Technische Universität Braunschweig

Prof. Dr. U. Motschmann
P. Meier, M. Sc.

THEORETISCHE MECHANIK SS 2015

8. Übungsblatt Abgabe: 12. Juni 2015 bis 14 Uhr im Kasten vor A317

Fragen zu den Aufgaben: P. Meier, Raum A223, Tel.: 391-5189, patrick.meier@tu-bs.de

18. **Bewegung mit Reibung** **(9 Punkte)**

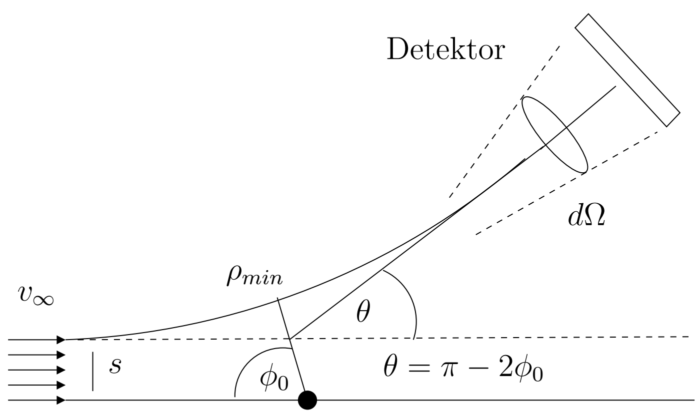
Ein Flugzeug mit der Geschwindigkeit v_0 setzt auf einer Landebahn auf. Man bestimme die Weglänge und die benötigte Zeit bis zum Stillstand des Flugzeugs. Zu berücksichtigen sind hiebei die Reibung durch die Luft, die proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit ist, sowie die Reibung zwischen Flugzeug und Landebahn, die proportional zur Schwerkraft mg ist.

Hinweise: Zum Lösen der Differentialgleichung eignet sich die Substitution $\dot{x} = v$, wodurch sich eine einfachere Gleichung für v ergibt. Zudem ist $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan(x)$.

19. **Streuung am abstoßenden Potential** **(7 Punkte)**

Bisher haben wir gebundene Zustände in einem attraktiven Potential betrachtet. In dieser Aufgabe wollen wir nun ungebundene Zustände in einem abstoßenden Potential $V(\rho)$ untersuchen.

Folgende Situation sei gegeben (siehe Skizze): Ein Teilchenstrahl mit der asymptotischen Geschwindigkeit v_∞ und Teilchen mit verschiedenen Stoßparametern s läuft auf ein Streuzeutrum zu. Ein Detektor weist alle in den Raumwinkel $d\Omega$ gestreuten Teilchen nach.

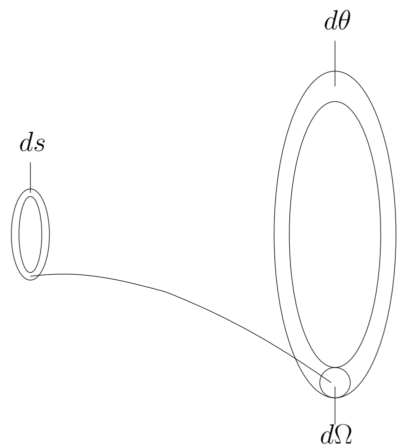


(a) Der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$ ist nun definiert als Verhältnis aus Teilchenstrom pro Raumwinkelelement $d\Omega$ zur einfallenden Teilchenstromdichte. Zeigen Sie, dass dann gilt

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{s(\theta)}{\sin\theta} \left| \frac{ds(\theta)}{d\theta} \right| \quad .$$

Hinweis: Die Definition des differntiellen Wirkungsquerschnitts ist in der Skizze auf der nächsten Seite illustriert. Die einfallende Teilchenstromdichte ist durch den Teilchenstrom pro Kreisringelement ds gegeben, während das Raumwinkelelement $d\Omega$ durch die Kreisfläche im Ablenkwinkelelement $d\theta$ bestimmt ist.

Bitte wenden $\longrightarrow$



(b) Nun soll der Wirkungsquerschnitt für das Potential $V(\rho) = \alpha/\rho$ berechnet werden. Die Bahnkurven der Teilchen sind analog zum Keplerproblem Kegelschnitte mit

$$\rho(\phi) = \frac{k}{1 + \epsilon \cos\phi} \quad ,$$

wobei die Exzentrizität durch

$$\epsilon = \sqrt{1 + \frac{2UL^2}{m\alpha^2}} > 1$$

gegeben ist, was auf Hyperbeln führt. Das Koordinatensystem ist dabei so gewählt, dass sich der minimale Abstand ρ_{min} bei $\phi_{min} = \pi$ ergibt, während $\rho = \infty$ zu $\cos\phi_\infty = -\frac{1}{\epsilon}$ führt. Wie hängt der Betrag des Drehimpulses L vom Stoßparameter s ab?

(c) Bestimmen Sie $\cos\phi_0$ und zeigen Sie, dass man für den Stoßparameter

$$s(\theta) = \frac{|\alpha|}{2U} \cot\frac{\theta}{2}$$

erhält. Leiten Sie daraus die Rutherfordsche Formel

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\alpha}{4U}\right)^2 \frac{1}{\sin^4\theta/2}$$

ab.

20. **Erzwungene Schwingung** **(4 Punkte)**

Ein Kraftzentrum bewegt sich gegenüber einem Inertialsystem Σ gemäß

$$x_0(t) = \hat{x} \sin\Omega t$$

und zieht einen Massenpunkt mit einer Kraft an, die proportional zum Abstand vom Kraftzentrum ist.

(a) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichungen in einem System Σ', dessen Ursprung sich mit dem Kraftzentrum mitbewegt und nicht rotiert.

(b) Die erhaltene Bewegungsgleichung ist eine lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten und einer zeitabhängigen Inhomogenität. Lösen sie zunächst die homogene Differentialgleichung (also ohne den explizit zeitabhängigen Term) und versuchen Sie dann einen Ansatz für die inhomogene Lösung zu raten. Die Anfangsbedingungen seien $x'(t = 0) = x_0$ und $\dot{x}'(t = 0) = 0$.