



12. Übungsblatt

Fragen zu den Aufgaben: Uwe Motschmann, Raum A312, Tel.: 391-5186, u.motschmann@tu-bs.de

Stichworte: Kosmologie, Einstein-Gleichungen

24. Kosmologische Konstante

In unseren bisherigen Rechnungen wurden die Einsteinschen Feldgleichungen ohne Kosmologische Konstante ($\Lambda = 0$) benutzt. Wir wollen nun das Gravitationspotential Φ im Newtonschen Grenzfall, d.h. für $g_{mn} = \eta_{mn} + f_{mn}$ mit $|f_{mn}| \ll 1$ für eine nichtverschwindende kosmologische Konstante bestimmen.

- (a) Zeigen Sie in Anlehnung an Kapitel 5.1, dass sich für $\Lambda \neq 0$

$$\square f_{mn} = -2\kappa \left(T_{mn} - \frac{T}{2} \eta_{mn} \right) - 2\Lambda \eta_{mn} \quad (1)$$

ergibt.

- (b) Bestimmen Sie f_{44} im Außenraum einer statischen, räumlich begrenzten, kugelsymmetrischen Massenverteilung mit der Gesamtmasse M_N .
- (c) Stellen Sie die Geodäten-Gleichung für die räumlichen Komponenten eines langsam bewegten Teilchens in der Metrik von Aufgabe (b) auf. Orientieren Sie sich an Gleichung (III.110) des Skriptes.
- (d) Zeigen Sie für den Fall $\Lambda = 0$ durch den Vergleich mit der Newtonschen Bewegungsgleichung eines Teilchens im Gravitationspotential Φ , dass

$$\Phi = -\frac{c^2}{2} f_{44} \quad (2)$$

gilt. Lesen Sie für den Fall $\Lambda \neq 0$ daraus Φ zu

$$\Phi = -\frac{\gamma M_N}{r} - \frac{\Lambda c^2 r^2}{6} \quad (3)$$

ab.

- (e) Innerhalb unseres Sonnensystems konnte kein messbarer Effekt von Λ festgestellt werden. Schätzen Sie daraus eine obere Schranke für Λ ab. (Masse der Sonne: $M_\odot = 2 \cdot 10^{30}$ kg, Bahnradius von Pluto: $r_p = 6 \cdot 10^{12}$ m)