



10. Übungsblatt

Abgabe: 10. Januar 2019 bis 9.45 Uhr im Kasten vor A317

---

**Fragen zu den Aufgaben:** Moritz Feyerabend, Raum 3.317, Tel.: 391-5187, m.feyerabend@tu-bs.de
 

---

**29. Differentialoperatoren I: Gradient****8 Punkte**

In dieser Aufgabe soll das Rechnen mit dem Gradienten geübt werden.  $\underline{r}$  sei der bekannte Ortsvektor aus der Vorlesung und  $r = |\underline{r}|$  dessen Betrag.

(a) Berechnen Sie jeweils den Gradienten folgender skalarer Funktionen:

i.  $\phi(x, y, z) = r$

ii.  $\psi(x, y, z) = \frac{1}{r}$

iii.  $\chi(x, y, z) = 8x^2y^3 - 4xyz^2$

(b) Ein weiterer Ortsvektor sei gegeben durch  $\tilde{r}$ . Beweisen Sie:  $\partial_{\underline{r}}|\underline{r} - \tilde{r}| = -\partial_{\tilde{r}}|\underline{r} - \tilde{r}|$ .

**30. Differentialoperatoren II: Divergenz****7 Punkte**

In dieser Aufgabe soll das Rechnen mit der Divergenz geübt werden.  $\underline{r}$  sei der bekannte Ortsvektor aus der Vorlesung und  $r = |\underline{r}|$  dessen Betrag. Berechnen Sie jeweils die Divergenz der folgenden Vektorfelder:

(a)  $\underline{A}(x, y, z) = \underline{r}$

(b)  $\underline{B}(x, y, z) = \frac{\underline{r}}{r^3}$

(c)  $\underline{C}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 4x^2 + 8xy + z \\ 4x^2 + y \\ xz + yz + z^2 \end{pmatrix}$

**31. Lineare Differentialoperatoren****5 Punkte**

Beweisen Sie ausgehend von Ihren Kenntnissen aus der "Linearen Algebra", dass der Gradient und die Divergenz lineare Abbildungen (lineare Operatoren) sind. Vorausgesetzt werden die Regeln für die partielle Ableitung.