Prof. Dr. U. Motschmann
Dr. M. Feyerabend

8. Übungsblatt Abgabe: keine Abgabe

Fragen zu den Aufgaben: Moritz Feyerabend, Raum 3.317, Tel.: 391-5187, m.feyerabend@tu-bs.de

13. **Alfvén Flügel**

In dieser Aufgabe sollen einige der Eigenschaften von Alfvén-Flügeln berechnet werden.

(a) Zeigen Sie, dass

$$\underline{j} \times \underline{B} = -\partial_{\underline{x}} \left(\frac{\underline{B}^2}{2\mu_0} \right) + \frac{1}{\mu_0} (\underline{B} \partial_{\underline{x}}) \underline{B} \tag{1}$$

gilt und interpretieren Sie die Terme auf der rechten Seite.

(b) Betrachten Sie stationäre Lösungen der MHD-Gleichungen mit konstanter Dichte ($\rho = \rho_0 = const$) und konstanter Magnetfeldamplitude ($\underline{B}_0 = B_0 \underline{e}_z = const$). Zeigen Sie, dass sich die idealen MHD Gleichungen mit einem Adiabaten-Gesetz für den Druck zu den folgenden Gleichungen reduzieren:

$$\partial_{\underline{x}} \cdot \underline{u} = 0 \tag{2}$$

$$(\underline{u} \cdot \partial_{\underline{x}}) \underline{u} = (\underline{v}_A \cdot \partial_{\underline{x}}) \underline{v}_A \tag{3}$$

$$(\underline{u} \cdot \partial_{\underline{x}}) \underline{v}_A = (\underline{v}_A \cdot \partial_{\underline{x}}) \underline{u} \tag{4}$$

Hierbei ist $\underline{v}_A := \frac{\underline{B}_0}{\sqrt{\mu_0 \rho_0}}$

(c) Die sogenannte *Elsässer-Variable* $\underline{Z}^{\pm}$ ist gegeben durch

$$\underline{Z}^{\pm} := \underline{u} \pm \underline{v}_A \quad . \tag{5}$$

Zeigen Sie, dass diese Grösse eine Konstante entlang seiner Richtung ist.

(d) Stellen Sie eine Formel für den Winkel θ_A zwischen $\underline{Z}^{\pm}$ und der z-Achse auf, die abhängig von der Alfvén-Machzahl und dem Winkel zwischen $\underline{u}$ und $\underline{v}_A$ ist.