Prof. Dr. U. Motschmann
M. Feyerabend, M.Sc.

13. Übungsblatt | Abgabe: 7. Juli 2016 bis 9.40 Uhr im Kasten vor A317

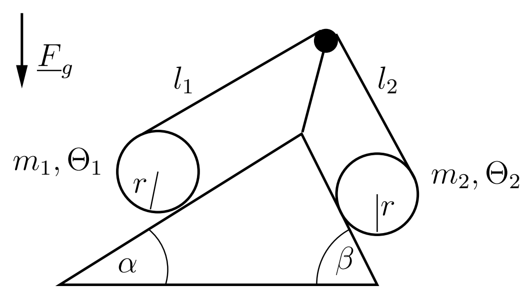
Fragen zu den Aufgaben: Moritz Feyerabend, Raum A317, Tel.: 391-5187, m.feyerabend@tu-bs.de

34. **Lagrange II** **(8 Punkte)**

Zwei homogene Vollzylinder der Dichten ρ_1 und ρ_2, sowie der Höhen h_1 und h_2 sind über einen masselosen Faden konstanter Länge miteinander verbunden. Beide Zylinder haben den gleichen Radius r. Die Zylinder sollen auf der Unterlage rollen ohne zu rutschen. Der Faden wickelt sich dabei ab- bzw. auf, je nach Bewegungsrichtung der Zylinder. Es wirkt das homogene Schwerefeld $\underline{F}_g$ der Erde.

(a) Berechnen Sie die Trägheitsmomente Θ_1 und Θ_2 der Zylinder um ihre jeweilige Symmetrieachse.

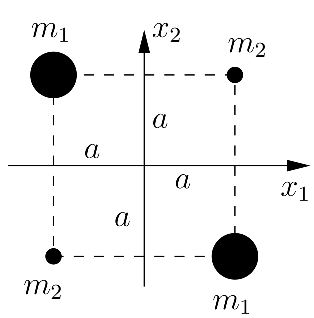
(b) Bestimmen Sie die Lagrangefunktion und die zugehörige Bewegungsgleichung. Es ist vorteilhaft, $s = l_1$ als generalisierte Koordinate zu benutzen.



35. **Trägheitstensor** **(6 Punkte)**

(a) Bestimmen Sie die Komponenten des Trägheitstensors $\Theta_{ab} = \sum_\nu m_\nu(\underline{x}_\nu^2\delta_{ab} - x_{a,\nu}x_{b,\nu})$ für die Anordnung der vier Massenpunkte aus untenstehender Skizze im skizzierten Koordinatensystem.

(b) Transformieren Sie den Trägheitstensor ins Hauptachsensystem.



Bitte wenden ⟶

36. **Steinerscher Satz für den Trägheitstensor** **(6 Punkte)**

Sei $\underline{\underline{\Theta}}_S$ der Trägheitstensor im Schwerpunkt eines Körpers der Gesamtmasse M. Der Schwerpunkt liege im Ursprung des Koordinatensystems.

(a) Zeigen Sie, dass bei Verschiebung um den Vektor $\underline{a}$ der Trägheitstensor $\underline{\underline{\Theta}}$ die Form

$$\underline{\underline{\Theta}} = \underline{\underline{\Theta}}_S + M\underline{a}^2\underline{\underline{\mathbf{1}}} - M\underline{a} \circ \underline{a}$$

annimmt.

(b) Leiten Sie aus diesem Satz den Steinerschen Satz für das Trägheitsmoment um eine Drehachse in Richtung des Einheitsvektors $\underline{n}$ her. Der Vektor $\underline{n}$ schliesse mit dem Vektor $\underline{a}$ einen beliebigen Winkel ein.