Prof. Dr. U. Motschmann
M. Feyerabend, M.Sc.

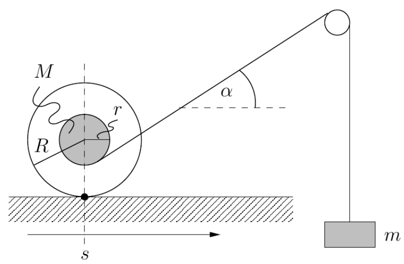
THEORETISCHE MECHANIK SS 2016

10. Übungsblatt Abgabe: 16. Juni 2016 bis 9.40 Uhr im Kasten vor A317

Fragen zu den Aufgaben: Moritz Feyerabend, Raum A317, Tel.: 391-5187, m.feyerabend@tu-bs.de

26. **Die Garnrolle** **(7 Punkte)**

Man bestimme die Bewegungsgleichung für eine Garnrolle (siehe Skizze). Die Garnrolle besteht aus zwei Scheiben mit Radius R und vernachlässigbarer Masse und einem inneren Zylinder mit Radius $r < R$ und Masse M, auf dem ein Faden aufgewickelt wird. Die äußeren Scheiben rollen reibungsfrei auf einer Unterlage, ohne zu Rutschen, d.h. der Gleitreibungswiderstand ist unendlich groß, der Rollreibunsgwiderstand sei vernachlässigbar. Auf die Masse m wirkt die Schwerkraft. Der in der Skizze eingezeichnete Winkel α sei als konstant angenommen (das gilt näherungsweise, wenn die Länge des abgerollten Fadens bis zur Umlenkrolle sehr groß ist gegenüber dem Radius R).



(a) Geben Sie die Lagrange-Funktion des Gesamtsystems als Funktion der generalisierten Koordinate s (Position der Garnrolle) an.
Hinweise: Die Höhenänderung der Masse m wird durch Translation und Drehung der Garnrolle verursacht. Zudem ist die Rotationsenergie der Rolle durch $T_{rot} = 1/2\,\Theta\,\dot{\varphi}^2$ mit $\Theta = 1/2 M r^2$ gegeben.

(b) Stellen Sie die Bewegungsgleichung (L II) für s auf.

(c) Die Rolle sei zu Beginn des Vorgangs in Ruhe ($s(t = 0) = 0$). Für kleine Winkel α würde die Rolle nach rechts loslaufen, während sie für große α nach links läuft. Bestimmen Sie den Grenzwinkel α_c .

27. **Zwei verbundene Massen und ein Loch im Tisch** **(7 Punkte)**

Zwei Massen m und M sind durch einen Faden mit der konstanten Gesamtlänge $l = r + s$ verbunden, wobei die Masse des Fadens vernachlässigt werden kann (siehe Skizze nächste Seite). Die Masse m kann an dem Faden (mit der variierenden Teillänge r) auf der Ebene rotieren. Der Faden führt von m durch ein Loch in der Ebene zu M, wobei die Masse M an dem straff gespannten Faden (mit der ebenfalls veränderlichen Teillänge $s = l - r$) hängt. Dabei soll sich die Masse M nur in Richtung der x_3-Achse bewegen können.

(a) Wählen Sie geeignete generalisierte Koordinaten aus.

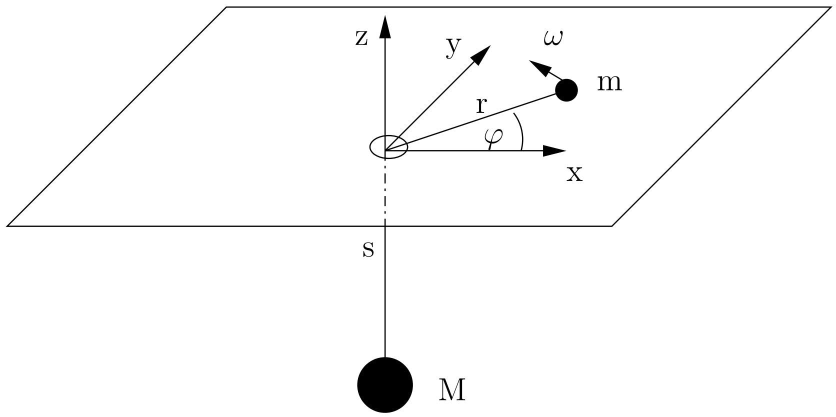
(b) Stellen Sie die Lagrange-Funktion in diesen generalisierten Koordinaten auf.

Bitte wenden ⟶

(c) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen (L II) für die gewählten generalisierten Koordinaten auf.

(d) Zeigen Sie, dass der Betrag des Drehimpulses in der Zeit erhalten bleibt.

(e) Bestimmen Sie in Abhängigkeit von der Winkelgeschwindigkeit ω, wann die Masse M nach oben bzw. nach unten rutscht.



28. Hantel auf Eisfläche **(3 Punkte)**

Zwei Massen m_1 und m_2, verbunden mit einer masselosen Stange (Hantel) gleiten auf einer reibungsfreien Eisfläche unter dem Einfluss der Schwerkraft.

(a) Wählen Sie geeignete generalisierte Koordinaten, wobei die Schwerpunktskoordinaten Teil der generalisierten Koordinaten sein sollen und stellen Sie den Zusammenhang mit den kartesischen Koordinaten her.

(b) Stellen Sie die Lagrange-Funktion in den generalisierten Koordinaten auf.

(c) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen (L II) für die generalisierten Koordinaten auf.

29. Ebenes Federpendel **(3 Punkte)**

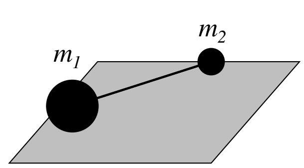
Ein Pendel, dessen masseloser Faden als Feder mit der Federkonstanten D ausgeführt ist, bewegt sich in der x_1-x_2-Ebene. Auf den Massenpunkt m wirkt die Schwerkraft $\underline{F} = -\, m\ g\ \underline{e}_2$.

(a) Wählen Sie ebene Polarkoordinaten als generalisierte Koordinaten. Stellen Sie den Zusammenhang mit den kartesischen Koordinaten her.

(b) Stellen Sie die Lagrange-Funktion in den generalisierten Koordinaten auf.

(c) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen (L II) für die generalisierten Koordinaten auf.

(28)



(29)