20. Nebenbedingungen

(4 Punkte)

Geben Sie die Art der Nebenbedingungen sowie die Formeln für die folgenden Systeme an:

- (a) eine kleine Kugel (Radius vernachlässigbar), die auf einer großen, festen Kugel hinunterrollt und auch von dieser fallen kann.
- (b) ein Teilchen, das auf der Innenfläche eines Rotationsparaboloids hinuntergleitet.
- (c) ein Massenpunkt, der sich auf einer zeitlich veränderliche Ebene bewegt. Zur Zeit $t = 0$ sei die Ebene in Normalenform mit dem Stützvektor $\underline{p}$ und dem Normalenvektor $\underline{n}$ gegeben, wobei $\underline{p}$ zeitlich konstant und $\underline{n} = \underline{n}(t)$ zeitlich veränderlich ist. Die Ebene drehe sich um die Achse $\underline{d} = \frac{\underline{p} \times \underline{n}(t=0)}{|\underline{p} \times \underline{n}(t=0)|}$. Der Stützvektor $\underline{p}$ zeigt hierbei auf die Drehachse. Bestimmen Sie die Formel für die Nebenbedingung in Abhängigkeit vom Winkel zwischen $\underline{n}(t = 0)$ und $\underline{n}(t)$.

21. D'Alembert und Gleichgewicht

(8 Punkte)

Zwei Massenpunkte mit den Massen m_1 und m_2 sind wie in obiger Skizze über einen masselosen, reibungsfreien Faden miteinander verbunden und der Wirkung der Schwerkraft ausgesetzt.

- (a) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für die beiden Massen mit Hilfe des d'Alembertschen Prinzips auf. Führen Sie dazu zunächst ein geeignetes Koordinatensystem ein.
- (b) Geben Sie die Gleichgewichtsbedingung und deren Interpretation an.

22. Ein Massenpunkt auf einer Kugel

(8 Punkte)

Ein Massenpunkt m soll sich unter dem Einfluss des homogenen Schwerfelds der Erde auf einer Kugeloberfläche vom Radius R bewegen. In welcher Höhe h und mit welcher Geschwindigkeit v_0 springt der Massenpunkt von der Kugeloberfläche ab, wenn er sich anfangs im labilen Gleichgewicht befindet und dann eine infinitesimale Anfangsgeschwindigkeit erhält?

Hinweise: Gehen Sie von einem Koordinatensystem analog zum Beispiel aus Kapitel III, 1.6.2 des Skriptes aus. Bestimmen Sie zunächst die Zwangskraft und benutzen Sie dann die Energieerhaltung.