INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Technische Universität Braunschweig

Prof. Dr. U. Motschmann
P. Meier, M. Sc.

9. Übungsblatt Abgabe: 19. Juni 2015 bis 14 Uhr im Kasten vor A317

Fragen zu den Aufgaben: P. Meier, Raum A223, Tel.: 391-5189, patrick.meier@tu-bs.de

21. Impuls- und Massenerhaltung als Folge der Energieerhaltung (6 Punkte)

Man betrachte ein abgeschlossenes System aus vielen Teilchen. Die Kräfte zwischen den Teilchen werden nur durch konservative Zentralkräfte beschrieben.

Außer der sich ergebenden Bewegung der Teilchen darf sich nun auch noch die Masse und die Anzahl der Teilchen verändern durch Aufspaltung und Verschmelzung.

Zu irgendeinem Zeitpunkt sei die Zahl der Teilchen N, ihre Massen m_μ, ihre Impulse $\underline{p}_\mu$ und ihre Energien U_μ. Zu irgendeinem späteren Zeitpunkt entsprechend N', $\underline{p}'_\mu$, m'_μ und U'_μ.

(a) Stellen Sie die Energiebilanz für das System auf.

(b) Das System aus (a) sei nun ein Inertialsystem. Zeigen Sie davon ausgehend, dass dann auch in allen Inertialsystemen Gesamtmasse und Gesamtimpuls erhalten bleiben.
Hinweis: Wenden Sie eine Galileitransformation an.

22. Hüpfender Ball (7 Punkte)

Ein Ball der Masse M fällt aus der Höhe h_0 zu Boden und wird reflektiert. Ein leichterer Ball mit $m \ll M$ folgt ihm in kurzem Abstand hinterher, der aber lange genug ist, dass der schwerere Ball seinen Stoßvorgang mit dem Boden abgeschlossen hat und gerade wieder nach oben fliegt, wenn der leichtere Ball zentral auf ihn trifft. Die Fallhöhe des leichteren Balls bis zum Auftreffen auf den Schwereren soll ebenfalls h_0 sein. Die Ausdehnung der Bälle sei vernachlässigbar.

(a) Bis zu welcher Höhe wird der leichtere Ball reflektiert, wenn ideal elastische Stöße angenommen werden?

(b) Inelastische 'Verluste' werden durch einen Koeffizienten α berücksichtigt, der das Verhältnis der Geschwindigkeiten vor und nach den Stößen angibt ($0 \leq \alpha \leq 1$). Wie klein darf α nur sein, damit der leichtere Ball seine Anfangshöhe wieder erreicht?

Hinweis: Transformieren Sie für den Stoß ins Schwerpunktsystem. Die Reflexion am Boden führt zu einem Vorzeichenwechsel in der Geschwindigkeit.

23. Virialsatz (7 Punkte)

Verifizieren Sie für das Zweikörperproblem der Himmelsmechanik den Virialsatz

$$U = \frac{\langle V \rangle}{2} \quad \text{mit} \quad \langle V \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau V \, dt \quad .$$

τ beschreibt hierbei die Umlaufzeit. Betrachten Sie hierfür die äquivalente Einkörperbeschreibung im Schwerpunktsystem. Greifen Sie dazu auf aus der Vorlesung bekannte Ergebnisse zurück.

Hinweise: Beachten Sie zunächst $\frac{1}{\tau}\int_0^\tau V(t)dt = \frac{1}{\tau}\int_0^{2\pi} V(\varphi)\frac{dt}{d\varphi}d\varphi$. Außerdem ist
$\int_0^{2\pi} \frac{1}{1+\epsilon\cos x}\,dx = \frac{2\pi}{\sqrt{1-\epsilon^2}}$ für $0 < \epsilon \leq 1$.