_0 .

- Bestimmen Sie den Trägheitstensor eines Hohlzylinders bezüglich des in Abb. (a) skizzierten Schwerpunktsystems (Ursprung in der Mitte des Zylinders). Drücken Sie das Ergebnis in Abhängigkeit von der Gesamtmasse M aus.
- Berechnen Sie das Trägheitsmoment bei Rotation um die in Abb. (b) skizzierte Drehachse $\underline{\omega}$ mit dem Satz von Steiner.

(a)



(b)

