INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Technische Universität Braunschweig

Prof. Dr. U. Motschmann
Dr. P. Meier

11. Übungsblatt — Abgabe: 21. Januar bis 9.40 Uhr im Kasten vor A317

30. **Stark angeregtes Fermigas** **(10 Punkte)**

In dieser Aufgabe soll am Ende ein stark angeregtes Fermigas betrachtet werden. Für dieses gilt $z := e^{\mu/\tau} < 1$ bzw. $\mu < 0$.

(a) Als mathematische Vorbetrachtung soll zunächst allgemein

$$f_n(z) := \frac{1}{\Gamma(n)} \int\limits_0^\infty \frac{x^{n-1}dx}{z^{-1}e^x + 1} = \sum_{k=1}^\infty (-1)^{k-1} \frac{z^k}{k^n}$$

sowie

$$\frac{\partial}{\partial z} f_n(z) = \frac{1}{z} f_{n-1}(z)$$

gezeigt werden. n ist dabei eine reelle Zahl.
Tipp: Verwenden Sie die geometrische Reihe, um den Nenner im Integranden zu beseitigen.

(b) Gehen Sie nun von der bekannten großkanonischen Zustandssumme für ein ideales Fermigas aus und zeigen Sie

$$J(\tau, \mu, V) = -\frac{\tau V}{\lambda^3} f_{5/2}(z)$$

wobei λ die thermische de Broglie-Wellenlänge darstellt.
Anleitung: Ersetzen Sie die Summe durch ein Integral und integrieren Sie partiell.

(c) Wie erhält man generell aus J die innere Energie $U(\tau, N, V)$?

(d) Bestimmen Sie für das stark angeregte Fermigas U, C_V und μ. Nähern Sie hierfür J bis zur 2. Ordnung in z.

31. **Fermigas in einer Dimension** **(10 Punkte)**

Wir betrachten ein Fermigas (N Fermionen) in einer Dimension (z.B. Elektronen im Draht).

(a) Zeigen Sie, dass die Zustandsdichte $D(\epsilon)$ gegeben ist durch

$$D(\epsilon) = \alpha \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \quad .$$

(b) Bestimmen Sie α aus der Normierung, dass sich im Grundzustand bis zur Fermienergie ϵ_F N Fermionen im System befinden.

(c) Berechnen Sie das chemische Potential μ für tiefe Temperaturen mit Hilfe der Näherungen für die Integrale aus Abschnitt 12.3 der Vorlesung (Sommerfeld-Entwicklung).

(d) Bestimmen Sie analog das Tieftemperaturverhalten ($T \to 0$) der spezifischen Wärme.