



## 12. Übungsblatt

---

**Fragen zu den Aufgaben:** Uwe Motschmann, Raum A312, Tel.: 391-5186, u.motschmann@tu-bs.de
 

---

**Stichworte:** Kosmologie, Einstein-Gleichungen

## 24. Kosmologische Konstante

In unseren bisherigen Rechnungen wurden die Einsteinschen Feldgleichungen ohne Kosmologische Konstante ( $\Lambda = 0$ ) benutzt. Wir wollen nun das Gravitationspotential  $\Phi$  im Newtonschen Grenzfall, d.h. für  $g_{mn} = \eta_{mn} + f_{mn}$  mit  $|f_{mn}| \ll 1$  für eine nichtverschwindende kosmologische Konstante bestimmen.

- (a) Zeigen Sie in Anlehnung an Kapitel 5.1, dass sich für  $\Lambda \neq 0$

$$\square f_{mn} = -2\kappa \left( T_{mn} - \frac{T}{2} \eta_{mn} \right) - 2\Lambda \eta_{mn} \quad (1)$$

ergibt.

- (b) Bestimmen Sie  $f_{44}$  im Außenraum einer statischen, räumlich begrenzten, kugelsymmetrischen Massenverteilung mit der Gesamtmasse  $M_N$ .
- (c) Stellen Sie die Geodäten-Gleichung für die räumlichen Komponenten eines langsam bewegten Teilchens in der Metrik von Aufgabe (b) auf. Orientieren Sie sich an Gleichung (III.110) des Skriptes.
- (d) Zeigen Sie für den Fall  $\Lambda = 0$  durch den Vergleich mit der Newtonschen Bewegungsgleichung eines Teilchens im Gravitationspotential  $\Phi$ , dass

$$\Phi = -\frac{c^2}{2} f_{44} \quad (2)$$

gilt. Lesen Sie für den Fall  $\Lambda \neq 0$  daraus  $\Phi$  zu

$$\Phi = -\frac{\gamma M_N}{r} - \frac{\Lambda c^2 r^2}{6} \quad (3)$$

ab.

- (e) Innerhalb unseres Sonnensystems konnte kein messbarer Effekt von  $\Lambda$  festgestellt werden. Schätzen Sie daraus eine obere Schranke für  $\Lambda$  ab. (Masse der Sonne:  $M_\odot = 2 \cdot 10^{30}$  kg, Bahnradius von Pluto:  $r_p = 6 \cdot 10^{12}$  m)