Technische Universität Braunschweig

INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Prof. Dr. Wolfram Brenig
Niklas Casper
Erik Wagner

Elektrodynamik SS 2018

10. Übungsblatt

Abgabe: Do, 21.06.2018 bis 09:45 Uhr, Kasten neben A316

Übungsblätter gibt es unter `https://www.tu-bs.de/theophys/edu/sose18/edyn`.

41. **Wissensfragen (2 Punkte)**

   (a) Geben Sie die Definition der Kapazitätskoeffizientenmatrix C_{ij} eines System aus Leitern L_i ohne externe Ladungen an.

   (b) Wie lautet das Biot-Savart'sche Gesetz?

42. **Separationsansatz in kartesischen Koordinaten (5 Punkte)**
   Lösen Sie die Laplace-Gleichung $\Delta\Phi = 0$ im Volumen

$$V = \{\vec{r}\,|\,0 \leq x_1 \leq a;\, 0 \leq x_2 \leq b\}$$

   mit Hilfe eines Separationsansatzes unter den Randbedingungen:

$$\Phi(0, x_2) = \Phi(a, x_2) = 0; \quad \Phi(x_1, 0) = 0; \quad \Phi(x_1, b) = B\,x_1.$$

   Hinweis: Stellen Sie den Laplace-Operator in kartesischen Koordinaten auf und verwenden Sie den Ansatz $\Phi_n(x_1, x_2) = U_n(x_1)W_n(x_2)$. Zeigen Sie, dass $U_n(x_1)$ und $W_n(x_2)$ gewöhnliche Differenzialgleichungen erfüllen und lösen Sie diese allgemein. Die allgemeine Lösung der Laplace-Gleichung hat dann die Form:

$$\Phi(x_1, x_2) = \sum_n U_n(x_1)\,W_n(x_2).$$

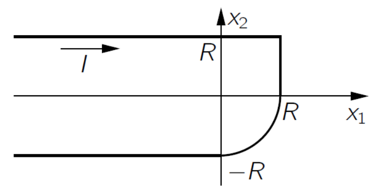
   Bestimmen Sie alle auftretenden Integrationskonstanten aus den Randbedingungen. Dafür benötigen Sie die Orthogonalitätsrelationen für die trigonometrischen Funktionen $S_n = \sin(nx)$, $C_m = \cos(mx)$ (n, m sind ganze Zahlen):

$$\begin{aligned}
\langle S_n\,|\,S_m\rangle &= \frac{2}{\pi}\int_0^\pi dx\,\sin(nx)\sin(mx) = \delta_{n,m} \\
\langle C_n\,|\,C_m\rangle &= \frac{2}{\pi}\int_0^\pi dx\,\cos(nx)\cos(mx) = \delta_{n,m} \\
\langle S_n\,|\,C_m\rangle &= \frac{2}{\pi}\int_0^\pi dx\,\sin(nx)\cos(mx) = 0.
\end{aligned}$$

Bitte wenden! →

43. **Biot-Savart'sches Gesetz (4 Punkte)**

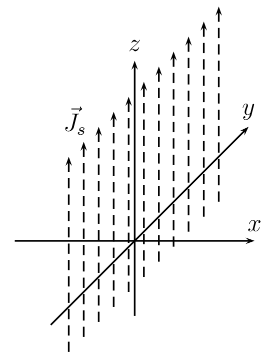
Bestimmen Sie mit Hilfe des Biot-Savart-Gesetzes das Magnetfeld im Ursprung für den in der Skizze dargestellten, stromdurchflossenen Draht. Der Ursprung sei der Mittelpunkt des Viertelkreises.
Hinweis: Zerlegen Sie die Integration geeignet und überlegen Sie sich Parametrisierungen für die Teilstücke.



44. **Stromdurchflossene Leiter (4 Punkte)**
Bestimmen Sie das Magnetfeld $\vec{B}$ in den folgenden Geometrien:

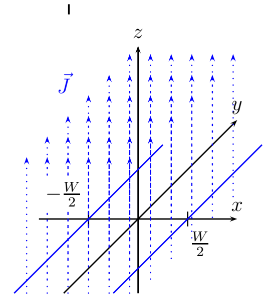
(a) Eine homogene Oberflächenstromdichte $\vec{J_s} = J_s \vec{e}_z$ in der y-z-Ebene (x=0, siehe Abbildung) mit unendlicher Ausdehnung in y- und z-Richtung.

Hinweis: $[J_s] = \frac{\text{statA}}{\text{cm}}$ mit $\text{statA} = \frac{\sqrt{\text{dyn}}\,\text{cm}}{\text{s}}$



(b) Eine ausgedehnte Platte ($-\frac{W}{2} < x < \frac{W}{2}$) in der y-z-Ebene mit ebenfalls unendlicher Ausdehnung in y- und z-Richtung. Die Platte sei mit einem homogenen Strom mit Stromdichte $\vec{J} = J_0 \vec{e}_z$ durchflossen (siehe Abbildung).

Hinweis: $[J_0] = \frac{\text{statA}}{\text{cm}^2}$



45. **Zylinderkondensator (5 Punkte)**

(a) Bestimmen Sie die Kapazitätskoeffizienten und die Kapazität pro Länge L eines Zylinderkondensators der Länge L mit Innenradius R_1 und Außenradius R_2.
Hinweis: Vernachlässigen Sie Randeffekte, d.h., nehmen Sie zur Berechnung des Potentials an, dass der Zylinderkondensator unendlich lang ist ($L \gg R_2$). Verwenden Sie als Randbedingung, dass das Potential Φ auf der Oberfläche eines Zylinders mit Radius $R_0 > R_2$ verschwindet.
Begründen Sie, warum die angegebene Randbedingung sinnvoll ist.

(b) Geben Sie die Energiedichte im Inneren des Zylinders an, wenn der innere Mantel eine Ladung $q_0 = \text{const}$ und der äußere eine Ladung $-q_0$ trägt ist.
Welche Energie ist in einem (idealen) Zylinderkondensator der Länge L gespeichert? Geben Sie das Ergebnis in Abhängigkeit der Kapazität und der Potentialdifferenz an.