11. Übungsblatt Abgabe: 15. Juni 2017 bis 9.40 Uhr im Kasten vor 3.317

Fragen zu den Aufgaben: Moritz Feyerabend, Raum 3.317, Tel.: 391-5187, m.feyerabend@tu-bs.de

22. Fliehkraftregler (7 Punkte)

Die Bewegung von 3 Massenpunkten ($m_1 = 2m,\ m_2 = m_3 = m$) im homogenen Schwerefeld ist den aus der Abbildung ersichtlichen Nebenbedingungen unterworfen. Die Gelenke bei O, A, B halten Massenpunkte und masseloses Gestänge in einer Ebene, die um die x_3-Achse mit beliebiger Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ rotiert. Die Masse m_1 bewegt sich somit nur auf der x_3-Achse.

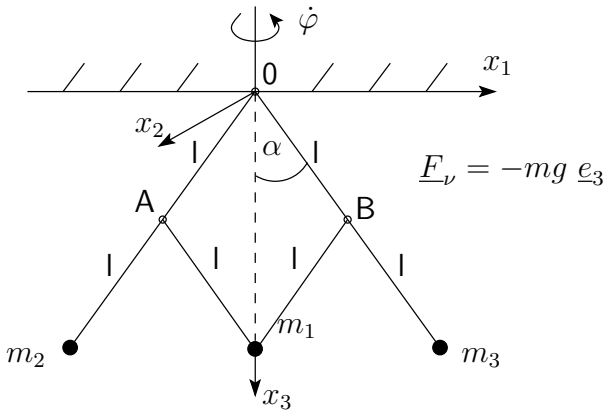
(a) Als generalisierte Koordinaten sind φ und α geeignet. Die 9 ursprünglichen Freiheitsgrade der 3 Massenpunkte werden demnach durch 7 Nebenbedingungen eingeschränkt. Erläutern Sie diese 7 Nebenbedingungen. Eine Beschreibung ist ausreichend, Gleichungen sind nicht zwingend erforderlich.

(b) Konstruieren Sie die Lagrange-Funktion $L(\alpha, \varphi, \dot{\alpha}, \dot{\varphi}, t)$

(c) Stellen Sie die LII auf.

(d) Existieren zyklische Koordinaten?

(e) Behandeln Sie den Spezialfall $\dot{\varphi} = \omega = const.$ Welcher Zusammenhang ergibt sich hierbei zwischen Ausschlagwinkel α und Winkelgeschwindigkeit ω?



23. Zwei verbundene Massen und ein Loch im Tisch (7 Punkte)

Zwei Massen m und M sind durch einen Faden mit der konstanten Gesamtlänge $l = r + s$ verbunden, wobei die Masse des Fadens vernachlässigt werden kann (siehe Skizze nächste Seite). Die Masse m kann an dem Faden (mit der variierenden Teillänge r) auf der Ebene rotieren. Der Faden führt von m durch ein Loch in der Ebene zu M, wobei die Masse M an dem straff gespannten Faden (mit der ebenfalls veränderlichen Teillänge $s = l - r$) hängt. Dabei soll sich die Masse M nur in Richtung der x_3-Achse bewegen können.

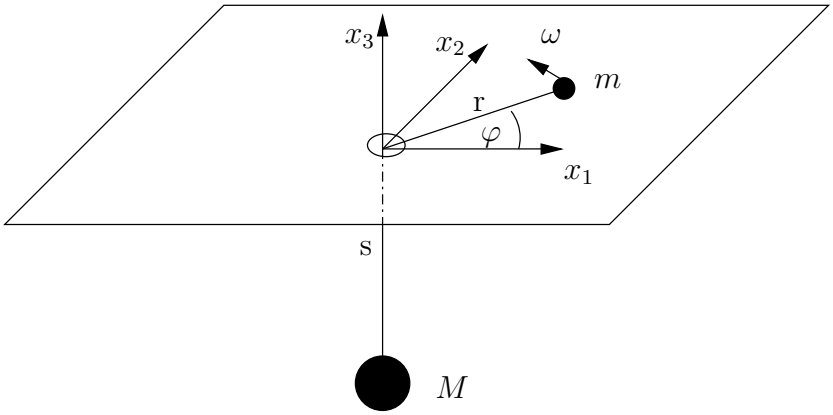
(a) Wählen Sie geeignete generalisierte Koordinaten aus.

(b) Stellen Sie die Lagrange-Funktion in diesen generalisierten Koordinaten auf.

(c) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen (L II) für die gewählten generalisierten Koordinaten auf.

(d) Zeigen Sie, dass der Betrag des Drehimpulses in der Zeit erhalten bleibt.

Bitte wenden ⟶



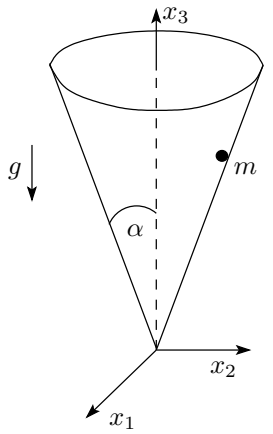
(e) Bestimmen Sie in Abhängigkeit von der Winkelgeschwindigkeit ω, wann die Masse M nach oben bzw. nach unten rutscht.

24. **Massenpunkt in einem Kegel** **(6 Punkte)**

Eine Masse m bewegt sich reibungsfrei auf der Innenseite eines Kreiskegels (Öffnungswinkel α) im homogenen Schwerefeld der Erde.

(a) Formulieren Sie die Zwangsbedingung und wählen Sie passende generalisierte Koordinaten.

(b) Konstruieren Sie die Lagrange-Funktion und stellen Sie die LII auf.

(c) Welche Koordinate ist zyklisch? Geben Sie den zugehörigen Erhaltungssatz an.

(d) Lösen Sie die Bewegungsgleichungen für den Spezialfall $\dot{\varphi} = \omega = const$ und interpretieren Sie die Lösung.