



17. Stoßwellen

Betrachten Sie eine supersonische, magnetfeldfreie Strömung in zwei Dimensionen. Ein Hindernis ruft eine parabelförmige Bugstoßwelle hervor. Nehmen Sie an, dass das einströmende Medium vor der Stoßwelle entlang der Symmetrieachse (= x -Achse des Koordinatensystems) der Parabel strömt und eine sehr hohe Machzahl besitzt ($M_S^I := u^I/c_s \rightarrow \infty$ mit der Schallgeschwindigkeit c_s). Die Rankine-Hugoniot Bedingungen ergeben die folgende Lösung (Skript Seite 90)

$$u_n^{II} = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} u_n^I \quad (1)$$

$$u_t^{II} = u_t^I \quad (2)$$

Hierbei war γ der Adiabatenexponent des Druckes. Berechnen Sie die Strömungsgeschwindigkeit $\underline{u}^{II}$ hinter der Bugstoßwelle. Wie groß ist $\partial_y u_y^{II}$ am Scheitelpunkt der Stoßwelle? Diskutieren Sie die Ergebnisse.

18. Lavaldüse

Betrachten Sie die Strömung auf der x -Achse eines Plasmas durch ein Rohr mit dem variablen Querschnitt $A(x)$. Das Koordinatensystem ist so gelegt, dass die x -Achse der Symmetrieachse des Rohres entspricht. Nehmen Sie an, dass das Magnetfeld und somit die Lorentzkraft ($\underline{j} \times \underline{B}$) vernachlässigbar klein sind. Weiter können Sie annehmen, dass die Strömung stationär ist.

$$\partial_x \cdot (\rho \underline{u}) = 0 \quad (3)$$

$$\rho(\underline{u} \cdot \partial_x) \underline{u} = -\partial_x p \quad (4)$$

$$p \rho^{-\gamma} = \text{const.} \quad (5)$$

- Benutzen Sie den Satz von Gauß um aus der Kontinuitätsgleichung die Gleichung

$$\partial_x (\rho u_x A) = 0 \quad (6)$$

abzuleiten

- Nutzen Sie nun die Impulsbilanz und die Schallgeschwindigkeit $c_s^2 = \partial p / \partial \rho$ um einen Ausdruck für die Änderung der Geschwindigkeit $\partial_x u_x$ als Funktion der Änderung der Fläche $\partial_x A$ (und der Fläche A selbst, der Machzahl und der Strömungsgeschwindigkeit) zu erhalten.
- Diskutieren Sie nun diese Gleichung.