INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Technische Universität Braunschweig

Prof. Dr. W. Brenig
M.Sc. Boris Celan
M.Sc. Niklas Casper

Physikalische Rechenmethoden I WiSe 2016/17

10. Übungsblatt Abgabe: Do, 19.01.2017 bis 11.30 Uhr, Kasten neben A316

Übungsblätter gibt es unter `https://www.tu-bs.de/theophys/edu/wise-1617/rm1617`.

31. **Diagonaliseren von Matrizen (7 Punkte)**

    (a) Für welche φ ist die Drehmatrix

    $$M_\varphi = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}$$

    mit reellen Eigenwerten diagonalisierbar?

    (b) Bestimmen Sie das charakteristische Polynom, sowie die Eigenwerte und -vektoren der Matrix:

    $$\begin{pmatrix} -5 & 0 & 7 \\ 6 & 2 & -6 \\ -4 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

32. **Diagonalisierung (6 Punkte)**
    Gegeben sei die Matrix

    $$A = \begin{pmatrix} 4 & (1-i)\sqrt{3} & 1+i \\ (1+i)\sqrt{3} & 3 & -i\sqrt{3} \\ 1-i & i\sqrt{3} & 5 \end{pmatrix}$$

    (a) Zeigen Sie, dass die Matrix A hermitesch ist, d. h. $A = (A^T)^*$, wobei * die komplexe Konjugation ist.

    (b) Hermitesche Matrizen haben reelle Eigenwerte. Zeigen Sie dies am Beispiel von A.

    (c) Bestimmen Sie die Eigenvektoren von A. Geben Sie die Matrix S an, welche A auf Diagonalform D transformiert $D = S^{-1}AS$.

    (d) Bestimmen Sie die Orthonormalbasis.
    Hinweis: Betrachten Sie den entarteten Unterraum mithilfe des Gram-Schmidt-Verfahrens gegenüber dem Rest des Unterraums.

33. **Molekül (7 Punkte)**
    Gegeben sei ein dreiatomiges Kettenmolekül, welches aus Atomen der Masse m bestehe, verbunden durch Federn der Federkonstante c. Die Auslenkungen aus der Gleichgewichtslage seien mit x_j bezeichnet. Die Bewegungsgleichungen für das System lauten damit:

    $$\begin{aligned} m\ddot{x}_1 &= c(x_1 - x_2) \\ m\ddot{x}_2 &= c(x_2 - x_1) + c(x_2 - x_3) \\ m\ddot{x}_3 &= c(x_3 - x_2)\,. \end{aligned}$$

(a) Skizzieren Sie das Molekül.

(b) Mithilfe des Schwingungsansatzes $x_j = x_{j,0}e^{i\alpha t}$ führe man das Gleichungssystem in ein Eigenwertproblem über. Bestimmen Sie die Eigenwerte $\lambda = \alpha^2$ und die dazugehörigen Eigenvektoren.

(c) Interpretieren Sie die Eigenschwingungsmoden graphisch und in Worten.