Technische Universität Braunschweig

Prof. Dr. U. Motschmann
Dr. M. Feyerabend

8. Übungsblatt — Abgabe: 13. Dezember 2018 bis 9.45 Uhr im Kasten vor A317

Fragen zu den Aufgaben: Moritz Feyerabend, Raum 3.317, Tel.: 391-5187, m.feyerabend@tu-bs.de

23. Oberflächenintegrale — 5 Punkte

Berechnen Sie die Fläche der Erde, die zwischen den beiden Wendekreisen (23° nördlicher/südlicher Breite) liegt.

24. Schwerpunkt eines Hohlzylinders aus dünnem Blech — 10 Punkte

Gegeben sei ein Hohlzylinder, der einen Boden und keinen Deckel besitzt, mit Radius R und Höhe H. Der Boden sei in der x-y-Ebene mit Mittelpunkt im Ursprung. Die Massendichte pro Fläche sei

$$\sigma(x, y, z) = \sigma_0 e^{-z/h} \sqrt{x^2 + y^2} \quad , \quad \sigma_0 > 0 \,, \quad h > 0.$$

(a) Berechnen Sie die Gesamtmasse M des Hohlzylinders.

(b) Bestimmen Sie die Koordinaten (x_S, y_S, z_S) des Massenschwerpunkts des Zylinders. Diese sind durch

$$x_S = \frac{1}{M} \int x\,\sigma(x, y, z)\, dO \quad , \quad y_S = \frac{1}{M} \int y\,\sigma(x, y, z)\, dO \quad \text{und} \quad z_S = \frac{1}{M} \int z\,\sigma(x, y, z)\, dO$$

definiert.

25. Volumen einer Kugelschale — 5 Punkte

Gegeben sei eine Kugelschale mit Dicke $d = R_2 - R_1$ ($R_1 < R_2$). R_1 und R_2 sind dabei die Radien der Sphären, die die Kugelschale nach innen bzw. außen begrenzen. Bestimmen Sie das Volumen der Kugelschale auf direktem Weg mithilfe eines Volumenintegrals. Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse, indem Sie zudem das Volumen als Differenz der Volumina zweier Kugeln mit Radius R_1 bzw. R_2 mithilfe der bekannten Volumenformel berechnen.