


20. Massenpunkt in rotierender Ebene
(14 Punkte)

Ein Massenpunkt m bewegt sich in einer vertikalen Ebene (d.h. der Vektor $\underline{e}_3$ liegt immer in dieser Ebene) im homogenen Schwerfeld $\underline{F} = -mg \underline{e}_3$.

- (a) Im Laborsystem (Inertialsystem IS) rotiert die Ebene um die vertikale Achse mit

$$\underline{\omega} = \omega \underline{e}_3, \quad \omega = \text{const} \quad . \quad (1)$$

- i. Geben Sie die rheonome Nebenbedingung an. Benutzen Sie den Drehwinkel $\varphi = \omega t$.
 - ii. Konstruieren Sie die LI.
 - iii. Berechnen Sie den Lagrange-Multiplikator und eliminieren Sie ihn aus den LI. Geben Sie die Zwangskraft an.
- (b) Behandeln Sie das gleiche Problem im mitrotierenden System (*Nicht*-Inertial System KS'). Im KS' sei die vertikale Ebene durch $x'_2 = 0$ beschrieben.
- i. In KS' kommen zur eingepprägten Kraft und der Zwangskraft noch Trägheitskräfte hinzu. Berechnen Sie diese und geben Sie die LI in KS' an.
 - ii. Berechnen Sie den Lagrange-Multiplikator und eliminieren Sie ihn aus den LI. Kommentieren Sie die Lösbarkeit des dann erhaltenen Systems von Dgln.
 - iii. Geben Sie die Zwangskraft an und setzen Sie sie mit einer der Trägheitskräfte in Beziehung.

21. Hantel auf Eisfläche
(6 Punkte)

Zwei Massen m_1 und m_2 , verbunden mit einer masselosen Stange (Hantel) gleiten auf einer reibungsfreien Eisfläche unter dem Einfluss der Schwerkraft.

- (a) Wählen Sie geeignete generalisierte Koordinaten, wobei die Schwerpunktskoordinaten Teil der generalisierten Koordinaten sein sollen und stellen Sie den Zusammenhang mit den kartesischen Koordinaten her.
- (b) Stellen Sie die Lagrange-Funktion in den generalisierten Koordinaten auf.
- (c) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen (L II) für die generalisierten Koordinaten auf.
- (d) Kommentieren Sie die Lösbarkeit der erhaltenen Dgln. und gegebenenfalls die Lösung selbst.

