



Übungsblätter gibt es unter <https://www.tu-bs.de/theophys/edu/wise-1314/thermo1314>.

33. Zweiatomiges ideales Gas

Aus der Vorlesung kennen Sie die Energie eines idealen Gases bestehend aus N zweiatomigen Molekülen:

$$\epsilon(p, j, n) = \frac{p^2}{2(m_1 + m_2)} + \frac{\hbar^2 j(j+1)}{2I} + \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right).$$

Der Rotationsanteil der Zustandssumme Z_{rot} ist (unter Berücksichtigung der Entartung) gegeben durch

$$Z_{\text{rot}} = \sum_{j=0}^{\infty} (2j+1) e^{-\frac{\theta_r}{2T} j(j+1)},$$

wobei $\theta_r = \frac{\hbar^2}{kI}$ die charakteristische Temperatur des Systems ist. Für hohe Temperaturen lässt sich mithilfe der Euler'schen Summenformel die Summe näherungsweise durch ein Integral ersetzen und der Rest abschätzen:

$$\int_{j_0}^{j_1} f(j) dj = \sum_{j_0}^{j_1} f(j) - \frac{1}{2} [f(j_0) + f(j_1)] + \frac{1}{12} [f'(j_0) - f'(j_1)] - \frac{1}{720} [f'''(j_0) - f'''(j_1)] + \dots$$

Zeigen Sie hiermit, dass gilt:

$$\lim_{T \gg \theta_r} Z_{\text{rot}} = 2 \frac{T}{\theta_r} + \frac{1}{3} + \frac{1}{30} \frac{\theta_r}{T} + \dots$$

34. Virialentwicklung

Die Wechselwirkung der Teilchen eines Gases werde näherungsweise durch folgendes Potential beschrieben:

$$w(r) = \begin{cases} \infty & \text{wenn } r \leq d \\ -\epsilon & \text{wenn } d < r \leq 2d \\ 0 & \text{wenn } 2d < r \end{cases}$$

- Berechnen Sie für dieses Potential den (klassischen) zweiten Virialkoeffizienten.
- Stellen Sie damit die Zustandsgleichung $P = P(N, V, T)$ auf.
- Berechnen Sie dann die Energie $E = E(N, V, T)$ und die spezifische Wärme C_V in gleicher Ordnung.

Bitte wenden! →

35. Klassisches Gittergas

N Teilchen bewegen sich in einem Volumen V , das in Zellen des Volumens b unterteilt wird. Die potentielle Energie sei ∞ , wenn sich zwei Teilchen in der selben Zelle befinden, 0 sonst.

- (a) Berechnen Sie die Zustandssumme. Für den Ortsanteil sollten Sie $Z = A(N, V, b) b^N$ erhalten, wobei $A(N, V, b)$ die (auszuwertende) Anzahl der möglichen Konfigurationen ist. Vereinfachen Sie die so erhaltende Zustandssumme mit Hilfe der Stirlingformel in niedrigster Näherung.
- (b) Berechnen Sie die Zustandsgleichung $P = P(N, V, T)$ dieses Gases.
- (c) Berechnen Sie außerdem den n -ten Virialkoeffizienten des Gases.

Nun gebe es zusätzlich zu der unendlich starken Abstoßung in den o. g. Zellen noch eine langreichweitige Anziehung zwischen den Teilchen. Als einfachste Näherung soll das Anziehungspotential zwischen jedem Teilchenpaar (unabhängig vom Abstand) den konstanten Wert $\frac{-2a}{V}$ annehmen ($a = \text{const}$).

- (d) Berechnen Sie wieder die Zustandssumme.
- (e) Zeigen Sie, dass das Gas (N sehr groß) die Zustandsgleichung

$$P = -\frac{kT}{b} \ln \left(1 - \frac{b}{v} \right) - \frac{a}{v^2}$$

mit $v = V/N$ erfüllt.

- (f) Berechnen Sie den kritischen Punkt T_c, V_c, P_c .
- (g) Bringen Sie die Zustandsgleichung in die sog. reduzierte Form $\bar{P} = \bar{P}(N, \bar{V}, \bar{T})$ mit $\bar{P} = \frac{P}{P_c}$, $\bar{V} = \frac{V}{V_c}$ und $\bar{T} = \frac{T}{T_c}$. Skizzieren Sie den Verlauf der Isothermen.
- (h) Berechnen Sie noch E, S, C_v, F und μ als Funktionen von N, V, T, a und b .